

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Новосибирский государственный технический университет»

На правах рукописи



Ле Вьет Туан

**РАСЧЕТНАЯ ОЦЕНКА ПОВРЕЖДАЕМОСТИ КОМПОЗИТНЫХ
АВИАЦИОННЫХ ПАНЕЛЕЙ ПРИ МНОЖЕСТВЕННОМ
НИЗКОСКОРОСТНОМ УДАРЕ**

Специальность 2.5.14 – «Прочность и тепловые режимы летательных аппаратов»

Диссертация на соискание ученой степени

кандидата технических наук

Научный руководитель:
д.т.н., доцент Бурнышева Т.В.

Новосибирск - 2024

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ.....	6
Глава 1 ПОДХОДЫ К ИССЛЕДОВАНИЮ КОНТАКТНОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ	12
1.1 Исторические проблемы механики контактного взаимодействия и состояние исследований воздействия града на конструкцию самолета	12
1.1.1 Исторические проблемы механики контактного взаимодействия	12
1.1.2 Состояние исследований воздействия града на конструкцию самолета	15
1.2 Решение контактно-ударных задач методом конечных элементов	19
1.2.1 Метод множителей Лагранжа	28
1.2.2 Метод штрафа	29
1.2.3 Расширенный метод Лагранжа.....	30
1.3 Основные критерии разрушения композитов в контактных задачах	30
1.4 Программные продукты для решения контактных задач	37
Вывод по главе 1	40
Глава 2 МОДЕЛИРОВАНИЕ РАЗРУШЕНИЯ КОМПОЗИТОВ ПРИ НИЗКОСКОРОСТНОМ КОНТАКТЕ С ЖЕСТКИМ ТЕЛОМ.....	41
2.1 Построение модели контактной задачи в ANSYS	41
2.2 Определение напряжения в слоях тканого стекловолоконного композита при низкоскоростном контакте с изменением радиуса сферы.....	52
2.3 Определение напряжений в однонаправленных слоях углеродного композита при низкоскоростном контакте с изменением радиуса сферы.....	67
2.3.1 Направление волокон в двух соседних слоях под прямым углом	69
2.3.2 Направление волокон в двух соседних слоях не перпендикулярно друг другу	72

Выводы по главе 2.....	74
Глава 3 МОДЕЛИРОВАНИЕ РАЗРУШЕНИЙ В КОМПОЗИТЕ ПРИ НИЗКОСКОРОСТНОМ КОНТАКТЕ С ХРУПКИМ ТЕЛОМ.....	77
3.1 Модель удара и метод моделирования частиц града.....	77
3.1.1 Конечно-элементная модель удара по пластине.....	77
3.1.2 Методы и инструменты моделирования частиц града.....	79
3.2 Дискретная модель контакта слоистого композита и хрупкого тела в LS - DYNA.....	88
3.2.1 Конечно - элементная модель композитной пластины.....	88
3.2.2 Модель контакта в LS-DYNA.....	89
3.2.3 Определение повреждений внутри композитов и алгоритм построения модели контакта.....	92
3.3 Валидация модели контакта по опубликованным результатам.....	94
3.3.1 Моделирование удара частицы града о жесткую пластину.....	94
3.3.2 Моделирование деформирования композитной многослойной пластины при воздействии града.....	99
Выводы по главе 3.....	102
Глава 4 ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ.....	103
4.1 Экспериментальное исследование прочности льда при одноосном сжатии.....	103
4.1.1 Подготовка тестовых образцов льда.....	104
4.1.2 Испытание на одноосное сжатие.....	106
4.1.3 Результаты испытаний на одноосное сжатие в универсальной испытательной машине Instron 3369.....	109
4.1.4 Результаты испытаний на одноосное сжатие в универсальной испытательной машине BiSS.....	113

4.2	Экспериментальное исследование прочности композитных панелей при воздействии льда	118
4.2.1	Установка для испытаний.....	118
4.2.2	Результаты эксперимента	121
	Выводы по главе 4.....	128
Глава 5	МОДЕЛИРОВАНИЕ МНОЖЕСТВЕННОГО УДАРА ЧАСТИЦАМИ ГРАДА ПО КОМПОЗИТНОЙ ПАНЕЛИ	130
5.1	Исследование влияния скорости удара и модуля упругости льда на повреждаемость композитной пластины.....	130
5.2	Методика моделирования множественного удара частицами града по композитной панели.....	136
5.3	Исследование повреждаемости обшивки крыла регионального самолета при множественном ударе градинами	143
	Выводы по главе 5.....	149
	ЗАКЛЮЧЕНИЕ.....	151
	Список литературы.....	154
Приложение А	МАКСИМАЛЬНЫЕ ЗНАЧЕНИЯ КОЭФФИЦИЕНТА ЗАПАСА ПРОЧНОСТИ В КОМПОЗИТНЫХ СЛОЯХ ПЛАСТИНЫ ПРИ ВДАВЛИВАНИИ СТАЛЬНОЙ СФЕРЫ.....	167
Приложение Б	РЕЗУЛЬТАТЫ ИСПЫТАНИЙ ОБРАЗЦОВ ЛЬДА ПРИ СЖАТИИ	180
Приложение В	РЕЗУЛЬТАТЫ ИСПЫТАНИЙ ОБРАЗЦОВ КОМПОЗИТНЫХ ПЛАСТИН НА УДАР.....	189
Приложение Г	РАСЧЕТ АППРОКСИМИРУЮЩИХ ФУНКЦИЙ.....	202
Приложение Д	ПРОГРАММА ГЕНЕРАЦИИ ДИАМЕТРА ЧАСТИЦ И КООРДИНАТ МЕСТ УДАРА.....	207

Приложение Е	РЕЗУЛЬТАТЫ	АПРОБАЦИИ	МЕТОДИКИ	
МОДЕЛИРОВАНИЯ МНОЖЕСТВЕННОГО УДАРА ЧАСТИЦАМИ ГРАДА ПО				
КОМПОЗИТНОЙ ПАНЕЛИ				210
Приложение Ж	АКТ	ВНЕДРЕНИЯ	РЕЗУЛЬТАТОВ	
ДИССЕРТАЦИОННОЙ РАБОТЫ				229

ВВЕДЕНИЕ

Актуальность темы исследования

Многослойные композитные материалы становятся всё более распространенными в современных конструкциях летательных аппаратов. В процессе эксплуатации самолёта эти конструкции могут подвергаться воздействию внешних объектов, таких как столкновение с жесткими или хрупкими телами. Примером таких воздействий является столкновение самолета с частицами града в режиме полета или при высыпании града на запаркованный летательный аппарат на аэродроме. Повреждения, вызванные такими воздействиями, часто трудно обнаружить невооружённым глазом. Они проявляются внутри структуры композитных материалов, негативно влияя на процесс работы и безопасность полётов.

При проектировании летательных аппаратов необходимо, в том числе, проводить расчеты на повреждаемость элементов конструкций, выполненных из композиционных материалов при ударе жесткими или хрупкими инденторами. Проведение натурных испытаний цельной конструкции летательных аппаратов или ее элементов на ударные воздействия является экономически нецелесообразным. Использование методов математического моделирования, численных методов и современных программных продуктов является обоснованным при решении описанной проблемы.

В связи с вышесказанным является актуальным обоснование и разработка подхода к оценке повреждаемости элементов конструкций летательных аппаратов, выполненных из углеволокнистых композиционных материалов, при низкоскоростном ударе. Основой для этой оценки могут выступать результаты численного моделирования напряженно-деформированного состояния композитных панелей – элементов конструкций летательных аппаратов, критерии разрушения композитных материалов, результаты натурных испытаний и вычислительных экспериментов.

Степень разработанности темы исследования

В литературе встречаются разнонаправленные подходы к решению задач

контактного взаимодействия. Работы посвящены получению аналитического решения классической задачи контакта; исследованию воздействия града на конструкцию самолета; моделированию контакта с использованием конечно-элементных программных продуктов; результатам экспериментальных исследований совместно с численным анализом. Также исследования связаны с механикой материалов и механикой разрушения. Различным вопросам механики контакта посвящены работы В.М. Александрова, Д.А. Пожарского, Е.М. Морозова, А.С. Кравчука, С.М. Айзековича, Н.В. Неустроева, М.А. Осипенко и других ученых. Проблемы воздействия града на конструкции летательных аппаратов, а также связанные с ними исследования, представлены в работах М. Мео, С.Дж. Юнгвирта, Г.Дж. Томаса, Р. Олссона, Х. Пернас-Санчеса, Х. Макдональда, М. М. Варгаса, К. С. Карни и М. Ангилери. Работы в области теории решения задач механического контакта методом конечных элементов принадлежат авторству В. М. Александрова, М. Софоня, В. А. Ястребова, Ж. Х. Чжун, Б. Айронса, М. Г. Катона, О. К. Зенкевича, П. Лётстедта, К. Отаке, Н. Кикучи, Э. Золти, Б. Синли, а также применению коммерческого программного обеспечения для их решения. Критериям разрушения композиционных материалов посвящены работы З. Хашина, А. Пука, Х. Шюрмана, К.Г. Давила, В.Д. Аззи, С.В. Цая, Э.М. Ву, О. Хоффмана и других ученых.

Объект исследования – многослойные углеволокнистые и тканевые композитные панели, являющиеся элементами конструкций летательных аппаратов.

Предмет исследования – повреждаемость элементов конструкций летательных аппаратов, выполненных из углеволокнистых композиционных материалов, при низкоскоростном контакте с хрупким телом.

Идея работы заключается в разработке и последующем тиражировании расчетной модели удара частицей града по композитной панели на основе моделирования хрупкого ударника методом частиц с учетом экспериментально полученных механических характеристик льда, конечно-элементной модели композитной панели с учетом поврежденности отдельных слоев и заданием модели

контактного взаимодействия.

Цель диссертационной работы: разработка методики численного моделирования множественного низкоскоростного удара частицами града по композитной панели с учетом экспериментально полученных механических характеристик льда.

Для достижения поставленной цели необходимо решить следующие задачи:

1. Разработать расчетную модель однонаправленного и тканевого композитов, описывающую разные виды разрушений структуры (разорваны волокна, разрушена матрица и расслоения) при ударном нагружении.

2. Разработать численную модель контакта композитной панели с жестким индентором.

3. Разработать расчетную модель деформирования и разрушения льда по опубликованным в литературных источниках результатам и собственным экспериментальным данным.

4. Сформировать и протестировать расчетную модель одиночного удара частицей льда по композитной панели на основе разработанных ранее моделей композитной панели, контактного взаимодействия и разрушения хрупкого ударника.

5. Разработать методику оценки поврежденности авиационных композитных панелей при множественном низкоскоростном ударе частицами града.

Научная новизна работы

1. Предложен подход к оценке повреждаемости авиационных композитных панелей при ударе частицами града, основанный на определении числа поврежденных слоев композита с помощью численного моделирования множественного низкоскоростного удара и критериев прочности слоистого материала.

2. Разработана и апробирована модель одиночного удара частицей града по композитной пластине, представляющая собой совокупность моделей композитной панели, контактного взаимодействия и модели разрушения

хрупкого ударника.

3. Установлены аппроксимирующие зависимости поврежденности (число разрушенных слоев) композитной панели при ударе частицей града от модуля упругости и скорости частицы.

Теоретическая и практическая значимость работы

Теоретическая значимость работы заключается:

- предложен подход к построению расчетных моделей при исследовании прочности многослойных композиционных панелей в условиях ударного нагружения методом конечных элементов и методом частиц;
- решен ряд базовых задач определения прочности композитных пластин при воздействии жесткого и хрупкого инденторов.

Внедрение результатов исследований осуществлено в ФАУ «Сибирский научно-исследовательский институт авиации имени С. А. Чаплыгина» (ФАУ «СибНИА им. С. А. Чаплыгина») при проектных и поверочных прочностных расчетах конструкций летательных аппаратов, о чем имеется акт внедрения;

в реализацию факультативной дисциплины «Проектная деятельность» студентов направления подготовки 15.03.03 «Прикладная механика» в образовательный процесс ФГБОУ ВО НГТУ.

Методология и методы исследования

Методология и методы исследования основаны на применении метода конечных элементов и метода частиц для решения контактных задач; методов вычислительного эксперимента; математической статистики для обработки данных эксперимента.

Положения, выносимые на защиту

1. Методика оценки повреждаемости авиационных композитных панелей при множественном низкоскоростном ударе частицами града, заключающаяся в масштабировании модели одиночного удара частицей града, задании расчетных параметров для множества градин и их механических характеристик на основе экспериментальных данных.

2. Результаты экспериментального определения механических характеристик

льда и результаты исследования повреждаемости пластины из углеродного композита при низкоскоростном ударе хрупким индентором.

3. Результаты исследования прочности и характера разрушения в однонаправленных слоях углеродного композита при контактном взаимодействии с жестким индентором переменного радиуса.

4. Результаты применения методики оценки повреждаемости при множественном низкоскоростном ударе частицами града к обшивке передней кромки крыла регионального самолета.

Степень достоверности и апробация результатов работы

Достоверность и обоснованность результатов обеспечивается корректным использованием современных методов вычислительной механики деформируемого твердого тела; использованием современных известных программных комплексов расчета напряженно-деформированного состояния конечно-элементным методом, решения задач контакта, моделирования хрупкого тела методом частиц. Использованием сертифицированных измерительных машин и инструментов при проведении натурных испытаний.

Результаты работы по тематике исследования были представлены на следующих научных конференциях: XXII, XXIV Всероссийской научно-технической конференции «Наука Промышленность Оборона», г. Новосибирск, НГТУ, 2021, 2023, гг.; XIV, XVII Всероссийской научной конференции молодых ученых «Наука. Технологии. Инновации», г. Новосибирск, НГТУ 2020, 2024 гг., XLI Всероссийской конференции по проблемам науки и технологий, посвященную 60-летию полета Ю.А. Гагарина в космос, г. Миасс, Челябинской обл., 2021 г., Всероссийской научно-технической конференции «Проблемы прочности авиационных конструкций и материалов», СибНИА им. С.А. Чаплыгина, г. Новосибирск, 2022 г.

Личный вклад автора заключается в реализации цели и задач диссертационного исследования, определении его программы и проведении численного исследования. Все экспериментальные исследования, включая испытания на одноосное сжатие льда и удар льда по композитным панелям, были

подготовлены автором и выполнены при его непосредственном участии. Построение расчетных моделей, обработка и анализ результатов натурных испытаний и численного моделирования выполнялись автором лично. Совместно полученные результаты представлены с согласия соавторов.

Публикации

Основные положения диссертационной работы опубликованы в 7 печатных работах, из них 2 – в рецензируемых научных изданиях, рекомендованных ВАК РФ, 5 – в прочих изданиях и сборниках трудов всероссийских научно-технических конференций.

Структура и объем работы

Диссертация состоит из введения, 5 глав, заключения, списка литературы из 141 наименований и 7 приложений. Объем диссертации составляет 231 страницу и включает 96 рисунков и 69 таблиц.

Глава 1 ПОДХОДЫ К ИССЛЕДОВАНИЮ КОНТАКТНОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ

1.1 Исторические проблемы механики контактного взаимодействия и состояние исследований воздействия града на конструкцию самолета

1.1.1 Исторические проблемы механики контактного взаимодействия

Механика контактного взаимодействия, также известная как наука о взаимодействии тел, является областью физики и инженерии, которая изучает поведение объектов при контакте друг с другом. Она фокусируется на понимании и прогнозировании сил, а также явлений, таких как трение, упругость, деформация и устойчивость, которые возникают при взаимодействии объектов через контакт. Контактная механика имеет широкий спектр применения в различных областях, включая машиностроение, авиационную технику, автомобильную технологию, науку о материалах, конструирование машин, медицинскую инженерию и т.д.

Знаменитый физик Г. Р. Герц известен своим важным вкладом в развитие классической контактной механики. В 1880 г. Г. Р. Герц проанализировал задачу о контакте двух упругих тел [1]. Анализ Герца Г. Р. широко применяется в процессе проектирования промышленного оборудования с характеристиками упругого контакта.

С 1882 г. контактная механика значительно развилась по двум основным направлениям: математической теории и эксперименту [2]. В математическом направлении основное внимание уделялось распространению анализа Герца на другие геометрические формы и законы деформации материалов, а также доказательству теорем существования и единственности решений в контактной задаче. В то же время инженеры сосредоточились на решении конкретных проблем, связанных с пониманием и управлением явлениями, происходящими в реальных контактных системах как на макро-, так и на микроуровне. Основным недостатком теории является пренебрежение силой сцепления между двумя твердыми телами, что становится особенно важным, когда эти тела проявляют упругое поведение. В

то время, когда не существовало эмпирического метода изучения адгезии, естественно было ее игнорировать [3].

С целью подтверждения своей теории, Г.Р. Герц провел исследования, изучая поведение концентрических колец Исаака Ньютона, которые возникают при размещении стеклянной сферы на линзе [4]. По теории Герца Г.Р. имеет ограничение: не учитывается трение между контактирующими телами (идеально-упругими телами). Модифицировав это ограничение, контактное взаимодействие с учетом трения способствовало развитию теории механического контакта. В то же время были опубликованы более практичные методы решения задач контактного взаимодействия [3]. Применение теории линейной пластичности и вязкоупругости способствовало совершенствованию методов решения контактных взаимодействий неупругих тел.

В 1891 г. Ф. Ауэрбах установил связь между радиусом индентора и максимальной нагрузкой, вызывающей появление трещин в стекле [5]. В 1919 г. Раман Ч. В. исследовал разрушение при контакте, применяя методы интерференции света [6]. В 1921 г. Далладай А. и Твайман Ф. [7] обнаружили, что в материале возникают зоны пластичности при вдавливании алмазного наконечника в стекло. В период 1921-1926 гг. Престон Ф. качественно описал природу контактных трещин в стекле [8; 9], основываясь на идеях Гриффитса. В 1930 г. Эндрюс Д. Н. [10] продолжил и расширил эксперименты Ч. В. Рамана по трещинам, образующимся от удара по стеклу. В 1937 г. В.Д. Кузнецов провел расширенные эксперименты по изучению разрушения контакта на одиночных галогенидных кристаллах щелочных металлов [11]. В работах [12; 13] были проведены эксперименты по изучению устойчивости к трещинам поверхности твердых сплавов.

После Второй мировой войны С.В. Пинегин начал исследования контактной прочности закаленной стали и других материалов в Институте механики СССР Академии наук [14–18]. В 1956 г. Рослер Ф.К. попытался количественно оценить повреждение поверхности стекла при нагружении шаром, используя результаты Герца и Гриффитса [19; 20]. В этом направлении первые теоретические работы

были начаты Г.П. Черепановым [21] и Г.И. Баренблаттом [22].

Первая теория герцова разрушения была предложена только в 1967 году Фрэнком Ф.К. и Лоне Б.Р. [23]. В 1975 г. Б. Лоне и Т. Уилшоу провели обширный анализ всех исследований и выявили перспективные задачи в этой области [24; 25]. С появлением их публикаций контактная механика разрушения стала самостоятельным научным направлением. В процессе контактного взаимодействия твердых тел происходит геометрическая локализация различных типов деформаций и разрушений, включая упругие и пластические деформации, образование и распространение трещин. В отличие от традиционной механики разрушения, которая занимается длинными трещинами, в этом случае необходимо учитывать формирование и развитие коротких трещин.

В 1980 году Г.М.Л. Гладуэлл попытался обобщить предыдущие исследования по теории механического контакта и упомянул исследование контактных задач как предмет прикладной математики [26]. В 1985 году в работе Джонсона К.Л. представил большинство аспектов контактной механики, включая сочетание теории и инженерной практики [27].

Большой вклад в развитие контактной механики разрушения внесли советские ученые. В 1953 г. Л.А. Галин обобщил основные работы Н.И. Мускелишвили по упругой контактной механике [28]. Он использовал однородное уравнение Фредгольма и нелинейное интегральное уравнение Гаммерштейна для решения задачи контакта с учетом износа. В 1976 г. он опубликовал математический метод решения плоских и пространственных задач, возникающих в зоне контакта, с учетом граничных условий [29].

В 1998 г. В.М. Александров и Д.А. Пожарский представили численно-аналитические методы и результаты решения для большого круга нестандартных пространственных задач, связанных с механикой контактных взаимодействий упругих тел [30]. В 1999 г. в работе Е.М. Морозова представлены решения контактной проблемы теории упругости и пластичности. Приведены условия появления и морфология поверхностных трещин, а также закономерности распространения трещин и начального повреждения поверхности тела [31].

В 2000 г. в публикации А.С. Кравчука и А.В. Чигарева систематически представлены методы и унифицированные результаты расчета напряженного состояния в зоне контакта, контактной жесткости и износа цилиндрического тела, с учетом параметров качества поверхности и наличия покрытия [32]. В 2001 г. И.Г. Горячева исследовала контакт между движущимися элементами машин в механической деятельности, определяла потерю энергии и материалы в процессе трения. Взаимодействие деформируемых тел исследовано с учетом неоднородности геометрии и механики поверхностей контакта (материалы покрытия, упрочнения, трение и т. д.) [33].

В 2006 г. С.М. Айзекович и соавторы опубликовали обзор [34], в котором описываются новые и эффективные математические методы для решения задач статического взаимодействия в рамках теории упругости с неоднородной средой. В 2008 г. Н.В. Неустроева рассмотрела проблему контакта упругих тел разных размеров [35]. В 2011 г. М.А. Осипенко и Ю.И. Няшин предложили подход к решению некоторых задач одностороннего контакта [36]. В 2013 г. в книге [37] В.Л. Попов рассмотрел механизм взаимодействия контакта и его связь с физикой трения, что позволяет более глубоко понять физические явления трения.

1.1.2 Состояние исследований воздействия града на конструкцию самолета

Столкновение с градом и птицами может представлять реальную угрозу для открытых композитных конструкций, таких как обшивка фюзеляжа и крыльев самолета, передние кромки, гондолы двигателей и лопасти вентиляторов. Обычно удар крупных птиц является наиболее серьезной угрозой, но его обычно замечают и устраняют сразу же. В то же время, удар градом является более распространенным явлением и может приводить к множественным повреждениям, а возникающие повреждения во многих случаях остаются незамеченными.

Сильные конвективные в атмосфере явления, такие как град, давно являются потенциальной угрозой для безопасности воздушных судов [38; 39]. Даже кратковременное прохождение через зону града может привести к повреждению структуры самолета, такому как деформация, трещины и даже его пробитие

(проламывание), если его заденет град с высокой скоростью. Обычно передние кромки самолетов, которые подвергаются высокоскоростному удару, хорошо защищены и редко являются частью основной конструкции. Однако падающий град может вызвать серьезные повреждения самолетов, находящихся на земле, поскольку конечная скорость удара крупных градин достаточно велика, а поверхность фюзеляжа и крыльев слабо защищена от удара сверху. В этом состоянии легко повреждаются выступающие части, такие как фюзеляж, передний край, носовой обтекатель и двигатель, что серьезно влияет как на полетные характеристики, так и на работу механизмов.

В отчете для Европейского агентства авиационной безопасности (EASA) [40] была рассмотрена угроза воздействия града на самолеты. Согласно статистике, затраты на ремонт воздушных судов, вызванные столкновениями с посторонними объектами, достигают до \$3-4 миллиардов ежегодно по всему миру, что приводит к задержкам рейсов и авиационным происшествиям, дополнительно вызывая неизмеримые экономические потери. Наблюдения за поврежденными самолетами и экспериментальные испытания показали, что степень ущерба зависит от характеристик как града (масса, угол и скорость удара), так и ударяемой структуры (геометрия и материал).

Изучение погодных условий позволяет прогнозировать некоторые экстремальные погодные явления, что помогает избежать полетных маршрутов, проходящих через зоны града. Однако не всегда возможно точно предсказать многие обстоятельства, выходящие за рамки нашего влияния. Поэтому современные самолеты проектируются с учетом специальных требований, гарантирующих определенный уровень функциональности после столкновения с определенным количеством градин.

Пористая металлическая конструкция случайной (металлическая пена) или периодической топологии привлекает большое внимание авиационной индустрии благодаря своим характеристикам, таким как легкость, высокая прочность, устойчивость к ударам и высокий уровень проектируемости и т. д. [41–43]. Хотя воздействие града было признано серьезной проблемой с начала 1950-х годов,

более современные исследования последствий удара града о конструкции самолета редки [38]. Поскольку экспериментальные испытания дороги и сложны в выполнении, легко понять важность разработки численных моделей для воспроизведения и анализа последствий ударов градом. Фактически, после подтверждения экспериментальными данными воздействия града, установления разумных материальных параметров и геометрических особенностей можно обеспечить рациональную основу для проектирования конструкций, устойчивых к воздействию града [44].

В последние годы вопрос о воздействии града на самолеты вернулся в поле зрения исследователей в связи с частым возникновением сильных атмосферных погодных условий, что привело к увеличению количества соответствующих экспериментальных исследований [45] и численных моделирований [46]. Ким провел эксперименты и моделирование методом конечных элементов (МКЭ) воздействия града с различными скоростями на ламинированные углеродные композитные пластины и определил режим разрушения пластин в различных условиях [47; 48]. М. Мео численно смоделировал процесс повреждения композитных сотовых сэндвич-панелей при низкоскоростных ударах [49]. В результате экспериментов Юнгвирт С.Дж. [50] показал, что прочностные характеристики конструкций могут значительно улучшаться за счет наполнения решетчатой структуры эпоксидной смолой. Томас Г.Дж. [51], основываясь на экспериментах, обнаружил, что композитная структура со сложной решеткой имеет хорошую устойчивость к постоянному воздействию града. Б. Хан сравнил характеристики устойчивости к воздействию града у четырех сэндвич-панелей различного типа [52], и выявил, что пирамидальная сэндвич-структура обладает хорошей устойчивостью к воздействию града по результатам численного моделирования.

П. Геган и соавторы описывают модели, предназначенные для проведения численных расчетов высокоскоростного взаимодействия, деформации и разрушения твердых тел [53]. В этой работе был представлен численный безсеточный метод гидродинамики сглаженных частиц (Smoothed Particle

Hydrodynamics - SPH) в качестве нового подхода к моделированию задач удара. Полученная точность численных результатов позволила авторам заключить, что разработанные модели могут быть использованы в процессе сертификации и/или проектирования подвижных и неподвижных композитных конструкций, подверженных ударным нагрузкам.

Крупные градинки являются более опасными для авиационных двигателей, чем дождь или снег, в основном из-за своей более твердой кристаллической структуры и высокого содержания воды. Статья [54] описывает исследование поведения льда после удара, включая скорость частиц и направление их движения, с целью разработки мер защиты для двигателей. Для этого была создана экспериментальная установка, в которой сферические образцы льда налетали на жесткую пластину. Рассматривались три диаметра образцов (6,2; 12,9 и 27,5 мм) и четыре угла удара (20; 45; 67,2 и 90 градусов) при широком диапазоне скоростей удара (от 60 до 200 м/с). Полученные результаты могут быть использованы для проектирования и улучшения защиты авиационных двигателей от ударов града.

Эксперименты по стрельбе ледяными шарами различных размеров и скоростей в композитные панели различной толщины и с разными типами армирования проведены в работе Олссона Р. [55]. Для проверки разработанных моделей использовалась высокоскоростная фотосъемка и измерение деформации и прогиба композитных панелей. Экспериментальный результат сравнивался с прогнозами, полученными с помощью модели КЭ и аналитическими моделями, используя различные модели льда.

В работе [56] был проведен анализ удара ледяных ударников по многослойным композитным материалам. Были проведены высокоскоростные ударные испытания в широком диапазоне скоростей удара для двух различных диаметров частиц града и двух различных толщин композитной конструкции. Основным повреждением, наблюдаемым в композитах, было межслойное разрушение. Расслоение появлялось до того, как на образце наблюдались какие-либо визуальные повреждения. В большинстве случаев множественные разрушения происходили при достижении определенной скорости удара. Эта

скорость была измерена в ходе экспериментальных исследований в зависимости от диаметра ударника и толщины конструкции.

В работе [57] представлены результаты экспериментальных исследований воздействия многократных ударов имитаторов града на композитные материалы, которые часто используются при изготовлении элементов ветряных турбин. В работе [58] проведено экспериментальное исследование ударов частиц льда о стеклянную пластину. Основной целью эксперимента было изучение влияния температуры и скорости на распределение фрагментов частиц льда при ударе о стекло.

1.2 Решение контактно-ударных задач методом конечных элементов

МКЭ является одним из наиболее распространенных методов решения контактно-ударных задач. Он основан на дискретизации области, где происходит взаимодействие, на множество конечных элементов, соединенных узлами. Для решения задачи контакта и удара в МКЭ необходимо использовать специальные элементы, учитывающие деформации в области контакта и наличие удара. Такие элементы могут быть линейными и нелинейными, смешанными или гибридными. В процессе решения задачи МКЭ рассчитываются перемещения, деформации и напряжения в каждом элементе, а также перемещения и напряжения в узлах [59]. На основе полученных результатов можно оценить возможность разрушения материала, его деформационные характеристики и другие параметры, важные для анализа контактно-ударных задач [60].

Контактная система может содержать только одно тело или более одного тела, контактные воздействия могут происходить между двумя телами или внутри одного тела [61–63]. Однако в качестве модели исследования можно использовать двухтеловую контактную систему без потери общности [64]. Типичная двухтеловая контактная система показана на рисунке 1.1. Два тела занимают области Ω^1 и Ω^2 в некоторый момент времени $t=0$ в фиксированной глобальной системе координат $x_1(t)x_2(t)x_3(t)$, как показано на рисунке. С момента времени $t=0$ каждое тело подвергается заданным граничным нагрузкам и заданным силам, чтобы тело перемещалось и деформировалось, занимая новые области $\Omega^1(t)$ и

$\Omega^2(t)$ в момент времени $t > 0$. В приведенной выше и далее нотации $Q^n(t)$ означает, что величина Q определена для тела n в момент времени t .

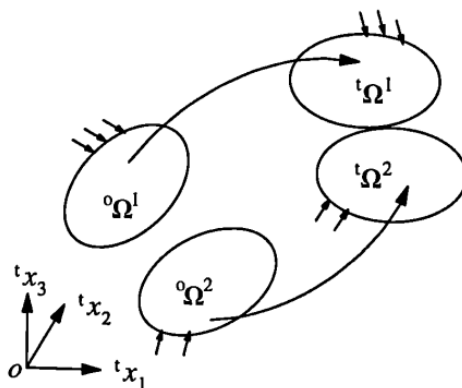


Рисунок 1.1 – Схема контактной системы двух тел [64]

Для простоты предполагается, что области $\Omega^1(t)$ и $\Omega^2(t)$ являются просто связными, так что в любом из тел нет внутренних границ. Границы $\Omega^1(t)$ и $\Omega^2(t)$ обозначены $\Gamma^1(t)$ и $\Gamma^2(t)$ соответственно, а внутренние объемы - $\Omega^1(t)$ и $\Omega^1(t)$ соответственно. Таким образом, имеет место следующее соотношение [64]:

$$\bar{\Omega}^n(t) = \Omega^n(t) \cup \Gamma^n(t); \quad n = 1, 2, \quad (1.1)$$

где n обозначает номер тела, а \cup - оператор объединения.

В любой момент времени t граница каждого контактного тела может быть определена как:

$$\Gamma^n(t) = \Gamma_D^n(t) \cup \Gamma_F^n(t) \cup \Gamma_0^n(t); \quad n = 1, 2, \quad (1.2)$$

где $\Gamma^n(t)$ обозначает общую границу тела n , $\Gamma_D^n(t)$ и $\Gamma_F^n(t)$ - части границы $\Gamma^n(t)$, на которых заданы перемещения и граничные нагрузки соответственно, а $\Gamma_0^n(t)$ - часть границы, на которой может происходить контакт-удар.

При изучении задач контактного удара мы хотим предсказать поведение контактной системы от момента времени $t = 0$ до $t = T > 0$, то есть в пределах временного интервала $[0, T]$. Поведение контактной системы определяется тремя основными группами уравнений: уравнением движения, уравнениями деформирования и начальными и граничными условиями. Граничные условия могут быть классифицированы на две категории: заданные граничные условия и изменяемые граничные условия. Заданные граничные условия не зависят от

деформации, а изменяемые граничные условия зависят от деформации.

Пусть вектор положения точки A в теле обозначается через $x(t)$ в момент времени t . Кроме того, x_0 обозначается X для идентификации материальной частицы в теле. Предполагается, что существует однозначное отображение между X и $x(t)$. Таким образом, можно написать [64]:

$$x(t) = x(t, X). \quad (1.3)$$

Тогда полное смещение частицы X от $t=0$ до $t > 0$ равно

$$u(t) = x(t, X) - X. \quad (1.4)$$

В дальнейшем компоненты $u(t)$, $x(t)$ и X будут обозначаться $u_i(t)$, $x_i(t)$ и X_i , $i = 1 - 3$, соответственно.

Рассмотрим теперь материальный линейный элемент dX с бесконечно малой длиной dX до деформации, см. рисунок 1.2. Этот материальный линейный элемент изменяется на dx при деформации. Связь между dx и dX можно установить с помощью уравнения (1.3), т.е.

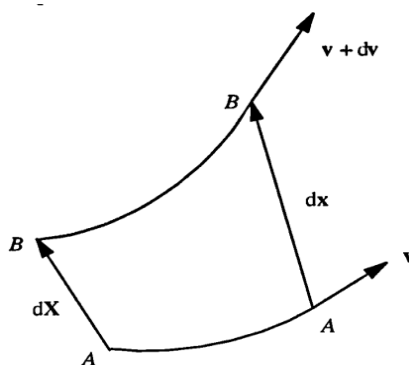


Рисунок 1.2 – Движение и деформация материального элемента линии

$$dx_i = F_{ij}(t) dX_j, \quad (1.5)$$

где $F_{ij}(t)$ - градиент деформации с компонентой $F_{ij}(t) = \frac{\partial x_i(t)}{\partial X_j}$.

Одной из распространенных мер напряжения является тензор напряжения Коши, который дает фактические напряжения в воображаемой точке внутри тела. Пусть X обозначает тензор напряжения Коши. Тогда вектор нагрузок на произвольной плоскости в точке может быть получен [64]:

$$q_i(t) = \sigma_{ij}(t) N_j, \quad (1.6)$$

где N - это единичный вектор нормали к плоскости. В частности, уравнение может быть применено к точке на границе, чтобы получить граничное условие, которое должно быть удовлетворено полем напряжений внутри тела.

Альтернативной мерой напряжения является второй тензор напряжений Пиолы–Кирхгофа, обозначаемый $s(t)$. Вторым тензором напряжений Пиолы–Кирхгофа является псевдо-тензором напряжения и связан с тензором напряжения Коши следующим образом [64]:

$$s_{ij}(t) = \frac{\rho_0}{\rho(t)} x_{i,k}(t) \sigma_{kl}(t) x_{j,l}(t), \quad (1.7)$$

где ρ_0 и $\rho(t)$ обозначают плотность массы в момент времени 0 и t соответственно, и $x_{i,k}(t) = \frac{\partial X_i}{\partial x_k(t)}$.

Уравнение движения внутри тела можно записать в виде [64]:

$$\frac{\partial \sigma_{ij}(t)}{\partial x_j(t)} + b_i(t) = \rho(t) a_i(t), \quad (1.8)$$

где $b_i(t)$ обозначает i -й компонент вектора силы тела $b(t)$ и $a_i(t)$ - i -й компонент вектора ускорения $a(t)$ в точке тела, т.е:

$$a_i(t) = \frac{\partial^2 u_i(t)}{\partial t^2}. \quad (1.9)$$

Деформационные уравнения зависят от свойств материала. Для линейно-упругих материалов соотношение между напряжением и деформацией может быть выражено обобщенным законом Гука:

$$s_{ij}(t) = c_{ijkl} \varepsilon_{kl}(t), \quad (1.10)$$

где c_{ijkl} - материальные константы. Более общим является предположение о существовании упругого потенциала $W_e(t)$, такого что [64]:

$$s_{ij}(t) = \frac{\partial W_e(t)}{\partial \varepsilon_{ij}(t)}. \quad (1.11)$$

Уравнение (1.10) получается из уравнения (1.11), предполагая что:

$$W_e(t) = \frac{1}{2} c_{ijkl} \varepsilon_{ij}(t) \varepsilon_{kl}(t). \quad (1.12)$$

Деформация внутри тела определяется как изменение ΔX квадрата длины линейного элемента материала dX , т.е [64].

$$\Delta X = dx \cdot dx - dX \cdot dX. \quad (1.13)$$

Подставив уравнение (1.5) в уравнение (1.13), получим

$$\Delta X = F_{ik}(t)F_{il}(t)dX_k dX_l - dX_k dX_k = (F_{ik}(t)F_{il}(t) - \delta_{kl})dX_k dX_l. \quad (1.14)$$

На основании уравнения (1.14) тензор деформаций Грина-Лагранжа, обозначаемый $\varepsilon(t)$ с компонентой $\varepsilon_{ij}(t)$, теперь определяется следующим образом:

$$\varepsilon_{ij}(t) = (F_{ki}(t)F_{kj}(t) - \delta_{ij}) / 2. \quad (1.15)$$

Из уравнения (1.4) можно получить, что

$$F_{ij}(t) = u_{i,j}(t) + \delta_{ij}, \quad (1.16)$$

где $u_{i,j}(t) = \frac{\partial u_i(t)}{\partial X_j}$.

Подстановка уравнения (1.16) в уравнение (1.15) дает

$$\varepsilon_{ij}(t) = (u_{i,j}(t) + u_{j,i}(t) + u_{k,i}(t)u_{k,j}(t)) / 2 \quad (1.17)$$

При малых деформациях третьим членом в скобках в уравнении (1.17) можно пренебречь, что дает инженерную деформацию $e(t)$ с компонентами $e_{ij}(t)$, определяемыми как

$$e_{ij}(t) = (u_{i,j}(t) + u_{j,i}(t)) / 2. \quad (1.18)$$

При определении тензора деформации Грина - Лагранжа $\varepsilon(t)$ и технической деформации $e(t)$ принимать полное смещение частицы от ее начального положения к конечному положению без учета траектории движения частицы.

При малых деформациях можно записать [64]:

$$\sigma_{ij}(t) = c_{ijkl} e_{kl}(t). \quad (1.19)$$

В силу симметрии как в $\sigma(t)$, так и в $e(t)$, удобно ввести следующие векторы напряжения и деформации:

$$\sigma = (\sigma_{11}, \sigma_{22}, \sigma_{33}, \sigma_{12}, \sigma_{23}, \sigma_{13})^T, \quad (1.20)$$

$$e = (e_{11}, e_{22}, e_{33}, 2e_{12}, 2e_{23}, 2e_{13})^T. \quad (1.21)$$

Тогда определяющее уравнение можно записать в виде [64]:

$$\sigma(t) = C e(t), \quad (1.22)$$

где C представляет собой матрицу коэффициентов материала 6×6 .

Для изотропных упругих материалов:

$$C = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1-\nu & \nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & 1-\nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & \nu & 1-\nu & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & (1-2\nu)/2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & (1-2\nu)/2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & (1-2\nu)/2 \end{bmatrix}, \quad (1.23)$$

где E - модуль Юнга и ν - коэффициент Пуассона [64].

Начальные условия, которым должно удовлетворять поле перемещений $u(t)$, могут быть просто выражены как [64]:

$$u(X,0) = \bar{u} \quad \text{на } \Omega_0, \quad (1.24)$$

$$v(X,0) = \bar{v} \quad \text{на } \Omega_0, \quad (1.25)$$

где $u(X,0)$ и $v(X,0)$ обозначают начальные перемещения и начальные скорости в пределах начальных областей контактных тел, а \bar{u} и \bar{v} заданные значения для $u(X,0)$ и $v(X,0)$ соответственно.

Чтобы определить граничные условия, в каждой точке $x(t)$ на границе $\Gamma(t)$ вводится набор единичных векторов. Предположим, что граница $\Gamma(t)$ везде гладкая, так что внешний единичный вектор нормали, обозначаемый $N_1(t)$, может быть определен в любой точке $x(t)$ на $\Gamma(t)$. Введем теперь два ортогональных тангенциальных единичных вектора $N_2(t)$ и $N_3(t)$ в $x(t)$. Предположим, что $N_2(t)$ и $N_3(t)$ выбраны так, чтобы выполнялось следующее условие [64]:

$$N_1(t) = \pm N_2(t) \times N_3(t) \quad (1.26)$$

Граничные условия смещения и граничные условия нагрузки теперь можно сформулировать соответственно следующим образом [65]:

$$u(t) = \bar{u}(t) \quad \text{на } \Gamma_D(t), \quad (1.27)$$

$$\sigma_{ij}(t) N_{ij}(t) = \bar{q}_i(t) \quad \text{на } \Gamma_F(t), \quad (1.28)$$

где $\bar{u}(t)$ - заданное перемещение, $\bar{q}_i(t)$ - i -я компонента заданного граничного тягового усилия $\bar{q}(t)$, а $N_{ij}(t)$ обозначает j -ю компоненту единичного нормального

граничного вектора $N_i(t)$ на $\Gamma_F(t)$.

Предположим, что две граничные точки $x_1(t)$ и $x_2(t)$ соприкасаются друг с другом в момент времени t и что единичные граничные векторы в этих двух точках таковы [64]:

$$N_i^1(t) = -N_i^2(t); \quad i = 1-3. \quad (1.29)$$

Две граничные точки и связанные с ними нормальные и тангенциальные векторы изображены на рисунке 1.3.

Обозначим контактное усилие в точке $x^n(t)$ через $q^n(t)$. Тогда по третьему закону Ньютона имеем [64]:

$$q^1(t) = -q^2(t), \quad (1.30)$$

где $q^n(t) = q_i^n(t)N_i^n; \quad n = 1, 2; \quad i = 1-3. \quad (1.31)$

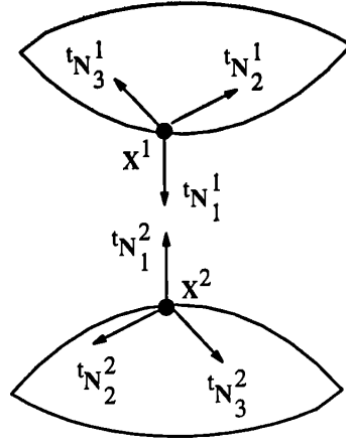


Рисунок 1.3 – Две точки соприкосновения и связанные с ними граничные единичные векторы

Из уравнений (1.29) – (1.31) можно обнаружить [64]:

$$q_i^1(t) = q_i^2(t); \quad i = 1-3. \quad (1.32)$$

Учитывая уравнение (1.32), мы будем опускать правые верхние индексы 1 и 2 в дальнейшем. Таким образом, можно говорить о $q_1(t)$, $q_2(t)$ и $q_3(t)$.

Если две контактные границы не должны быть сварены между собой, растягивающие усилия на контактирующих границах не допускаются. Должны тогда иметь [64]:

$$q_i(t) \leq 0. \quad (1.33)$$

Условие (1.33) будем называть условием механического контакта, поскольку оно является ограничением контактной силы.

Касательные компоненты $q_2(t)$, $q_3(t)$ связаны с нормальной составляющей $q_1(t)$ законом трения. Согласно классическому закону трения Кулона, который до сих пор широко используется, тангенциальные компоненты трения ограничены следующим образом [64]:

$$q_t(t) = \sqrt{(q_2(t))^2 + (q_3(t))^2} \leq \nu q_1(t). \quad (1.34)$$

где $q_t(t)$ обозначает величину тангенциального контактного сцепления на границе, а ν - коэффициент трения, который зависит от характера соприкасающихся границ.

Две точки контакта остаются сцепленными, если $q_t(t)$ меньше $\nu q_1(t)$. В противном случае произойдет относительное скольжение между двумя точками. У нас есть [64]:

$$\bar{v}_t(t) = \bar{v}(t) - (\bar{v}(t) \cdot N_1^2(t)) N_1^2(t) = 0 \quad \text{если } q_t(t) < \nu q_1(t), \quad (1.35)$$

$$\bar{v}_t(t) = -\lambda q_t^2(t) \quad \text{если } q_t(t) = \nu q_1(t), \quad (1.36)$$

где $\bar{v}(t) = v^1(t) - v^2(t)$; $v^1(t)$ и $v^2(t)$ обозначают скорости в $x^1(t)$ и $x^2(t)$ соответственно, а $q_t^2(t)$ - тангенциальная составляющая контактной тяги $q^2(t)$, т.е.

$$q_t^2(t) = q_2(t) N_2^2(t) + q_3(t) N_3^2(t). \quad (1.37)$$

Кроме того [64]

$$\sigma_{ij}(t) N_{ij}(t) = 0 \quad \text{на } \Gamma_0(t) - \Gamma_C^1(t) \cup \Gamma_C^2(t), \quad (1.38)$$

где $\Gamma_C^1(t) = \{x(X^h, t) | x(X^h, t) \cap \bar{\Omega}^2(t) \neq \emptyset, X^h \in \Gamma^1\}$,

$\Gamma_C^2(t) = \{x(X^t, t) | x(X^t, t) = x^1(t), X^t \in \bar{\Omega}^2, x^1(t) \in \Gamma_C^1(t)\}$.

Основываясь на приведенных выше описаниях, задачу контактного удара можно формально сформулировать следующим образом:

Для заданных $\bar{q}(t)$ на Γ_F и $b(t)$ на Ω , $t \in 0, T]$, найти $u(x, t)$ для всех $t \in 0, T]$ таких, что выполнены все следующие условия:

1. Уравнение движения (1.8)
2. Уравнение деформирования (1.10)
3. Начальные условия (1.24) и (1.25)

4. Граничные условия (1.27) и (1.28)
5. Условия контакта (1.32) – (1.36), (1.38)

Чтобы обеспечить основу для конечно-элементной дискретизации контактной задачи, задаче обычно дается вариационная формулировка с применением энергетических методов. Обычно используются два основных энергетических метода. Это принцип стационарности полной потенциальной энергии и принцип минимизации виртуальной работы.

Рассмотрен принцип полной стационарной потенциальной энергии тела из упругого материала, подвергнутого малому перемещению u . Деформация, соответствующая u , приводит к полю напряжений в соответствии с законом Гука:

$$\sigma(u) = Ce(u), \quad (1.39)$$

где $\sigma(u)$ и $e(u)$ - векторы напряжений и деформаций, определенные в уравнении (1.20) и (1.21). Тогда полную потенциальную энергию тела можно найти как [64]

$$\Pi(u) = \frac{1}{2} \int_{\Omega} e^T C e \, d\Omega - \int_{\Omega} u \cdot b \, d\Omega - \int_{\Gamma_F} u \cdot q \, d\Omega - U_d^T F, \quad (1.40)$$

где F - вектор-столбец, содержащий возможные сосредоточенные силы на теле, а U_d - вектор-столбец, содержащий перемещения в точках, на которые действуют сосредоточенные силы.

Используя стандартные процедуры конечных элементов, дискретизированную форму уравнения (1.40) можно получить следующим образом [64]:

$$\Pi(U) = \frac{1}{2} U^T K U - U^T F, \quad (1.41)$$

где U - глобальный вектор смещения, K - глобальная матрица жесткости, а F - глобальный вектор нагрузки.

Если имеется контактирующих узлов, с помощью МКЭ дискретизированное кинематическое условие контакта теперь можно записать [64]:

$$P = QU + P_0 = 0, \quad (1.42)$$

где $P = \{p^1, p^2, \dots, p^L\}^T$; $P_0 = \{p_0^1, p_0^2, \dots, p_0^L\}^T$; p_0 обозначает любое начальное проникновение (или зазор), а p любое проникновение после деформации.

Для учета контактного взаимодействия чаще всего применяются метод множителей Лагранжа, метод штрафов или их комбинации. Однако в этих методах решается одна система уравнений для всех контактирующих тел.

1.2.1 Метод множителей Лагранжа

В методе множителей Лагранжа минимизируемая функция заменяется следующей функцией [64]:

$$\Pi_L(U, \Lambda) = \frac{1}{2} U^T K U - U^T F + \Lambda^T (Q U + P_0), \quad (1.43)$$

где Λ - неизвестный вектор, содержащий столько элементов, сколько уравнений связи в уравнении (1.43). Элементы вектора Λ известны как множители Лагранжа.

Задача условной минимизации теперь преобразуется в следующую задачу о перевале [64]: Найдите U и Λ такие, что $\Pi_L(U, \Lambda)$ стационарно, т.е.

$$\frac{\partial \Pi_L}{\partial U} = 0, \quad (1.44)$$

$$\frac{\partial \Pi_L}{\partial \Lambda} = 0. \quad (1.45)$$

Уравнение (1.44) дает

$$K U - F + Q^T \Lambda = 0. \quad (1.46)$$

а уравнение (1.45) дает

$$Q U + P_0 = 0. \quad (1.47)$$

Объединение уравнений (1.46) и (1.47), получаем

$$K_L U_L = F_L, \quad (1.48)$$

где $K_L = \begin{bmatrix} K & Q^T \\ Q & 0 \end{bmatrix}$; $U_L = \begin{Bmatrix} U \\ \Lambda \end{Bmatrix}$; $F_L = \begin{Bmatrix} F \\ -P_0 \end{Bmatrix}$.

Решая уравнение (1.48), мы можем получить перемещение U и множители Лагранжа Λ . Элементы вектора Λ интерпретируются как контактные силы в соответствующих контактирующих узлах. Метод множителей Лагранжа также используется и обсуждается, например, у Айронса Б.М. и Дрейпера К.Дж. [66], Сабо Б.А. и Кассоса Т. [67] и Катона М.Г. [68].

1.2.2 Метод штрафа

В методе штрафа функция штрафа вводится следующим образом [69]:

$$\pi_p = \frac{1}{2} P^T \alpha P, \quad (1.49)$$

где α – диагональная матрица с элементами α_{ii} , $i = 1, M$, являющимися параметрами штрафа.

Теперь минимизируемая функция заменяется на [69]

$$\Pi_p = \Pi + \pi_p = \frac{1}{2} U^T K U - U^T F + \frac{1}{2} P^T \alpha P. \quad (1.50)$$

Затем задача минимизации с ограничениями преобразуется в следующую задачу минимизации без ограничений: Найдите такое U , при котором Π_p минимизируется [69].

Чтобы найти минимум внутренней, Π_p предполагают стационарным, вызывая следующее состояние [69]:

$$\frac{\partial \Pi_p}{\partial U} = 0. \quad (1.51)$$

Подставляя уравнения (1.50) и (1.42) в (1.51), можно получить

$$K_p U = F_p, \quad (1.52)$$

где $K_p = K + Q^T \alpha Q$; $F_p = F - Q^T \alpha P_0$.

Решение уравнения (1.52) дает перемещение U . Тогда контактные силы рассчитываются как [69]:

$$F_c = \alpha P, \quad (1.53)$$

где проникновение P является функцией вектора смещения U .

Метод штрафов также используется и обсуждается, например, в работах Зенкевича О.К. [70], Лёстедта П. [71–73], Охтаке К. и др. [74], Кикучи Н. и Сонга Ю.Дж. [75], Кикучи Н. [76], Асано Н. [77] и Кулака Р.Ф. [78]. В некоторых исследованиях между двумя контактирующими границами вводятся интерфейсные элементы. Такое обращение с контактным интерфейсом в некотором смысле связано с методом штрафов. Элементы интерфейса используются, например, в

работах Шафтера Х. [79], Стадтера Дж.Т. и Вайса Р.О. [80], Даттагуру Б. и др. [81] и Бай С.Л. и Чжао Х.Г. [82].

1.2.3 Расширенный метод Лагранжа

В расширенном методе Лагранжа сочетаются метод множителей Лагранжа и метод штрафов. Минимизируемая функция заменяется следующей функцией [64]:

$$\Pi_{AL}(U, \Lambda) = \Pi_L(U, \Lambda) + \pi_p = \frac{1}{2} U^T K U - U^T F + \Lambda^T (Q U + P_0) + \frac{1}{2} P^T \alpha P. \quad (1.54)$$

Элементы вектора Λ известны как множители Лагранжа, α являются параметрами штрафа. Задача условной минимизации теперь преобразуется в следующую задачу [64]: Найдите U и Λ такие, что $\Pi_L(U, \Lambda)$ стационарно, т.е.

$$\frac{\partial \Pi_{AL}}{\partial U} = 0, \quad (1.55)$$

$$\frac{\partial \Pi_{AL}}{\partial \Lambda} = 0. \quad (1.56)$$

Тогда уравнения (1.55) и (1.56) преобразуются к следующему виду [83]:

$$K_{AL} U_{AL} = F_{AL}, \quad (1.57)$$

где
$$K_{AL} = \begin{bmatrix} K + Q^T \alpha Q & Q^T \\ Q & 0 \end{bmatrix}; \quad U_{AL} = \begin{Bmatrix} U \\ \Lambda \end{Bmatrix}; \quad F_{AL} = \begin{Bmatrix} F + Q^T \alpha P_0 \\ -P_0 \end{Bmatrix}.$$

Решая уравнение (1.57), мы можем получить U и Λ . Расширенный метод Лагранжа также используется и обсуждается, например, у М. Фортина [83] и Р. Гловински [84].

1.3 Основные критерии разрушения композитов в контактных задачах

Контакт с телом может привести к локальному повреждению композитных материалов и повлиять на прочность структуры. В работе [85] описаны этапы разрушения слоистого композитного материала. Начальным этапом является разрушение первого слоя или группы слоев, после чего материал продолжает нести нагрузку. Затем происходит разрушение всего слоистого композитного материала. Разрушение композитного материала происходит на

микроуровне из-за повреждения волокон, матрицы или расслоения. Локальные разрушения не предсказывают общие повреждения ламината. Для оценки прочности и разрушения структуры с использованием композитного материала необходимо определить напряженно - деформационное состояние (НДС) структурных элементов.

Критерии разрушения - это математические выражения, связывающие фактические напряжения, присутствующие в материале, с предельными напряжениями, которые он может выдержать. Когда эти критерии нарушаются или превышаются, исчезает целостность материала и среда местно разрушается. Большинство критериев разрушения для композитов считаются макроскопическими.

Критерии разрушения композитных материалов разделяются на две основные группы:

- энергетические критерии
- феноменологические критерии

Исследования, связанные с разрушением композитных материалов [86; 87], позволили провести ряд классификаций, основанных на множестве критериев разрушения (критерии максимальных напряжений или деформаций, Цай, Пак, Чамиса, Розена и т.д.). Энергетические или тензорные критерии, наиболее известным из которых является критерий Цай-Ву или Цай-Хилл [88], основаны на обобщении критериев пластичности Людвиг фон Мизеса. Недостаток энергетических критериев заключается в том, что невозможно различить составные виды разрушения. Феноменологические критерии пытаются связать критерий с каждым видом разрушения.

Самый старый критерий - квадратичный критерий разрушения Хашина [89] применяется к однонаправленным композитам и основан на четырех основных видах разрушения. Критерий Хашина был усовершенствован его автором и развивался. Критерий Пака [90], например, вводит понятие критической плоскости и модели типа трения Кулона для разрушений сжатия/сдвига. Критерий LaRC02, а затем критерий LaRC03 [91] детализируют и упрощают процедуру получения

параметров. Использование феноменологических критериев более сложно, чем использование полиномиальных критериев, поскольку необходимо определить значение каждого критерия для каждого вида разрушения. Однако это необходимый шаг при выполнении сложных композитных моделирований.

Простейшими теориями разрушения являются критерии максимального напряжения и максимальной деформации. Наиболее популярным критерием разрушения является квадратичный критерий разрушения Цай-Ву. Другие популярные обобщенные критерии разрушения включают критерии Хилла, Цай-Хилла и Хоффмана. В данной работе применяются наиболее известные и надежные критерии разрушения для слоистых материалов: Цай–Хилла, Цай-Ву, Хоффман, Хашин и максимального напряжения. Эти критерии используют один и тот же набор параметров прочности, имеющих простое физическое значение и могут быть измерены экспериментально, однако они могут показывать различные размеры и формы области разрушения при одинаковой постановке задачи.

Коэффициент запаса прочности (RF - Reserve Factor) - отношение между предельной нагрузкой и приложенной нагрузкой, характеризующее близость к разрушению. Коэффициент RF менее 1,0 в некотором месте означает, что материал разрушен в данном месте. При RF 1,0 материал начинает разрушаться, а значения RF более 1,0 указывают на прочность материала. В практических применениях более распространено использование обратного коэффициента запаса прочности (IRF - Inverse Reserve Factor). IRF рассчитывается как обратное значение RF и предоставляет меру запаса прочности. В следующих формулах будем обозначать IRF как f , значение коэффициента f больше или равное 1 соответствует разрушению, а значение меньше 1 - целостности.

Критерий максимальных напряжений, сформулированный Ранкином В. Дж. для изотропных материалов [92], был адаптирован Дженкинсом К.Ф. для определения прочности ортотропных материалов [93]. Этот критерий определяется как максимальное отношение между реальным напряжением и предельным напряжением, определенное в материальной системе слоя.

Следовательно, функция коэффициентов f может быть записана

следующим образом:

$$f = \max \left(\left| \frac{\sigma_{11}}{X} \right|, \left| \frac{\sigma_{22}}{Y} \right|, \left| \frac{\sigma_{33}}{Z} \right|, \left| \frac{\tau_{12}}{S} \right|, \left| \frac{\tau_{13}}{R} \right|, \left| \frac{\tau_{23}}{Q} \right| \right), \quad (1.58)$$

где f - обратный коэффициент запаса прочности

$\sigma_{11} \geq 0 \rightarrow X = X_p; \sigma_{11} < 0 \rightarrow X = X_c; \sigma_{22} \geq 0 \rightarrow Y = Y_p; \sigma_{22} < 0 \rightarrow Y = Y_c;$
 $\sigma_{33} \geq 0 \rightarrow Z = Z_p; \sigma_{33} < 0 \rightarrow Z = Z_c$ (индексами p и c обозначены характеристики прочности при растяжении и сжатии соответственно); $\sigma_{11}, \sigma_{22}, \sigma_{33}$ - тензор эффективных напряжений в соответствующем направлении; X, Y, Z, S, R, Q - пределы прочности материала, определенные для одноосного растяжения (сжатия) и сдвига.

Критерий максимального напряжения является одним из наиболее широко используемых критериев разрушения для прогнозирования разрушения композитных материалов, поскольку этот критерий менее сложен. Этот критерий является линейным, основанным на напряжении и зависит от вида разрушения без учета одновременного деформирования. Разрушение происходит, когда компоненты напряжения превышают соответствующую предельную прочность в растяжении или сжатии.

Теория разрушения для анизотропных материалов была предложена Хиллом Р. [94]. Предложенная теория на самом деле является критерием текучести, но в контексте композитных материалов пределы прочности рассматриваются как ограничения на линейно-упругое поведение. Критерий Хилла является расширением известного и широко применяемого критерия фон Мизеса для изотропных материалов. Критерий фон Мизеса связан с деформационной энергией потери формы, а не с дилатацией (изменением объема). В случае ортотропных материалов деформационные и дилатационные эффекты не могут быть разделены, поэтому эта теория, примененная к композитным материалам, не является теорией деформационной энергии. Параметры прочности разрушения в теории Хилла были впервые связаны с пределами прочности ортотропного ламината Цай С.В. [95]. Поэтому эта теория разрушения для ортотропных материалов называется *теорией*

Цай-Хилла. Коэффициенты вычисляются следующим образом [95]:

$$F_{11} = \frac{1}{X^2}; F_{22} = \frac{1}{Y^2}; F_{44} = \frac{1}{Q^2}; F_{55} = \frac{1}{R^2}; F_{66} = -\frac{1}{S^2}; F_{12} = -\frac{1}{2X^2}; F_1 = 0; F_2 = 0 \quad (1.59)$$

Функцию критерия прочности Цая-Хилла для однонаправленных слоев можно записать в виде:

$$f = \left(\frac{\sigma_{11}}{X} \right)^2 + \left(\frac{\sigma_{22}}{Y} \right)^2 + \left(\frac{\tau_{12}}{S} \right)^2 - \frac{\sigma_{11}\sigma_{22}}{X^2}, \quad (1.60)$$

Функцию критерия прочности Цая-Хилла для тканых слоев можно записать в виде:

$$f = \left(\frac{\sigma_{11}}{X} \right)^2 + \left(\frac{\sigma_{22}}{Y} \right)^2 + \left(\frac{\tau_{12}}{S} \right)^2 - \left(\frac{1}{X^2} + \frac{1}{Y^2} \right) \sigma_{11}\sigma_{22}. \quad (1.61)$$

Для полного трехмерного случая может быть использована другая формулировка:

$$(G + H)\sigma_{11}^2 + (F + H)\sigma_{22}^2 + (F + G)\sigma_{33}^2 - 2H\sigma_{11}\sigma_{22} - 2G\sigma_{11}\sigma_{33} - F\sigma_{22}\sigma_{33} + 2L\tau_{23}^2 + 2M\tau_{13}^2 + 2N\tau_{12}^2 = 1 \quad (1.62)$$

где

$$F = \frac{1}{2} \left(-\frac{1}{X^2} + \frac{1}{Y^2} + \frac{1}{Z^2} \right); G = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{X^2} - \frac{1}{Y^2} + \frac{1}{Z^2} \right); \quad (1.63)$$

$$H = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{X^2} + \frac{1}{Y^2} - \frac{1}{Z^2} \right); N = \frac{1}{2S^2}; M = \frac{1}{2R^2}; L = \frac{1}{2Q^2};$$

Критерий Цая–Хилла не определяют различные формы разрушения, включая разрушение волокон, матрицы и расслоения. Экспериментальная поддержка этой теории была продемонстрирована несколькими авторами, например, [96].

Критерий разрушения Цай–Ву является более всесторонним, так как он учитывает суммарную энергию деформации для прогнозирования разрушений [97; 98]. В отличие от критерия Цай-Хилла, критерий Цай-Ву учитывает различные пределы прочности при сжатии и растяжении. Это особенно важно для ортотропных материалов, где характеристики прочности могут отличаться в разных направлениях. Для плоского напряженного состояния коэффициенты критерия прочности Цая-Ву имеют значения:

$$F_{11} = \frac{1}{X_p X_c}; F_{22} = \frac{1}{Y_p Y_c}; F_{44} = \frac{1}{Q^2}; F_{55} = \frac{1}{R^2}; F_{66} = \frac{1}{S^2};$$

$$F_1 = \frac{1}{X_p} - \frac{1}{X_c}; F_2 = \frac{1}{Y_p} - \frac{1}{Y_c}.$$
(1.64)

Коэффициент запаса прочности можно записать в виде:

$$f = F_{11}\sigma_{11}^2 + F_{22}\sigma_{22}^2 + F_{44}\tau_{23}^2 + F_{55}\tau_{13}^2 + F_{66}\tau_{12}^2 + F_1\sigma_{11} + F_2\sigma_{22} + 2F_{12}\sigma_{11}\sigma_{22}. \quad (1.65)$$

Оставшийся коэффициент F_{12} может быть определен на основе результатов двухосных испытаний. Р. Пайпс и Р. Коул получили превосходное согласие между теорией Цай-Ву и экспериментальными данными для образцов бор/эпоксидная смола [99]. В своих тестах Цай-Ву и Цай-Хилла прогнозировали сильные стороны, которые полностью совпадали. В [100] Ион Ф. и Думитрита Г. экспериментально определили коэффициенты критерия разрушения Цай-Ву, а также критерии проверки композитов из стекловолокна.

Критерий Хоффмана [101] является расширением теории Цай-Хилла. В теории Цай-Хилла параметры прочности определяются без учета различий между предельными напряжениями в растяжении и сжатии. Однако следует реалистично учитывать различия между прочностями в растяжении и сжатии, которые характеризуют хрупкое поведение. Поэтому коэффициенты F_{12} , F_{23} и F_{13} для трехмерного напряженного состояния определяются из критической прочности материала при сжатии и при растяжении:

$$F_{12} = \frac{1}{X_p X_c} + \frac{1}{Y_p Y_c} - \frac{1}{Z_p Z_c}; F_{13} = \frac{1}{X_p X_c} - \frac{1}{Y_p Y_c} + \frac{1}{Z_p Z_c};$$

$$F_{23} = -\frac{1}{X_p X_c} + \frac{1}{Y_p Y_c} + \frac{1}{Z_p Z_c}.$$
(1.66)

Коэффициент прочности по критерию Хоффмана для трехмерного напряженного состояния определяется следующим выражением:

$$f = \frac{\sigma_{11}^2}{X_p X_c} + \frac{\sigma_{22}^2}{Y_p Y_c} + \frac{\sigma_{33}^2}{Z_p Z_c} + \frac{\tau_{23}^2}{Q^2} + \frac{\tau_{13}^2}{R^2} + \frac{\tau_{12}^2}{S^2} - F_{12}\sigma_{11}\sigma_{22} - F_{23}\sigma_{22}\sigma_{33} -$$

$$- F_{13}\sigma_{11}\sigma_{33} + \frac{\sigma_{11}}{X_p X_c} + \frac{\sigma_{22}}{Y_p Y_c} + \frac{\sigma_{33}}{Z_p Z_c}.$$
(1.67)

Коэффициент запаса прочности f для плоского напряженного состояния имеют вид:

$$f = \frac{\sigma_{11}^2}{X_p X_c} + \frac{\sigma_{22}^2}{Y_p Y_c} + \frac{\tau_{12}^2}{S^2} - \frac{1}{X_p X_c} \sigma_{11} \sigma_{22} + \frac{\sigma_{11}}{X_p X_c} + \frac{\sigma_{22}}{Y_p Y_c}. \quad (1.68)$$

Критерий прочности Хашина [89] включает критерии прочности волокон и матрицы при растяжении и сжатии, а также критерии расслоения при растяжении и сжатии.

Для волокон коэффициент прочности при растяжении $f_{вр}$ и при сжатии $f_{вс}$:

$$f_{вр} = \left(\frac{\sigma_{11}}{X_p} \right)^2 + \left(\frac{\tau_{12}}{S} \right)^2 + \left(\frac{\tau_{13}}{R} \right)^2, \quad (1.69)$$

$$f_{вс} = \left(\frac{\sigma_{11}}{X_c} \right)^2. \quad (1.70)$$

Для матриц коэффициент прочности при растяжении $f_{мр}$ и при сжатии $f_{мс}$:

$$f_{мр} = \left(\frac{\sigma_{22} + \sigma_{33}}{Y_p} \right)^2 + \frac{\sigma_{23}^2 - \sigma_{22} \sigma_{33}}{Q^2} + \left(\frac{\tau_{12}}{S} \right)^2 + \left(\frac{\tau_{13}}{R} \right)^2, \quad (1.71)$$

$$f_{мс} = \left(\frac{\sigma_{22} + \sigma_{33}}{2Q} \right)^2 + \frac{\sigma_{22} + \sigma_{33}}{Y_c} \left[\left(\frac{Y_c}{2Q} \right)^2 - 1 \right] + \frac{\sigma_{23}^2 - \sigma_{22} \sigma_{33}}{Q^2} + \left(\frac{\tau_{12}}{S} \right)^2 + \left(\frac{\tau_{13}}{R} \right)^2. \quad (1.72)$$

Для межслойного расслоения коэффициент прочности при растяжении $f_{рр}$ и при сжатии $f_{рс}$:

$$f_{рр} = \left(\frac{\sigma_{33}}{Z_p} \right)^2 + \left(\frac{\tau_{23}}{Q} \right)^2 + \left(\frac{\tau_{13}}{R} \right)^2, \quad (1.73)$$

$$f_{рс} = \left(\frac{\sigma_{33}}{Z_c} \right)^2 + \left(\frac{\tau_{23}}{Q} \right)^2 + \left(\frac{\tau_{13}}{R} \right)^2. \quad (1.74)$$

Считается, что разрушение происходит, когда один из частных критериев прочности достигает единицы.

1.4 Программные продукты для решения контактных задач

Проблема математического моделирования контактного взаимодействия актуальна в современном машиностроении. Аналитическое решение для контактных задач часто невозможно, а МКЭ - эффективный метод их исследования [102]. Компьютерное моделирование с использованием численных методов, таких как МКЭ, позволяет анализировать практически любые контактные взаимодействия, учитывая трение, скольжение, температуру и пластическую деформацию. Нелинейные задачи решаются итерационными методами, поскольку размеры зоны контакта зависят от деформации взаимодействующих тел. Для решения контактных задач можно использовать программные продукты: ANSYS, LS-DYNA, APM Structure3D, SOLIDWORKS, MSC Nastran, ABAQUS.

Программа ANSYS на основе МКЭ применяется для анализа прочности, включая задачи статической и динамической нелинейной деформации конструкций. ANSYS Composite PrepPost (ACP) упрощает моделирование сложных композитных структур, включая геометрически и физически нелинейные задачи деформируемой твердой механики, с использованием специальных элементов. ACP обладает высокоэффективным постпроцессором, позволяющим проводить оценку долговечности композитных деталей на основе специально разработанных критериев. Это обусловлено неприменимостью стандартных критериев разрушения, используемых для большинства материалов, к композитам [103].

ANSYS также предлагает возможности контакта с ANSYS LS-DYNA для явной динамики, в дополнение к возможностям неявного контакта. ANSYS LS-DYNA является ведущим инструментом моделирования динамических процессов в промышленности. Он широко применяется для экспериментов, включая испытания на падение, удары, проникновение и аварии. Он позволяет моделировать реакцию материалов на большие нагрузки, происходящие в короткий период времени. Разнообразие элементов, алгоритмов контакта, моделей материалов и другие управляющие параметры обеспечивают возможность моделирования сложных сценариев с детальным контролем над задачей. LS-DYNA

предоставляет широкий спектр параллельно выполняемых расчетов, обеспечивающих высокую скорость и эффективность вычислений.

APM Structure3D - отечественная расчетная программа, используемая для определения прочности трехмерных конструкций, включая стержни, тонкие пластины, твердотельные элементы и их комбинации [104]. APM позволяет решать статические или динамические задачи, линейные или нелинейные, связанные с моделями конструкций. В APM Structure3D контактная задача решается в нелинейной задаче путем создания фиктивных элементов для соединения контактных поверхностей. Критерием оценки сходимости является взаимное проникновение между контактирующими поверхностями. Напряжения, перемещения, нагрузки в узлах, распределения сил, взаимные проникновения и состояния контактных элементов отображаются в результатах расчета изоцветом. Для конкретной оценки их можно отображать отдельно на контактном и целевом элементах или на всей конструкции.

SOLIDWORKS Simulation - это полный набор инструментов моделирования, который позволяет проектировщикам конструкций с помощью анализа КЭ прогнозировать фактическое физическое поведение продукта на основе протестированных CAD-моделей [105]. Предоставляет алгоритмы для статического анализа, частотного анализа, испытаний на свободное падение, оценки потери устойчивости, теплового анализа, нелинейности, линейной динамики, давления и т.д., чтобы помочь инженерам оценить реализуемость проектов, сократить производственные затраты на испытания, оценить долговечность продукта в условиях использования. Реализована поддержка решения контактных задач во многих условиях, таких как фрикционный контакт, тепловой контакт, сборка, падение. Можно определить контактные условия для перехода от статического исследования к нелинейному и наоборот.

MSC Nastran использует проверенную технологию МКЭ [106] и численные методы для моделирования широкого спектра материалов. Эти материалы могут

иметь линейные и нелинейные свойства, зависящие от деформации, температуры, скорости деформации и других факторов. Программа предлагает возможности определения контактных тел и поверхностей, включая указание набора внешних граней КЭ для более точного определения точек контакта. Для расширения возможностей анализа прочности слоистых композиционных материалов в MSC Nastran внедрены расчеты коэффициентов разрушения и запасов прочности композитных материалов по критерию Хашина. Симонов В. смоделировал нападение птицы на композитную панель из углеродного волокна с помощью программы MSC. Nastran [107] (рисунок 1.4)

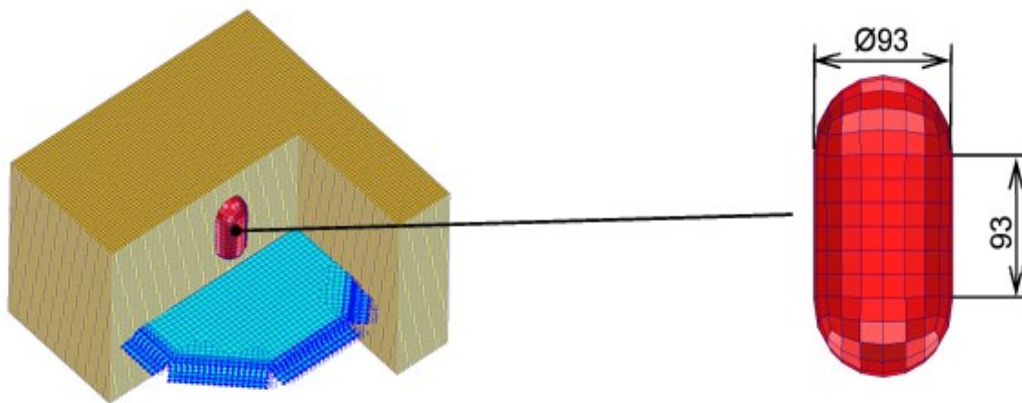


Рисунок 1.4 – Модель MSC. Nastran КЭ для имитации столкновений с птицам

ABAQUS обладает возможностью решать сложные задачи с учетом нелинейностей и проводить многодисциплинарный статический и динамический анализ. ABAQUS позволяет объединить преимущества явных и неявных схем КЭ анализа. С помощью ABAQUS можно моделировать различные виды взаимодействий между телами, в том числе трение и его отсутствие [108].

Программа предоставляет полностью связанный термомеханический анализ контакта, учитывая теплопередачу и механическое взаимодействие. Кроме того, возможно учесть зависимость теплового сопротивления контактной зоны от давления и механического разделения поверхностей. Моделирование повреждений композитных панелей при столкновении с жестким телом представлено в работе Др. Крецула [109] (рисунок 1.5).

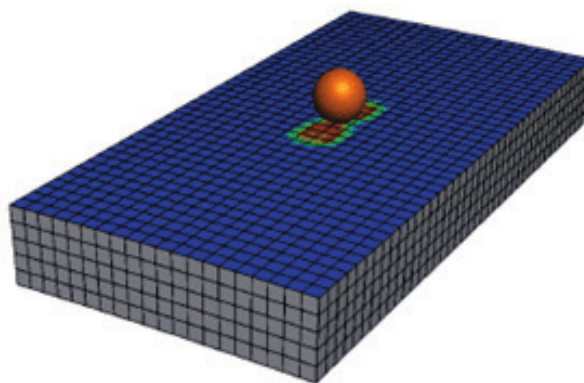


Рисунок 1.5 – Моделирование удара композитной пластиной в ABAQUS

В ABAQUS реализована модель повреждения, которая позволяет предсказывать начало и развитие повреждения для упруго-хрупких материалов с анизотропным поведением. Эта модель применяется в первую очередь для материалов, армированных волокнами, так как они обычно проявляют подобное поведение. В программе доступны несколько критериев или моделей разрушения композитных материалов, таких как Хашин, LaRC05, Пак, Цай-Ву и др [108].

Вывод по главе 1

1. Рассмотрены исторические аспекты механики контактного взаимодействия, а также проведен обзор современных исследований влияния града на конструкцию самолета. Представлены современные подходы и методы в области механики контактного взаимодействия, что подчеркивает их важность для анализа и решения различных задач

2. Представлены методы решения контактно-ударных задач, таких как метод множителей Лагранжа, метод штрафа и расширенный метод Лагранжа, что подчеркивает их практическую значимость и широкий применения.

3. Были обсуждены основные критерии разрушения композитов в контактных задачах и представлены программные продукты, используемые для их решения.

Глава 2 МОДЕЛИРОВАНИЕ РАЗРУШЕНИЯ КОМПОЗИТОВ ПРИ НИЗКОСКОРОСТНОМ КОНТАКТЕ С ЖЕСТКИМ ТЕЛОМ

2.1 Построение модели контактной задачи в ANSYS

В настоящее время использование численных методов, в частности МКЭ, и компьютерная реализация вычислений позволяют анализировать практически любые контактные взаимодействия с учетом самых разнообразных факторов – трения, скольжения, температуры, пластического деформирования. Решение нелинейных задач производится пошагово итерационными методами, так как размеры площадок контакта зависят от величины деформации взаимодействующих тел.

Базовая структура задач в ANSYS состоит из трех основных частей: создание расчетной модели (препроцессор), расчет (решение) и обработка результатов (постпроцессор).

Решение контактных задач с помощью программы численного анализа МКЭ - ANSYS включает следующие основные шаги.

- 1) Определение материальных свойств: выбор материалов, которые будут использоваться в модели, и задание их механических свойств.
- 2) Моделирование геометрии: задание геометрии контактных поверхностей, определение их положения друг относительно друга и построение конечно-элементной сеточной модели.
- 3) Установление контактных условий: определение типа контакта (например, без трения, трение или ограничение перемещения), определение контактной пары, назначение целевой и контактной поверхностей и задание соответствующих параметров.
- 4) Определение нагрузок и граничных условий: задание нагрузок, действующих на модель, и граничных условий (например, определение зафиксированных или подвижных узлов).
- 5) Решение задачи и анализ результатов.

Важным этапом является выбор материала для создаваемого объекта и

определение их свойств. Он предоставляет отдельный модуль управления материалами, связанный с блоком анализа и отображаемый в элементе «Engineering Data». Можно использовать материалы из библиотеки или импортировать их вручную и сохранить в библиотеке ANSYS Workbench. Материалы и их свойства могут быть изменены на любом этапе моделирования.

ANSYS Workbench предоставляет базовые и продвинутое инструменты для создания и редактирования геометрической модели. Создание геометрической модели осуществляется с использованием модуля «Design Modeler», который реализует современные методы моделирования плоской и трехмерной геометрии. Помимо стандартных инструментов геометрического моделирования, «Design Modeler» также предоставляет ряд специальных функций для подготовки моделей к инженерному анализу в ANSYS. ANSYS поддерживает множество популярных форматов геометрических моделей.

В исследовании рассматривается задача контакта сферы с пластиной из композитного материала при низкой скорости вдавливания. Сферические индикаторы радиусом $1,5 \div 12,5$ мм изготовлены из конструкционной стали. Характеристики стали приведены в таблице 2.1.

Таблица 2.1 – Характеристики стали

Плотность , кг/м ³	Модуль Юнга, ГПа	Коэффициент Пуассона	Модуль сдвига , ГПа
7850	200	0,3	76,92

Исследования проводили на композитных пластинках, размером 80x100 мм. Каждый слой состоит из тканевого стекловолоконного или однонаправленного углеродного волокна, в качестве связующего используется эпоксидная смола. Для пластинки толщина одного слоя составляла 0,7 мм, при использовании 3, 8 и 19 слоёв общая толщина пластинки была равна 2,1; 5,6 и 13,3 мм.

Построение сетки — один из важнейших этапов решения непрерывных экологических задач с использованием метода конечных элементов. ANSYS Workbench поддерживает два способа создания сеток: автоматическое создание

сеток с настройками по умолчанию и ручное создание сеток с заданными пользователем настройками. Модуль *Meshing* управляет процессом построения сетки КЭ.

Достижение достоверных результатов (сходимости) требует создания качественной расчетной сетки. Регулировать размер и плотность сетки можно путем изменения параметров настройки *Sizing*. В данном исследовании при построении сетки использовались типы КЭ SOLID185, SOLID186 для трёхмерной сетки. Для моделирования пластины использовался элемент SOLID186 (рисунок 2.1.б). Для моделирования сферы применяли элемент SOLID185 (рисунок 2.1. а).

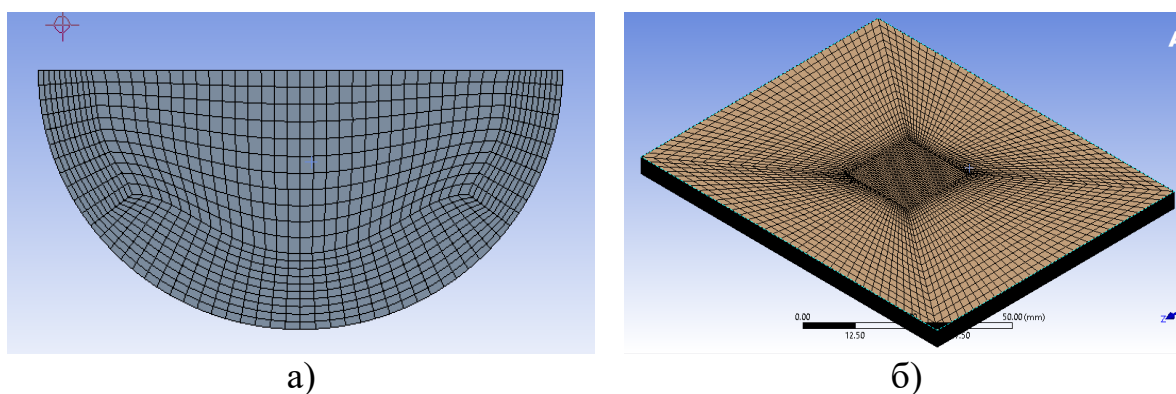


Рисунок 2.1 – Сетка КЭ

а) стальная сфера; б) пластина композитная

SOLID185 используется для трехмерного моделирования твердотельных конструкций. Он определяется восемью узлами, имеющими три степени свободы в каждом узле: перемещения в направлениях осей x , y и z [110]. Элемент способен выдерживать нагрузки, действующие на все три оси, включая сжимающие, растягивающие, сдвиговые, крутящие и изгибные нагрузки. Он может использоваться в моделях с различными граничными условиями, включая жесткие, мягкие и безусловные ограничения.

Элемент SOLID185 также способен моделировать деформации эластомерных (практически несжимаемых) и гиперупругих (полностью несжимаемых) пластиковых материалов. Элемент широко используется в различных структурных приложениях, включая динамический анализ, анализ устойчивости и анализ упругости. Стальной шар в исследовании использовал форму однородного

конструктивного элемента SOLID185.

Геометрия и расположение узлов для однородного структурного твердого элемента SOLID185 показаны на рисунке 2.2. Элемент поддерживает ортотропные свойства материала. Система координат элемента по умолчанию задается вдоль глобальных направлений. Можно определить систему координат элемента, которая формирует основу для ортотропных направлений материала. Внешние нагрузки для элемента приводятся к сосредоточенным узловым. Давления могут быть введены как поверхностные нагрузки на гранях элемента, как показано кружками на рисунке 2.2. Положительные давления действуют внутрь элемента. Температуры могут быть введены как нагрузки на тело элемента в узлах.

SOLID185 используется метод полной интеграции (также называемый методом выборочной уменьшенной интеграции), формула с повышенной деформацией, упрощенная формулировка с повышенной деформацией или метод однородной уменьшенной интеграции. Если выбрана формула расширенной деформации ($KEYOPT(2) = 2$), элемент предлагает девять внутренних степеней свободы для управления сдвигой деформацией и четыре внутренние степени свободы для сохранения объема элемента.

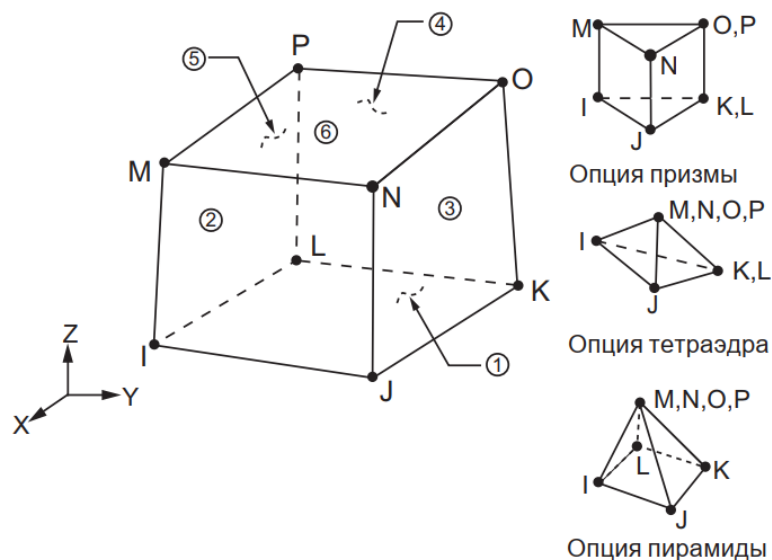


Рисунок 2.2 – SOLID185 Однородная структурная твердотельная геометрия

SOLID186 - 20-узловой трехмерный конечный элемент с квадратичным поведением перемещений [110]. Элемент определяется 20 узлами, каждый из

которых имеет три степени свободы: смещения в направлениях x , y и z . Элемент определяется 20 узлами, каждый узел имеет три степени свободы: смещения в направлениях x , y и z . Элемент SOLID186 поддерживает моделирование деформации пластических, упругих, больших прогибов, больших деформаций, несжимаемых упругопластических и гиперупругих материалов.

SOLID186 доступен в двух формах: однородное структурное и многослойное структурное тело. Элемент SOLID186 имеет возможность моделирования сложных нагрузок, включая нагрузки по многим осям и комбинированные нагрузки, такие как одновременное растяжение, сжатие, сдвиг, изгиб и кручение. Он также поддерживает различные граничные условия.

Элемент SOLID186 используется для моделирования многослойных толстых оболочек или твердых тел. Геометрия этого элемента, расположение узлов и система координат элемента показаны на рисунке 2.3. Элемент в форме призмы может быть сформирован путем слияния узлов K , L и S ; узлы A и B ; и узлы O , P и W . Также могут быть сформированы элементы тетраэдрной и пирамидальной формы.

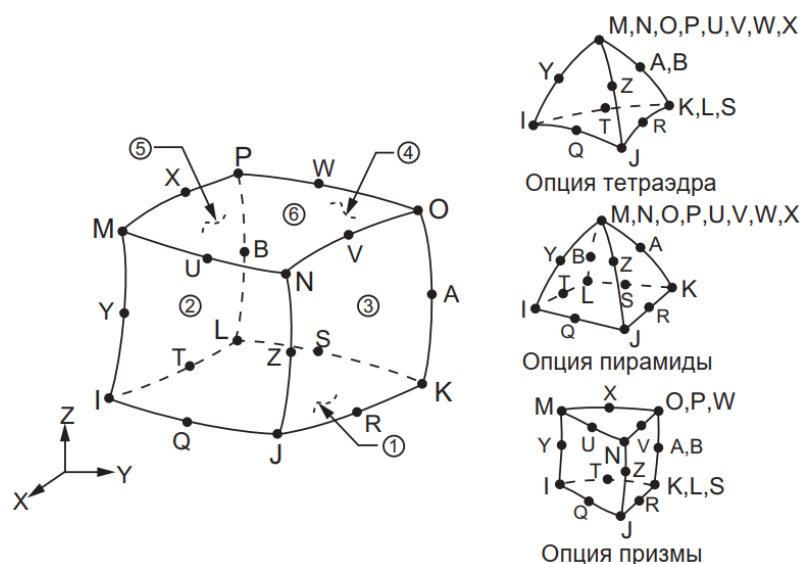


Рисунок 2.3 – SOLID186 Однородная структурная твердотельная геометрия

Многослойное структурное тело SOLID186 можно связать с сечением оболочки с помощью команд раздела SECTYPE. Спецификации многослойного композита (включая толщину слоя, материал, ориентацию и количество точек

интегрирования) можно задаться. Команды раздела *SHELL* можно применять даже с однослойным элементом. Можно указать количество точек интегрирования (1, 3, 5, 7 или 9) по толщине каждого слоя. Две точки расположены на верхней и нижней поверхностях соответственно, а остальные точки распределены на равном расстоянии между ними. Для элемента требуется не менее двух точек по всей толщине. Если определение сечения оболочки не указано, элемент рассматривается как однослойный и использует две точки интегрирования по толщине.

Состав элементов задачи, а также количество КЭ и характерные размеры КЭ приведены в таблице 2.2.

Таблица 2.2 – Размерность КЭ модели контактных задач

№	Деталь	Размер детали, мм		Количество КЭ	Размер КЭ, мм
		Радиус	Д x Ш x В		
1	Стальная сфера	1,5		21120	0,1x0,1x0,1
		3		40192	0,15x0,15x0,15
		5		88000	0,2x0,2x0,2
		8,5		135756	0,25x0,25x0,25
		12,5		514211	0,25x0,25x0,25
2	Пластина композитная		80x100x2,1	161595	1x1x0,7 (0,1x0,1x0,7)
			80x100x5,6	258552	
			80x100x14	430920	

ANSYS Workbench позволяет формировать специальную поверхность в зоне контакта без указания точного совпадения узлов контакта. Есть возможность задать параметры взаимодействия области контакта, подходит для произвольных шестиугольных и тетраэдрических элементов. Это позволяет создавать сетки разных размеров с контролем сетки в зоне контакта.

Контактные пары были созданы в результате предварительного анализа деформационного поведения составной. Узлам на контактных поверхностях будет предотвращено проникновение в объем целевой поверхности. Через контактную пару могут передаваться сжимающие нормальные силы и

тангенциальные сдвигающие силы. Применяя теоретические исследования контакта, ANSYS предложил три модели контакта: «узел – узел» (рисунки 2.4), «узел – поверхность» (рисунки 2.5), «поверхность – поверхность» (рисунки 2.6) [111]. Контактные пары могут быть плоскими (2D) и объемными (3D). Контактующие тела могут быть податливыми (деформируемыми) и жесткими.

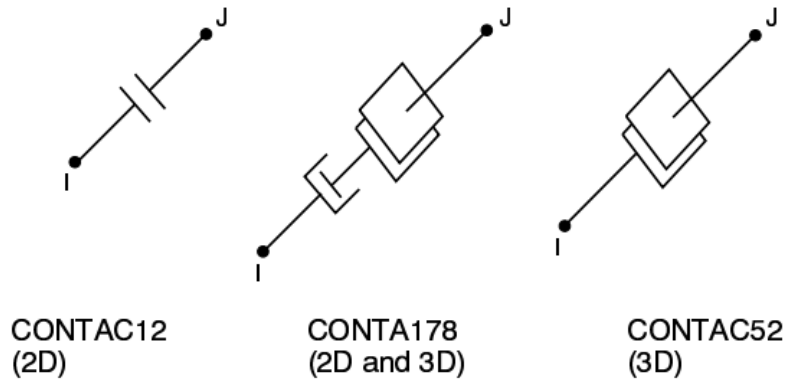


Рисунок 2.4 – Контактная пара «узел – узел»

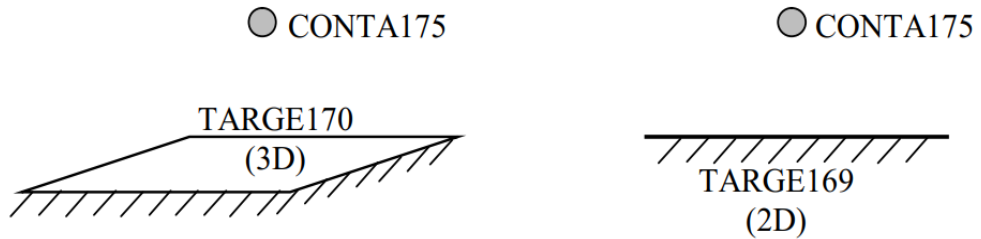


Рисунок 2.5 – Контактная пара «узел – поверхность»



Рисунок 2.6 – Контактная пара «поверхность – поверхность»

Каждый тип модели использует свой набор контактных элементов ANSYS и подходит для конкретных типов задач. Чтобы смоделировать контактную задачу,

необходимо требуется проанализировать, на предмет их возможного взаимодействия. Если одно из взаимодействий находится в точке, соответствующий компонент модели является узлом. Если одно из взаимодействий происходит на поверхности, соответствующий компонент модели является элементом: балкой, оболочкой или твердотельным элементом.

В контактной паре одна поверхность называется целевой поверхностью (TARGET), а другая поверхность называется контактной поверхностью (CONTACT). При выборе контактной пары рекомендуется руководствоваться следующими правилами:

- Поверхность с более мелкой сеткой следует приниматься контактной.
- В случае контактной пары с выпуклой поверхностью, она должна служить контактной.
- Целевой должна быть плоская или вогнутая форма.
- Поверхность из более мягких материалов следует приниматься контактной
- Если контактную и целевую поверхности трудно различить или обе поверхности имеют крупную сетку, следует использовать симметричное поведение контакта.

В данном исследовании рассматривались трёхмерные и осесимметричные задачи, поэтому модель контакта для всех задач была выбрана «поверхность к поверхности». Выбранные целевые поверхности покрываются целевыми конечными элементами типа TARGET170. Выбранные контактные поверхности покрываются контактными конечными элементами типа CONTACT174.

CONTACT174 используется для представления контакта и скольжения между трехмерными «целевыми» поверхностями (TARGET170) и деформируемой поверхностью, определенной этим элементом. Этот элемент применим для трехмерного структурного и связанного контактного анализа. Геометрия и расположение узлов показаны на рисунке 2.7. Элемент определяется восемью узлами (элементы SOLID или элементы SHELL имеют узлы посередине). Контакт происходит, когда поверхность элемента проходит через один из элементов целевого сегмента (TARGET170) на указанной целевой поверхности. Позволяет

определять кулоновское трение, трение при сдвиговом напряжении и трение путем установки параметров. Этот элемент также позволяет разъединить контакты для имитации расслоения.

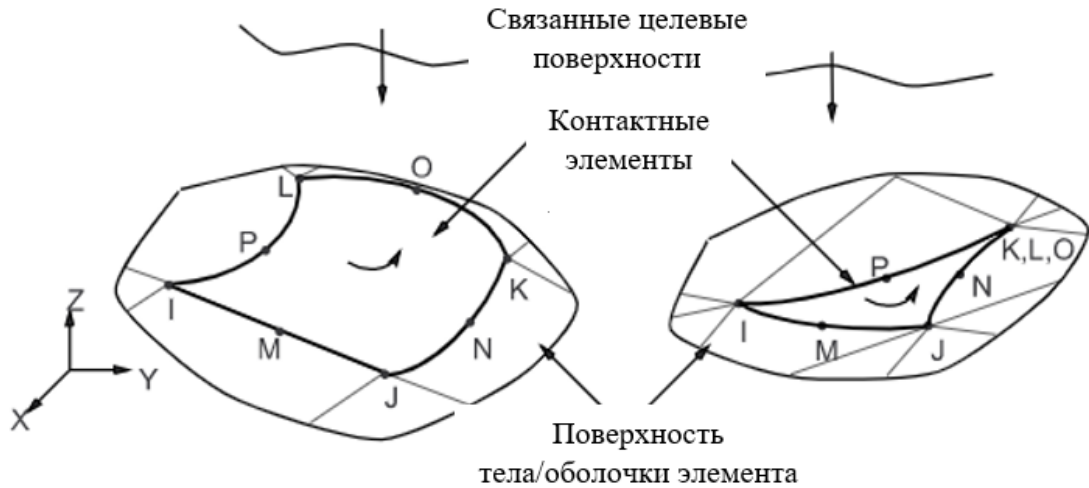


Рисунок 2.7 – Геометрия CONTACT174 [111]

TARGE170 используется для представления различных трехмерных «целевых» поверхностей для соответствующих контактных элементов (CONTACT173, CONTACT174, CONTACT175, CONTACT176 и CONTACT177). Сами контактные элементы накладываются на твердые тела, оболочки или линейные элементы, описывающие границу деформируемого тела, и потенциально находятся в контакте с целевой поверхностью, определенной TARGE170 (рисунок 2.8).

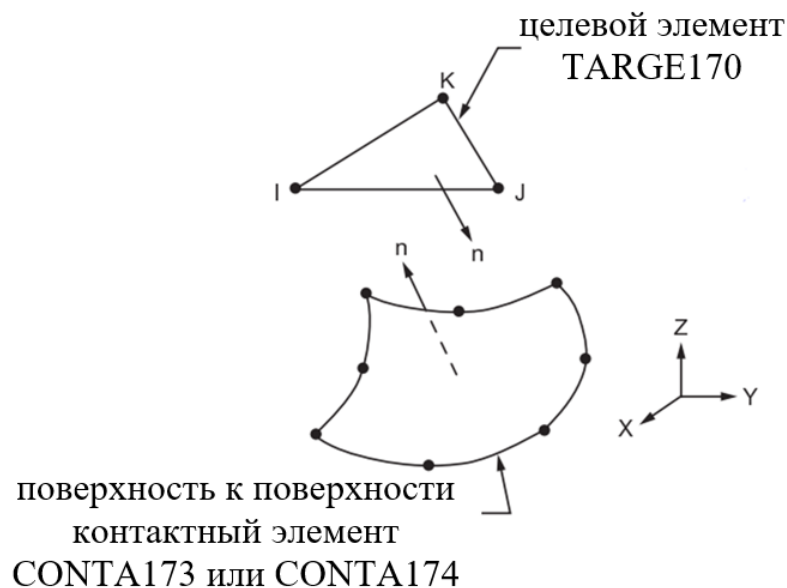


Рисунок 2.8 – Геометрия TARGE170 [111]

Эта целевая поверхность представляется набором элементов целевого сегмента (TARGE170) и соединяется с связанной с ней контактной поверхностью через общий набор реальных констант. Любое поступательное или вращательное смещение, температура, напряжение и магнитный потенциал могут быть наложены на элемент целевого сегмента. Также на целевые элементы могут налагаться силы и моменты.

В ANSYS доступно пять типов определений контакта: *Bonded* (два тела прикреплены), *No Separation* (позволяет скольжение без трения, но тела не разделяются), *Frictionless* (позволяет разделение и скольжение без трения), *Rough* (разрешает разделение, но скольжение происходить не может) и *Frictional* (допускает разделение и скольжение из-за трения). Контакты типа *Friction/Frictionless* и *Rough* – нелинейные и требуют использования метода Ньютона–Рафсона и множества итераций [112].

ANSYS Workbench предлагает пять различных формулировок контактов:

- ✓ метод штрафов (Pure Penalty),
- ✓ расширенный метод Лагранжа (Augmented Lagrange),
- ✓ многоточечные ограничения контакт (MPC),
- ✓ балка (Beam),
- ✓ нормальный метод Лагранжа (Normal Lagrange).

В методе штрафов, дополнительный член вносится в уравнения связи контакта, который обычно представляет собой функцию, зависящую от расстояния между контактирующими телами. Этот дополнительный член добавляет «штраф» за нарушение контакта и стимулирует систему к решению задачи с учетом контакта. ANSYS использует метод штрафов для решения многих типов задач механики деформируемых тел, включая задачи с контактом, связанными деформациями и т.д. Различные опции метода штрафов могут быть настроены для учета различных физических явлений, таких как трение и смачивание.

Метод уравнения связей в ANSYS основывается на введении уравнений связей между контактирующими телами в качестве дополнительных уравнений в системе уравнений. Эти уравнения связей описывают условия, которым должны

удовлетворять контактирующие тела, например, условия сопряжения геометрии, условия совпадения скоростей, условия сохранения энергии и т.д. Он обеспечивает точный учет контактных условий и может быть применен для решения широкого спектра задач механики деформируемых тел с контактом.

Нормальный метод Лагранжа в ANSYS учитывает нормальные контактные усилия между контактирующими телами без добавления дополнительных членов в уравнения связей. Он позволяет решать широкий спектр задач механики контакта с высокой точностью и эффективностью, но для задач с большими контактными усилиями и/или большими деформациями может потребоваться использование более сложных методов.

Расширенный метод Лагранжа позволяет решать сложные задачи контакта с высокой точностью и устойчивостью решения. Метод Лагранжа основывается на добавлении множителей Лагранжа к уравнениям связей контакта, чтобы учесть контактные усилия в решении задачи. Однако, если контактные усилия велики, то это может привести к проблемам сходимости и неустойчивости решения. Расширенный метод Лагранжа решает эту проблему путем добавления дополнительных членов в уравнения связей контакта, которые учитывают контактные усилия. Параметры расширенного метода Лагранжа, такие как коэффициент штрафа и коэффициент регуляризации, также могут быть настроены для оптимального решения задачи. Расширенный метод Лагранжа выбран для решения задачи о контакте пластины из композитного материала и сферического стали различного радиуса.

В модели образец из композитного материала подвергается статической нагрузке, которая приложена к половине поверхности сферы, в то время как другая половина сферы находится в контакте соприкосновения с пластиной (рисунок 2.9). Решение нелинейной задачи выполняется пошагово с увеличением нагрузки.

Вдавливание сферы производилось с усилием от 0 до максимального значения F_{max} , свидетельствующего о появлении развитой локальной зоны поражения в композите. Нагрузка F_{max} , приложенная к сферу, задавалась в соответствии с экспериментальными данными из таблицы 2.3. Решение

нелинейной задачи выполняется пошагово с увеличением нагрузки.

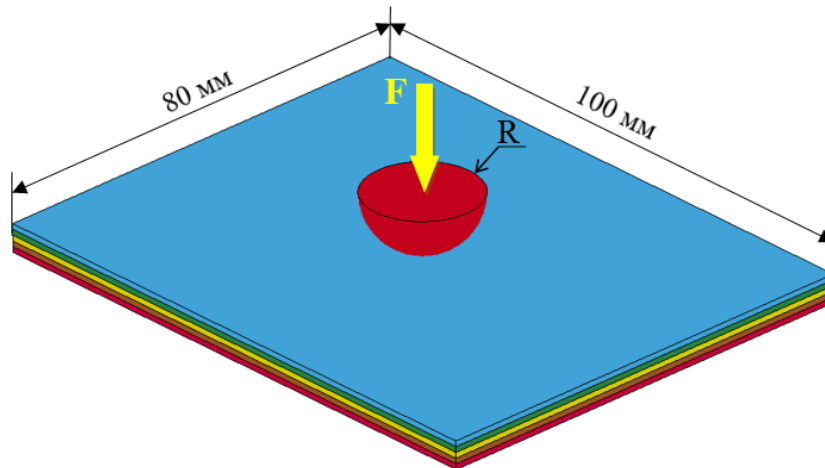


Рисунок 2.9 – Схема нагружения в модели

Таблица 2.3 Максимальная сила действует на сферу радиусом R

R, мм	1,5	3	5	8,5	12,5
F_{\max} , кН	2,89	9,02	21,62	30,12	35,32

Выбрана целевая поверхность TARGE170 для поверхности композитной пластины и контактная поверхность CONTA174 - для поверхности индентора (рисунок 2.10). Модель контакта между сферой и композитной пластиной рассматривалась без трения, т.е. касательные силы отсутствуют.

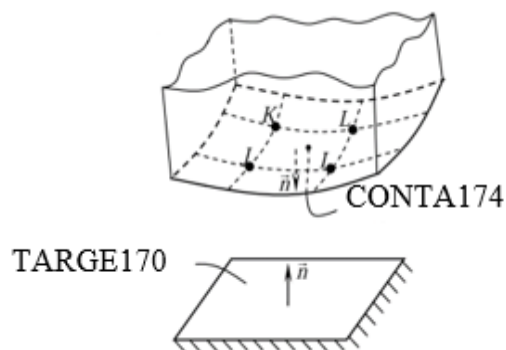


Рисунок 2.10 – Контактные элементы на взаимодействующих поверхностях контактной пары CONTACT и TARGET

2.2 Определение напряжения в слоях тканого стекловолоконного композита при низкоскоростном контакте с изменением радиуса сферы

Тканевый композит состоит из усиливающих волокон, таких как

стекловолокно, углеволокно или арамидное волокно, и связующего материала, такого как эпоксидная смола или полиэфирная смола. Использование тканевых композитов в авиационной индустрии позволяет снизить вес конструкции, улучшить ее прочностные свойства и повысить ее эффективность. Однако, такие материалы могут быть более дорогостоящими и требовать особых навыков для их производства и обслуживания.

В авиационных конструкциях, тканевые композиты часто используются для изготовления элементов крыла, фюзеляжа, оперения и других частей самолетов. Это связано с тем, что тканевые композиты обладают высокой прочностью и жесткостью при небольшом весе. Ткань из усиливающих волокон имеет направленную структуру, что позволяет ей выдерживать напряжения в определенных направлениях. Конструкции из тканевых композитов могут быть спроектированы таким образом, чтобы оптимизировать распределение напряжений и максимально использовать прочностные свойства материала. Для создания тканевых композитов в авиационной индустрии используются различные технологии, включая ручное наложение, автоматическое наложение, метод инъекционного формования и другие. Каждый метод имеет свои преимущества и недостатки, и выбор конкретного метода зависит от требований к конечному изделию.

МКЭ можно использовать для детального моделирования структуры композиционных материалов (включая матрицу и наполнители). Однако использование такой модели приведет к тому, что количество КЭ будет очень большим, и расчет станет невозможным. Для модельных расчетов предлагается использовать макроскопическую структурную модель, в которой свойства композиционного материала усредняются.

ANSYS Material Designer (AMD) поддерживает микроструктурный анализ при моделировании композитных материалов. Свойства и пропорции составляющих материалов задаются пользователем для создания репрезентативной элементарной ячейки (RVE). RVE разбивается на КЭ и производится расчет для определения свойств материала. Инструмент включает следующие типы RVE:

пространственная структура, однонаправленный композит, случайный однонаправленный композит, хаотически армированный композит, тканевый композит, или определяемые пользователем структуры. В данной работе использованы однонаправленный и тканевый композит.

С помощью AMD можно создавать материалы, основанные на усиливающих волокнах, таких как стекловолокно, углеволокно и арамидное волокно, а также связующих материалах, таких как эпоксидная смола, полиэфирная смола и другие. Использование AMD для создания тканевых композитных материалов может помочь инженерам и проектировщикам в оптимизации конструкций, улучшении производительности и снижении затрат на их производство. Для расчета гомогенизированных упругих свойств тканевых композитных материалов используется AMD с двумя различными типами переплетения: простым переплетением и диагональным переплетением, которые уже загружены в КЭ-код, как показано на рисунке 2.1. Выбраны свойства волокна и матрицы из библиотеки материалов Ansys и литературы (Е. В. Карпов [113], Таблица 2.4).

Таблица 2.4 – Изотропные свойства смолы и волокна

Волокно	E_1 , ГПа	E_2 , ГПа	G_{12} , ГПа	ν_{12}	ν_{23}
Стекло	90	18	37	0,22	0,14
Матрица	E , ГПа		G , ГПа	ν	
Эпоксидная	5,35		1,97	0,354	

Для создания тканевого композитного материала в AMD необходимо выбрать тип материала «Woven Composite» и задать параметры материала, такие как тип переплетения, толщину ткани и расстояние между нитями. Затем необходимо выбрать материалы для волокон и матрицы, а также задать ориентацию волокон и объемную долю волокна и нити. После этого можно выполнить расчет гомогенизированных упругих свойств композитного материала и сохранить его для дальнейшего использования. Важно учитывать, что создание тканевого композита в AMD может потребовать дополнительных шагов и настройки параметров в зависимости от конкретных требований проекта. Первым

этапом гомогенизации является моделирование RVE для тканевого композита.

В AMD существует несколько типов RVE для моделирования тканевых композитов: единичная ячейка, полностью вязаный, ткань простого переплетения, ткань «шотландка», ткань сатинового переплетения. Единичная ячейка - это базовый тип RVE, который представляет собой повторяющуюся единичную ячейку композита с заданными свойствами материала. Этот тип RVE подходит для простых структур, таких как однонаправленные композиты. Полностью вязаный используется для моделирования композитов, созданных из полностью вязанных тканей. Это позволяет учесть различные направления волокон в ткани (рисунок 2.11).

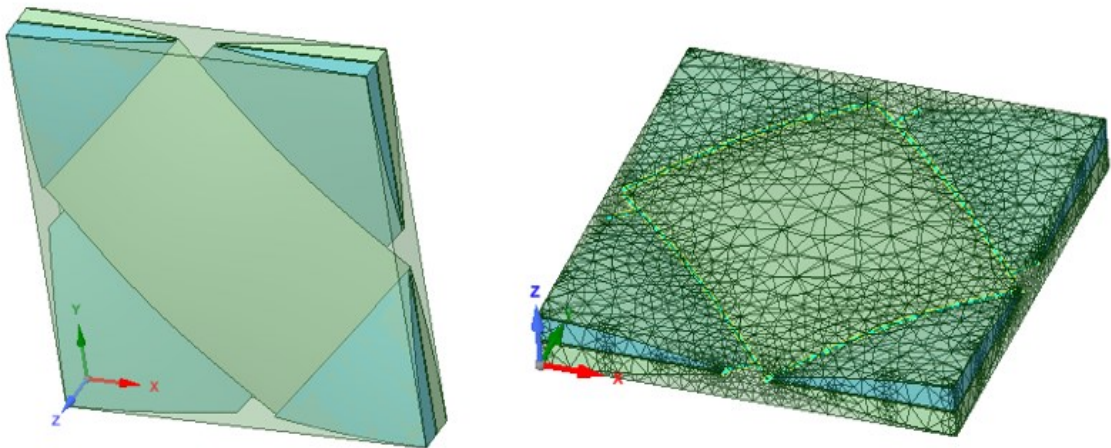


Рисунок 2.11 – Геометрия RVE тканевого композита

Ткань простого переплетения используется для моделирования композитов, созданных из тканей простого переплетения, где каждое волокно проходит через два других волокна под углом 90 градусов. Ткань «шотландка» используется для моделирования композитов, созданных из тканей «шотландка», где каждое волокно проходит через два других волокна, но с некоторым смещением. Ткань сатинового переплетения используется для моделирования композитов, созданных из тканей сатинового переплетения, где каждое волокно проходит через несколько других волокон под углом. Это создает более гладкую поверхность с меньшим количеством соединений волокон. В AMD также есть возможность создания собственных пользовательских RVE для моделирования более сложных тканевых

композитов, учитывая конкретные требования вашего проекта.

По итогам работы получаются гомогенизированные свойства материала (таблица 2.5), которые затем можно связать с инженерными данными *Engineering Data Sources* для последующего использования в проекте.

Таблица 2.5 – Свойства стеклопластикового материала, полученные в результате расчета с AMD

ρ , kg/m ³	E_1 , ГПа	E_3 , ГПа	G_{12} , ГПа	G_{23} , ГПа	ν_{12}
1885	36	14	17	36	0,27

С помощью модуля ACP в ANSYS можно создавать композитные материалы из различных слоев, каждый из которых имеет определенную толщину и ориентацию волокон. Для создания тканевых композитов можно использовать различные последовательности расположения слоев, чтобы достичь нужных свойств материала. В рамках проведенных расчетов была создана композитная пластина размером 100 x 80 мм, состоящая из 3, 8 и 19 слоев, каждый из которых имеет толщину 0,7 мм. Последовательность расположения слоев для пластины составляет $[90^\circ/0^\circ]_n$. Для расчета использовались заданные параметры материала, указанные в таблице 2.3. В результате получены значения гомогенных упругих свойств тканевого композитного материала, которые могут быть использованы в дальнейших расчетах и моделировании авиационных конструкций.

При контакте многослойного тканого композита с жесткой сферой возникает локальное повреждение композитного материала. Поврежденная область разрушения под сферой может глубоко проникать в слоистую структуру. Применен метод расчета, основанный на определении расстояния повреждения ткани, разрушения матрицы материала в каждом слое и в композитной структуре в целом.

В этом исследовании была разработана вычислительная модель для моделирования процесса повреждения композита при низко скоростном контакте. Рассмотрены следующие повреждения композитных пластин: расслоение, растрескивание матрицы и разрыв волокна. Первые два типа повреждений зависят

от свойств полимерной матрицы, разрыв волокон в большей степени зависит от механических характеристик и обычно вызван более высоким нагружением. Результаты моделирования сопоставлялись с данными испытаний, включая вмятину, оставленную в точке контакта, и оценку повреждений внутри пластины.

В результате показано разрушение областей в композитной пластине, полученных при контакте со сферой радиуса R , на которую действует сила F_{\max} . Зона разрушения определяется по критериям максимального напряжения, Цай-Ву, Цай-Хилла и Хоффмана (представлены в п. 1.3). При нагружении композитной панели рассчитано НДС, тем самым определен коэффициент f , позволяющий определить наличие или отсутствие зоны разрушения. Для определения f использованы предельные значения: X_p , X_c , Y_p , Y_c - прочность при растяжении и сжатии в направлениях 1, 2; S - прочность при сдвиге, приведенные в таблице 2.6.

Таблица 2.6 – Пределы прочности стекловолоконной ткани [114]

X_p , МПа	X_c , МПа	Y_p , МПа	Y_c , МПа	S , МПа
473	473	300	300	85

В таблице 2.7 показаны максимальные коэффициенты запаса прочности в каждом композитном слое при вдавливании радиусом стальной сферы 3 мм в соответствии с критериями разрушения. По критериям прочности можно определить площадь повреждения в каждом слое композита, кроме того, по критерию максимального напряжения можно выделить различные виды разрушения (разрыв волокон, разрушение матрицы, расслоение).

Таблица 2.7 – Максимальное значение коэффициента запаса прочности (f_{\max}) в композитных слоях с радиусом стальной сферы 3 мм

№ слоя	Критерий Хоффмана		Критерий Цай–Ву		Критерий Цай–Хилла		Критерий максимального напряжения	
	f_{\max}	вывод	f_{\max}	вывод	f_{\max}	вывод	f_{\max}	вывод
1	13,52	разрушение в слое	15,03	разрушение в слое	16,51	разрушение в слое	16,09	обрыв волокон, разрушение матрицы и расслоение в слое

Продолжение таблицы 2.7

2	9,16	разрушение в слое	6,71	разрушение в слое	8,78	разрушение в слое	6,29	расслоение в слое
3	8,17	разрушение в слое	2,79	разрушение в слое	8,22	разрушение в слое	2,66	расслоение в слое
4	1,88	разрушение в слое	1,66	разрушение в слое	1,88	разрушение в слое	1,56	расслоение в слое
5	1,27	разрушение в слое	1,01	разрушение в слое	1,13	разрушение в слое	1,11	расслоение в слое
6	0,93	слой не разрушен	0,78	слой не разрушен	0,59	слой не разрушен	0,84	слой не разрушен

На отдельном слое ткани показаны разные виды разрушений: разорваны сами волокна (рисунок 2.12, а), разрушена матрица между волокнами (рисунок 2.12, б) расслоение внутри самого слоя (рисунок 2.12, в) и общая зона разрушения (рисунок 2.12, г).

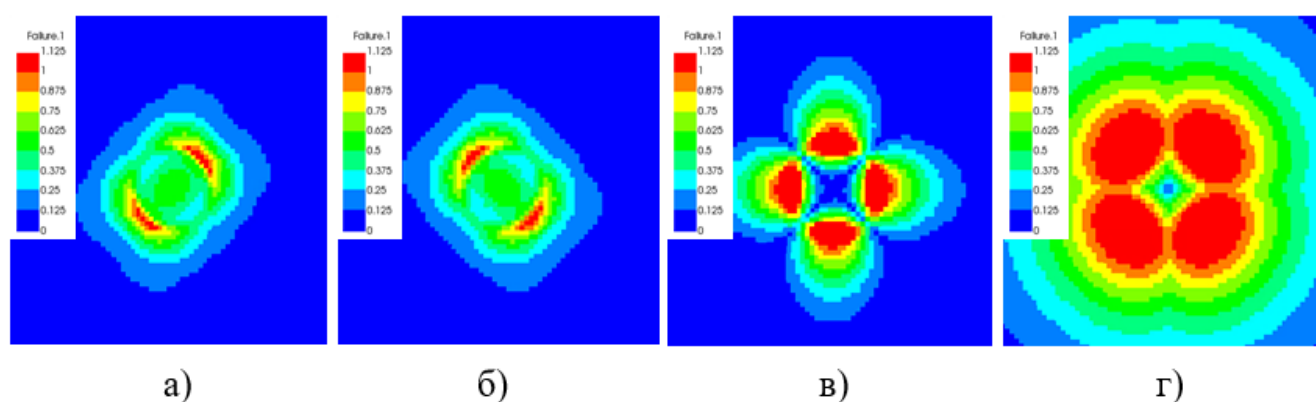


Рисунок 2.12 – Типичные зоны повреждения для слоя композита
а) разорваны сами волокна; б) разрушена матрица между волокнами;
в) расслоения внутри самого слоя; г) общая зона разрушения

В следующих таблицах 2.8-2.12 указаны площади повреждения каждого слоя и сравнение различных критериев при использовании радиуса контактной сферы 3 мм. По критериям прочности зона повреждения, возникающая в композитной панели, возникает с первого по пятый слой.

Таблица 2.8 – Зона разрушения в 1-м слое композитной панели при вдавливании сферы радиусом 3 мм

	<p>ANSYS 2021 R2</p> <p>$\sigma_{max} = 189,88 \text{ МПа}$ $\sigma_{min} = -729,47 \text{ МПа}$</p>		<p>ANSYS 2021 R2</p> <p>$\epsilon_{max} = 0,0654 \text{ мм}$ $\epsilon_{min} = 0 \text{ мм}$</p>	
	разорваны волокна	разрушена матрица	расслоения внутри слоя	расслоения от следующего слоя
Максимального напряжения				
Критерии разрушения	Хоффмана		Цая–Ву	
	Цая–Хилла		максимального напряжения	
Вывод	<p>- По критерию максимального напряжения в первом слое возникло четыре типа разрушения, включая разрыв волокна, трещину матрицы, расслоение внутри слоя и расслоение от следующего слоя. Область разрыва волокон демонстрирует тенденцию распространения вдоль направления волокон, а область расслоения внутри самого слоя обладает наибольшей площадью.</p> <p>- Площадь зоны разрушения на 1-м слое композитных панелей по следующим критериям: Хоффмана $S_{ho} = 2,04 \text{ мм}^2$, Цай-Ву $S_{tw} = 1,52 \text{ мм}^2$, Цай-Хилла $S_{th} = 1,74 \text{ мм}^2$, максимального напряжения $S_{ms} = 1,44 \text{ мм}^2$. Разница в площади между 3 критериями Цай-Ву, Цай-Хилл и максимальным напряжением незначительна.</p>			

Таблица 2.9 – Зона разрушения в 2-м слое композитной панели при вдавливании сферы радиусом 3 мм

	<p>ANSYS 2021 R2</p> <p>$\sigma_{max} = 269,1 \text{ МПа}$ $\sigma_{min} = -147,2 \text{ МПа}$</p>		<p>ANSYS 2021 R2</p> <p>$\epsilon_{max} = 0,0288 \text{ мм}$ $\epsilon_{min} = 0 \text{ мм}$</p>
<p>разорваны волокна</p>	<p>разрушена матрица</p>	<p>расслоения внутри слоя</p>	<p>расслоения от следующего слоя</p>
<p>Максимального напряжения</p>	<p>--</p>	<p>--</p>	
<p>Критерии разрушения</p>	<p>Хоффмана</p>	<p>Цая-Бу</p>	<p>Цая-Хилла</p>
<p>Вывод</p>	<p>- На 2-м слое, согласно критерию максимальной деформации, область разрыва волокон и разрушения матрицы не образовалась, зато возникла зона расслоения внутри самого слоя и между 2-м и 3-м слоями. Площадь расслоения внутри слоя больше, чем площадь расслоения между 2-м и 3-м слоями.</p> <p>- Площадь зоны разрушения на 2-м слое по различным критериям следующая: Хоффмана $S_{ho} = 2,64 \text{ мм}^2$, Цай-Бу $S_{tw} = 2,52 \text{ мм}^2$, Цай-Хилла $S_{th} = 2,70 \text{ мм}^2$, максимального напряжения $S_{ms} = 2,34 \text{ мм}^2$. Площадь разрушения по этим четырем критериям практически не различается.</p>		

Таблица 2.10 – Зона разрушения в 3-м слое композитной панели при вдавливании сферы радиусом 3 мм

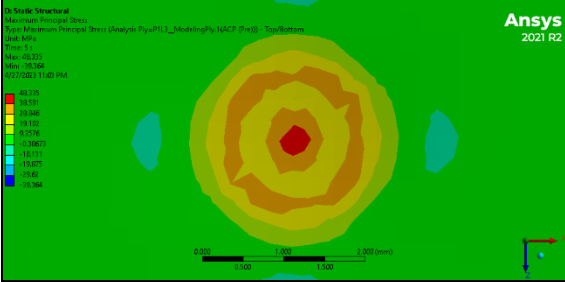
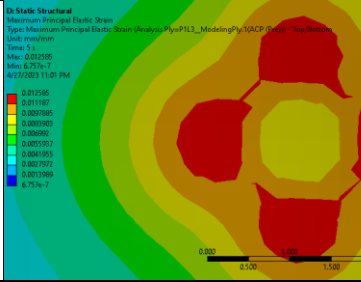
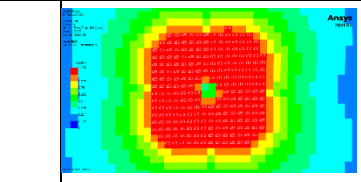
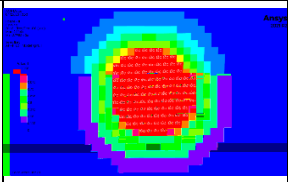
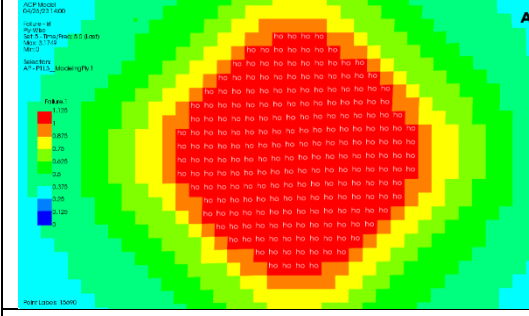
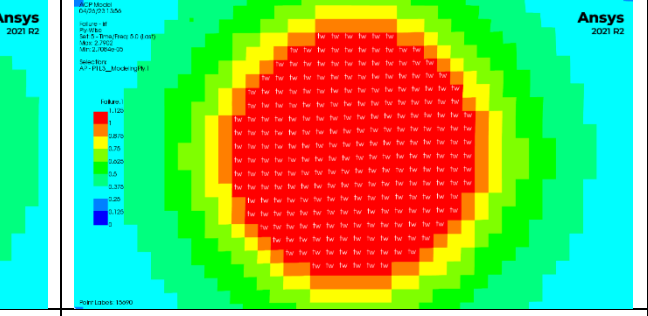
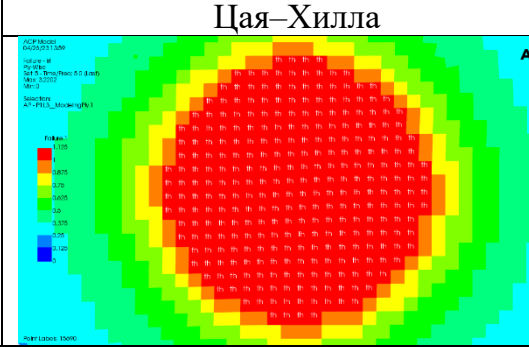
		<p>$\sigma_{max} = 48,34 \text{ МПа}$ $\sigma_{min} = -39,36 \text{ МПа}$</p>		<p>$\epsilon_{max} = 0,0126 \text{ мм}$ $\epsilon_{min} = 0 \text{ мм}$</p>
	разорваны волокна	разрушена матрица	расслоения внутри слоя	расслоения от следующего слоя
Максимального напряжения	--	--		
Критерии разрушения	Хоффмана		Цая-Ву	
			Цая-Хилла	
		максимального напряжения		
Вывод	<p>- На 3-м слое появилась область разделения внутри самого слоя и между 3-м и 4-м слоями, не появилась зона обрыва волокон и разрушения матрицы по критерию максимального напряжения.</p> <p>- Площадь зоны разрушения на 3-м слое по следующим критериям: Хоффмана $S_{ho} = 2,74 \text{ мм}^2$, Цай-Ву $S_{tw} = 2,61 \text{ мм}^2$, Цай-Хилла $S_{th} = 2,85 \text{ мм}^2$, максимального напряжения $S_{ms} = 2,27 \text{ мм}^2$. Площадь разрушения по критерию максимального напряжения значительно отличается от трех остальных критериев.</p>			

Таблица 2.11 – Зона разрушения в 4-м слое композитной панели при вдавливании сферы радиусом 3 мм

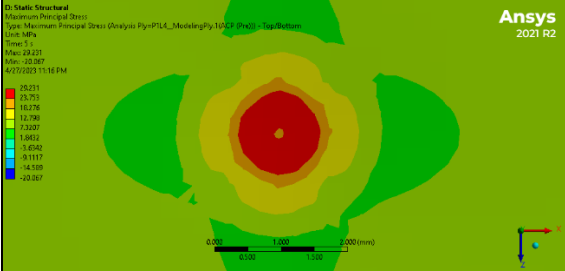
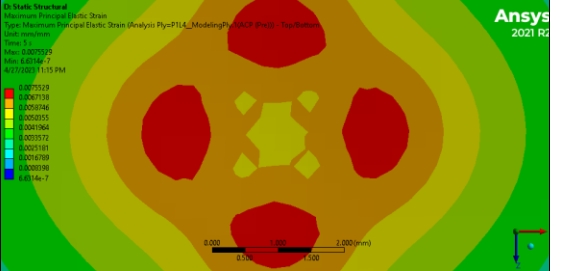
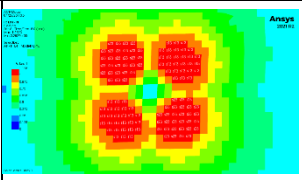
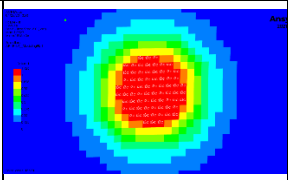
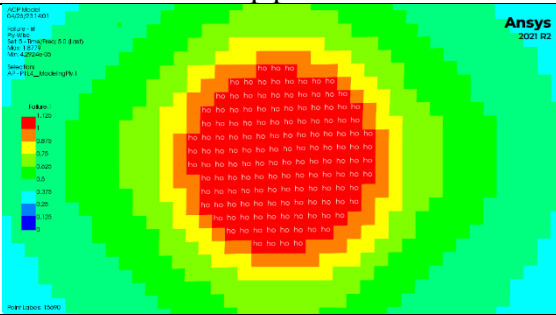
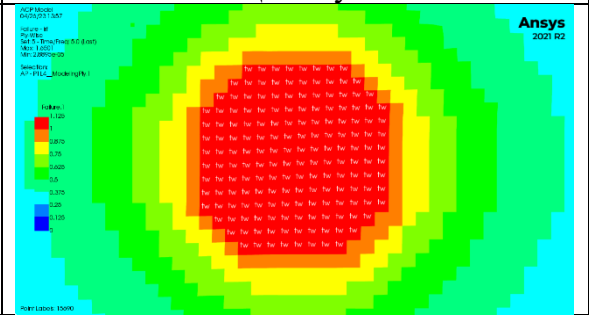
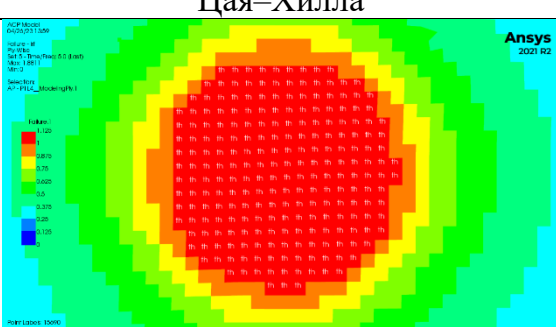
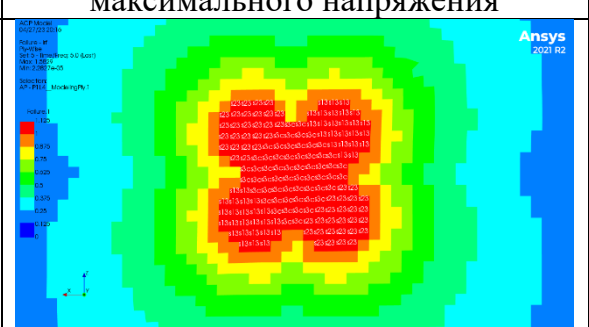
					
		$\sigma_{max} = 29,23 \text{ МПа}$ $\sigma_{min} = -20,07 \text{ МПа}$		$\epsilon_{max} = 0,0076 \text{ мм}$ $\epsilon_{min} = 0 \text{ мм}$	
		разорваны волокна	разрушена матрица	расслоения внутри слоя	Расслоения от следующего слоя
Максимального напряжения		--	--		
	Критерии разрушения	Хоффмана		Цзя–Ву	
					
Цзя–Хилла		максимального напряжения			
					
Вывод	<p>- На 4-м слое не появилась зона обрыва волокон и разрушения матрицы по критерию максимального напряжения. Область расслоения внутри самого слоя имела тенденцию к расширению от точки контакта стальной сферы.</p> <p>- В 4-м слое площадь повреждения по критерию Хоффмана и критерию Цзя–Ву имеет одинаковую форму и площадь ($S_{ho} = 2,06 \text{ мм}^2$, $S_{tw} = 2,18 \text{ мм}^2$), по критерию Цзя–Хилла наибольшая ($S_{th} = 2,62 \text{ мм}^2$) и по критерию максимального напряжения наименьшая ($S_{ms} = 1,57 \text{ мм}^2$).</p>				

Таблица 2.12 – Зона разрушения в 5-м слое композитной панели при вдавливании сферы радиусом 3 мм

	<p>ANSYS 2021 R2</p> <p>$\sigma_{max} = 17,32 \text{ МПа}$ $\sigma_{min} = -9,58 \text{ МПа}$</p>		<p>ANSYS 2021 R2</p> <p>$\epsilon_{max} = 0,0055 \text{ мм}$ $\epsilon_{min} = 0 \text{ мм}$</p>	
Максимального напряжения	разорваны волокна	разрушена матрица	расслоения внутри слоя	расслоения от следующего слоя
Критерии разрушения	Хоффмана		Цая–Бу	
Критерии разрушения	Цая–Хилла		максимального напряжения	
Вывод	<p>- В 5-м слое площадь повреждения по критерию Цай-Хилла наибольшая ($S_{th} = 2,62 \text{ мм}^2$), далее по критерию Хоффмана $S_{ho} = 2,05 \text{ мм}^2$, по критерию максимального напряжения $S_{ms} = 1,48 \text{ мм}^2$ и по критерию Цай- Бу $S_{tw} = 0,43 \text{ мм}^2$</p> <p>- Это последний слой композита, который повреждается при контакте со сферой радиусом 3 мм.</p>			

В таблицах А.1 – А.4 (Приложение А) приведены максимальные коэффициенты запаса прочности для каждого слоя композита при вдавливании стального шарика радиусом 1,5 мм – 12,5 мм по разным критериям разрушения.

На рисунке 2.13 можно наблюдать картину распространения разрушения по слоям композита для различных значений радиуса сферы.

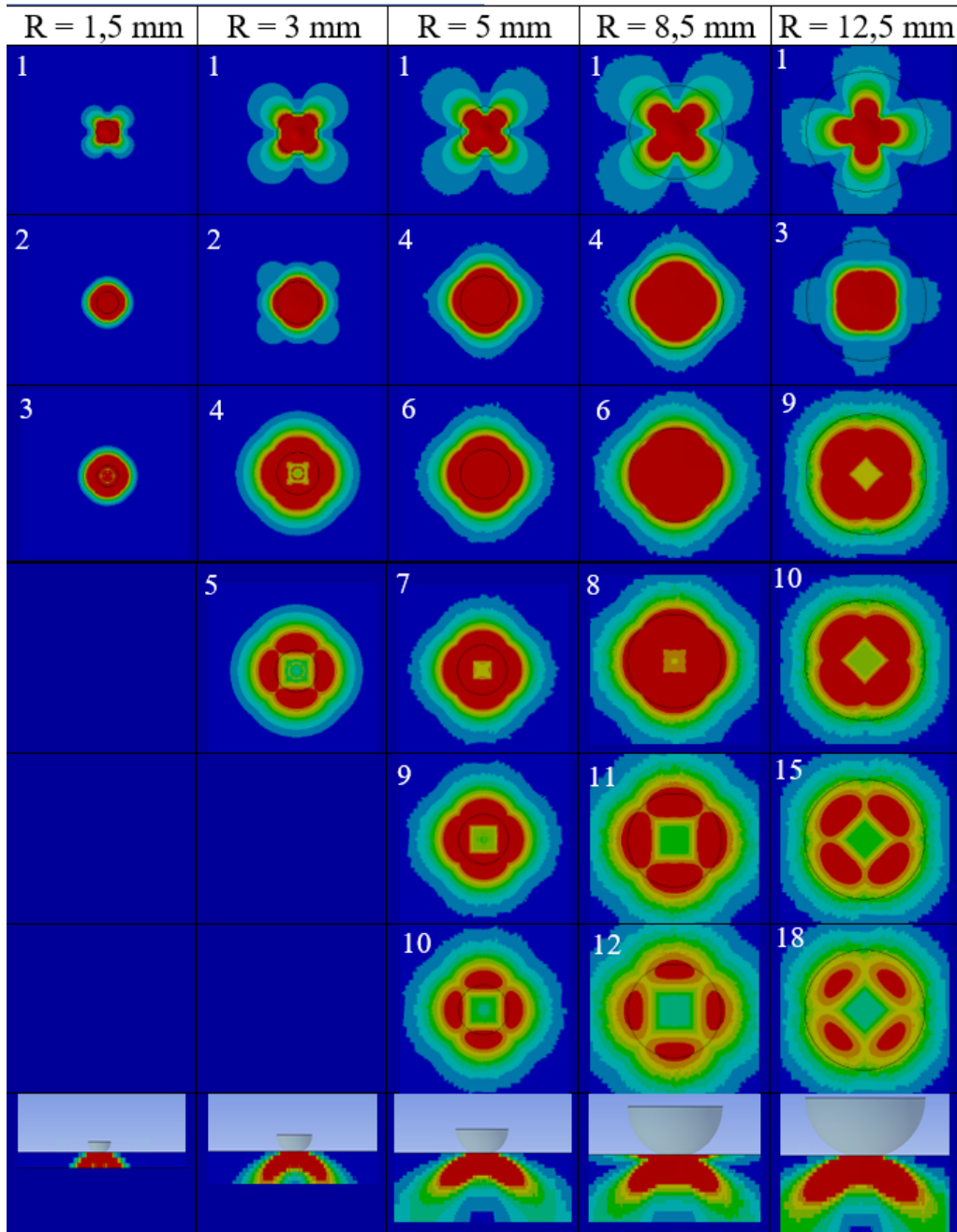


Рисунок 2.13 – Области повреждений в слоях стеклотекстолита при контакте со сферами разного радиуса

Вверху указаны радиусы сфер в мм. Число в ячейках соответствует номерам слоев, в которых показана зона разрушения. Внизу показаны профили областей разрушения под пятном контакта в многослойном материале. Они составлены из горизонтальных срединных сечений послойных рисунков областей разрушения. Полуокругами над областями разрушения показаны размер и положение пятна

контакта. От кривизны поверхности сферы зависит направление векторов перемещения точек материала под ним, что оказывает влияние на характер разрушений, вызываемых индентором.

В результате при приложении силы на поверхность композита от контакта с шарообразным индентором, начинается процесс роста трещин сверху вниз. При этом зоны разрушения внутри композитной пластины увеличиваются по мере увеличения радиуса сферы и силы, действующей на нее. По мере углубления индентора в материал область разрушения может либо расширяться (соответствует инденторам с меньшими радиусами 1,5; 3 и 5 мм) или сужаться (соответствует инденторам с большими радиусами 8,5 и 12,5 мм). При этом площадь разрушения уменьшается с глубиной композитной пластины. В материале послойные зоны повреждений смещаются в обоих направлениях армирования, и на каждом слое зоны разрушения содержат разрывы ткани, ориентированные в направлении волокон.

Результаты исследования поведения композитных материалов при действии инденторов разных радиусов являются важными для промышленности и науки. В экспериментах было выявлено, что при использовании инденторов с радиусами 1,5; 3 и 5 мм первый тип разрушения проявляется конически расходящейся областью разрушения, которая рассеивается по мере проникновения вглубь материала. Это объясняется тем, что в данном случае происходит разрушение материала на уровне отдельных слоев, что приводит к распределению области разрушения по конусу.

В свою очередь, при использовании инденторов с радиусами 8,5 и 12,5 мм наблюдается третий тип разрушения, когда область разрушения по форме ближе к цилиндру. Это связано с тем, что при таком действии индентора происходит разрушение на уровне нескольких слоев, что приводит к более ограниченной области разрушения, близкой к цилиндру.

Проведем сопоставление результатов численного моделирования вдавливания жестких инденторов разного диаметра в тканевую композитную пластину со слоями из стекловолокна и результатов эксперимента, представленного сотрудниками Лаборатории механики композитов ФГБУН

«Институт гидродинамики им. М.А. Лаврентьева» СО РАН [113].

Авторы статьи определяли методом фотограмметрии площади разрушения по слоям в тканевом композите из стекловолокна и эпоксидного связующего. Размеры инденторов идентичны размерам инденторов в вычислительном эксперименте. В нижней части рисунка 2.14 представлена послойная сборка полей разрушений тканевого композита.

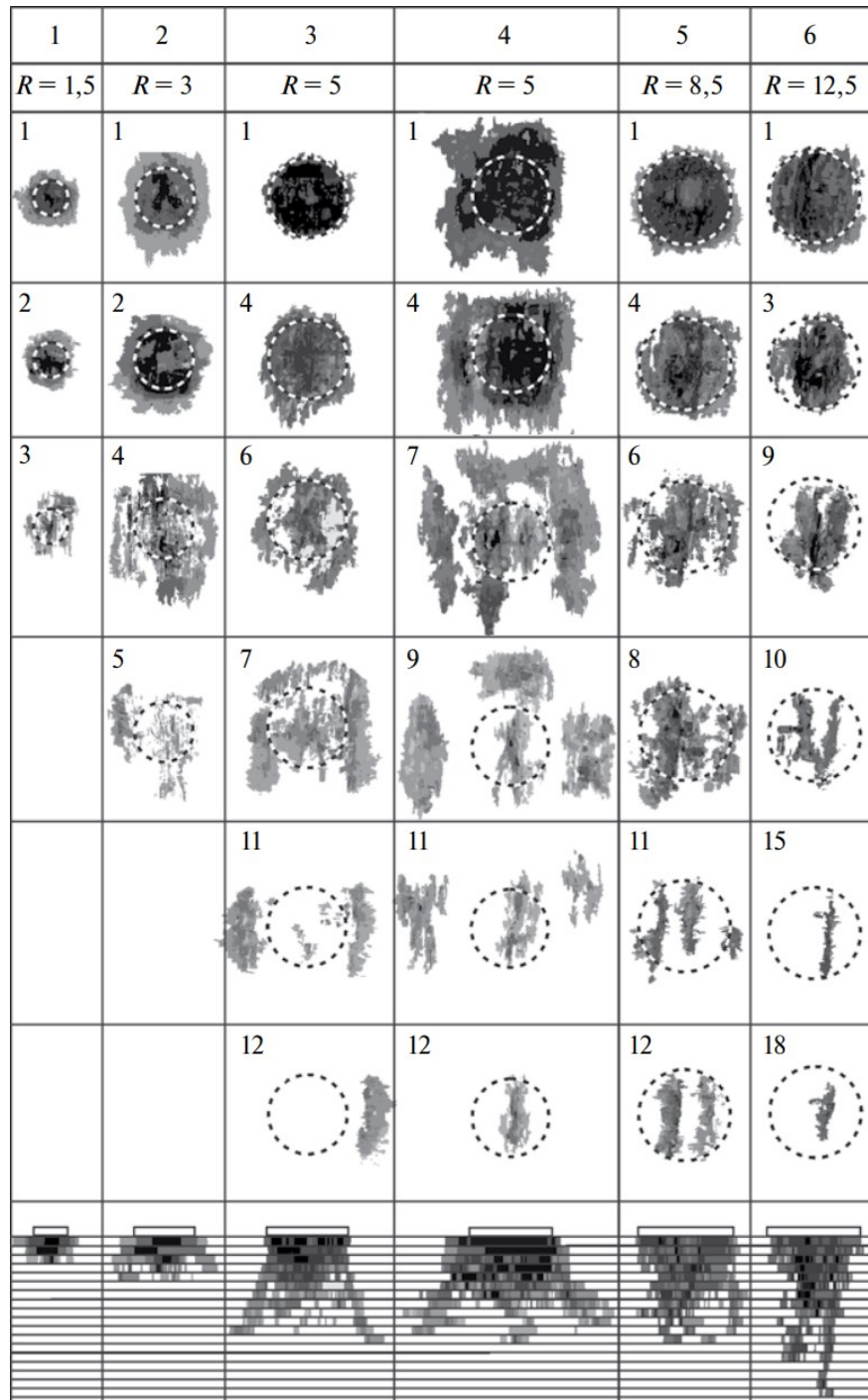


Рисунок 2.14 – Повреждения по слоям тканевого композита методом фотограмметрии [113]

Интересно отметить, что при моделировании поведения композитных материалов при вдавливании индентора число разрушенных слоев, рассчитанных численно, согласуется с числом поврежденных слоев из эксперимента [113] (рисунок 2.14).

Это говорит о том, что используемые расчетные модели дают достаточно точное представление о поведении тканевого материала при воздействии на него инденторов разных радиусов. Эти результаты и расчетные модели могут быть использованы в проектировании и расчетах прочности тканевых композитных материалов при решении контактных задач.

2.3 Определение напряжений в однонаправленных слоях углеродного композита при низкоскоростном контакте с изменением радиуса сферы.

Разработанные и представленные в п.2.2 расчетные модели композита будем использовать для оценки прочности однонаправленного композита из углеродного волокна с эпоксидной матрицей при решении задачи контакта с жестким индентором различного радиуса.

С помощью AMD разработаем однонаправленные композиты из углеродного волокна с эпоксидной матрицей. Для создания такого материала в AMD сначала необходимо определить материалы, из которых состоят каждый из компонентов композита - углеродного волокна и эпоксидной матрицы. Для этого используются базы данных материалов, которые входят в состав AMD. Свойства углеродного волокна и эпоксидной смолы, используемые при моделировании, представлены в таблице 2.13.

Таблица 2.13 – Упругие свойства волокон и эпоксидной матрицы

Волокно	E_1 , ГПа	E_2 , ГПа	G_{12} , ГПа	ν_{12}	ν_{23}
Углеродное	232	15	24	0,279	0,49
Матрица	E , ГПа		G , ГПа	ν	
Эпоксидная	5,35		1,97	0,354	

Для однонаправленных композитных материалов можно выбрать три

различных вида RVE для расчета жесткости материала (рисунок 2.15) [115]. В AMD можно проводить оптимизацию структуры композита, задавая различные параметры, такие как ориентация волокон, толщина слоев, количество слоев и т.д., и анализировать полученные результаты для выбора наилучшей структуры композита.

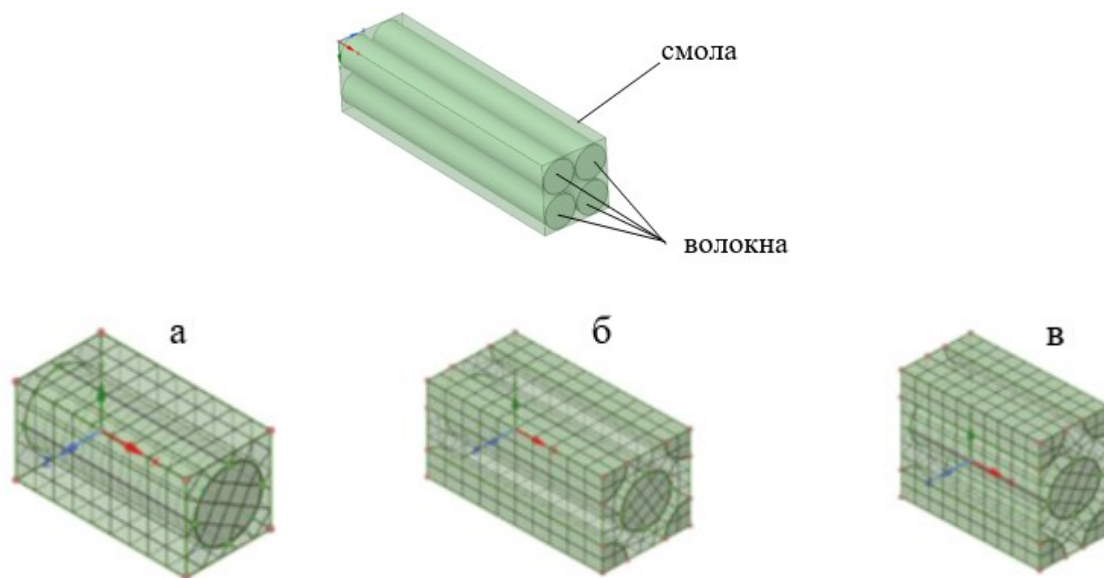


Рисунок 2.15 – Геометрия RVE с блочной сеткой а) квадратная форма; б) ромбовидная форма; в) шестиугольная форма

В результате процесса гомогенизации, получаются характеристики материала (таблица 2.14), которые затем могут быть связаны с инженерными данными для дальнейшего использования в расчете.

Таблица 2.14 – Свойства углепластикового композитного материала, полученные в результате расчета с AMD

ρ , kg/m ³	E_1 , ГПа	E_2 , ГПа	G_{12} , ГПа	G_{23} , ГПа	ν_{12}	ν_{23}
1540	209	9,45	5,5	3,9	0,27	0,4

Эти параметры связаны с работой АСР для моделирования композитного пластины. В данной задаче АСР используется для создания структуры композитных материалов для анализа прочностных характеристик конструкций по множеству обозначенных в п.1.3 критериев. Исследования проводили на композитных пластинках, размером 100x80 мм, содержащих 8, 15 и 20 слоев.

Каждый слой состоит из углеродного волокна, в качестве связующего используется эпоксидная смола. Для пластинки из углеродного волокна толщина слоя составляет 0,7 мм, общая толщина пластинки $5,6 \div 14$ мм. Значения прочности углеродной пластины на растяжение, сжатие и сдвиг приведены в таблице 2.15 [116].

Таблица 2.15 – Пределы прочности однонаправленной углеродной пластины

X_p , МПа	X_c , МПа	Y_p , МПа	Y_c , МПа	S, МПа
893	1979	139	26	100

2.3.1 Направление волокон в двух соседних слоях под прямым углом

В рамках исследования была использована последовательность слоев в пластине $[45^\circ/-45^\circ]_n$ (рисунок 2.16).

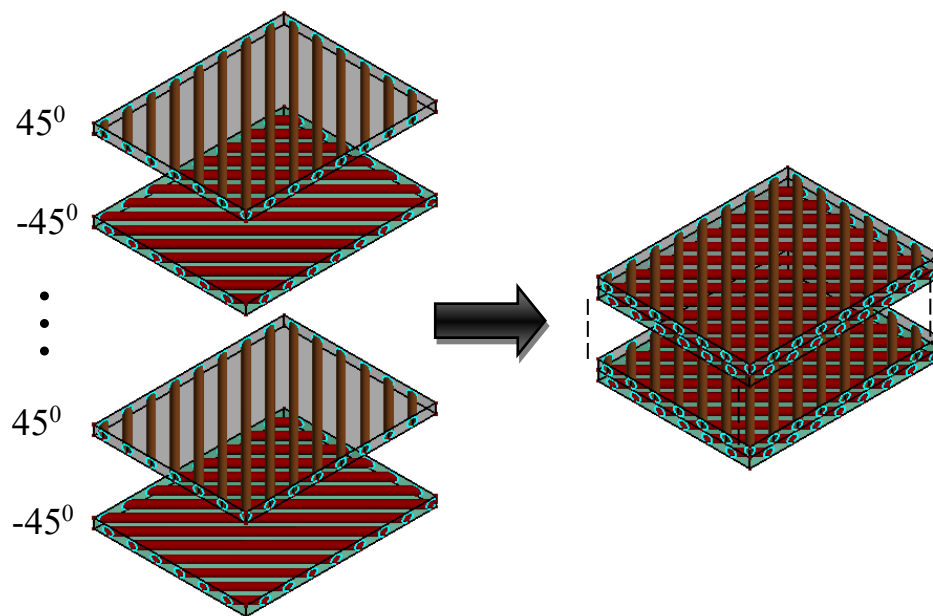


Рисунок 2.16 – Структура слоев композитной пластины $[45^\circ/-45^\circ]_n$

В таблице 2.16 приведены максимальные коэффициенты запаса прочности каждого слоя композита при вдавливании стальной сферы радиусом 1,5 мм по выбранным критериям разрушения. Анализ результатов численного расчета таблицы 2.16 показал следующее. При вдавливании стального шарика радиусом 1,5 мм количество слоев композита, демонстрирующих повреждения по разным критериям, различно (три слоя по критериям Хофмана; четыре слоя по критериям Цай-Ву и Цай-Хилла; пять слоев по критерию максимального напряжения).

Возникновение и развитие обрыва волокна и разрушения матрицы аналогичны таковым для тканых композитов из стекловолокна (п.2.2). Обрыв волокна происходит в основном в месте контакта стального шарика с поверхностью композитной пластины. Разрушение матрицы имеет тенденцию распространяться на окружающие области.

Таблица 2.16 – Максимальное значение коэффициента запаса прочности (f_{\max}) в композитных слоях с радиусом стальной сферы 1,5 мм

№ слоя	Критерий Хоффмана		Критерий Цая–Ву		Критерий Цая–Хилла		Критерий максимального напряжения	
	f_{\max}	ВЫВОД	f_{\max}	ВЫВОД	f_{\max}	ВЫВОД	f_{\max}	ВЫВОД
1	16,56	разрушение в слое	19,56	разрушение в слое	25,10	разрушение в слое	30,66	обрыв волокна, разрушение матрицы и расслоение в слое
2	3,9		6,16		7,28		8,75	
3	1,37		2,13		2,44		3,31	
4	0,70	слой не разрушен	1,21	слой не разрушен	1,22	слой не разрушен	1,77	расслоение в слое
5	0,44		0,75		0,75		1,09	

В результате когда сфера действует на поверхность композита, трещина начинает расти сверху вниз. Зоны разрушения внутри композитной пластины увеличивается по мере увеличения радиуса сферы и силы, действующей на сферу.

В таблицах А.5 – А.8 (Приложение А) приведены максимальные коэффициенты запаса прочности в каждом слое при вдавливании стального шарика радиусом 3 мм – 12,5 мм по выбранным критериям разрушения. Расслоение распространяется глубже всего в направлении удара сферы

На рисунке 2.17 приведены зоны разрушения углепластиковой композитной панели при вдавливании стального шарика разного радиуса.

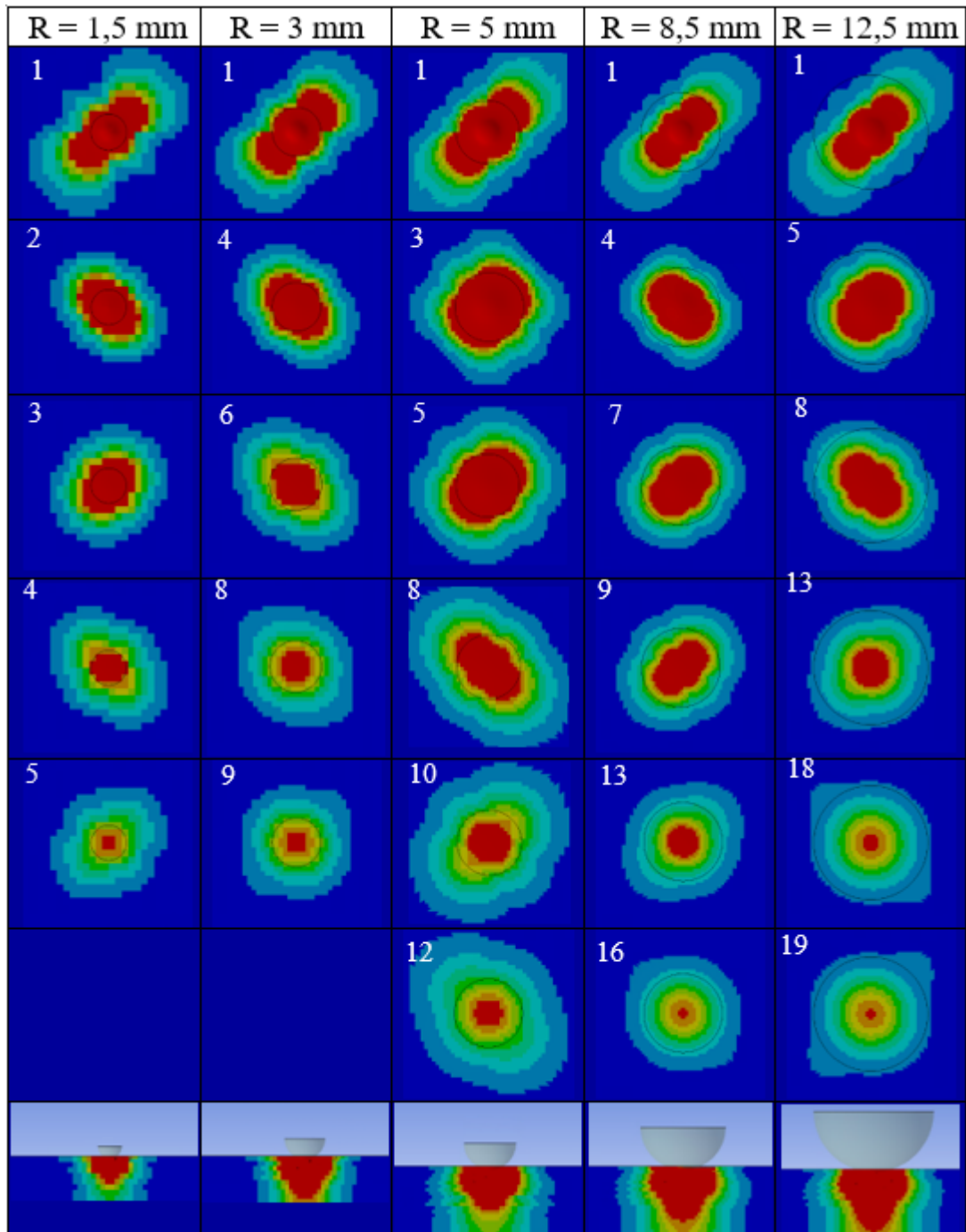


Рисунок 2.17 – Зона разрушения внутри углепластиковой композитной панели при вдавливании стальных шариков разного радиуса

Анализ результатов численных расчетов коэффициентов запаса прочности по выбранным критериям для слоев углеволокнутого композита с эпоксидным связующим при контактном взаимодействии с жесткими инденторами разного радиуса позволяет сделать следующие выводы:

- разрушения углеволокнутого композита и композита из стекловолокна при вдавливании жесткого индентора схожи (согласуются); зоны разрушения внутри

композитной пластины в обоих случаях увеличиваются по мере роста радиуса сферы и силы, действующей на сферу;

- число разрушенных слоев в углеродном композите больше, чем количество слоев в композите из стекловолокна при соответствующих радиусах индентора. Данный результат можно объяснить низким пределом прочности в поперечном направлении при сжатии углеродного композита. Данный показатель ниже в 5,6 раза аналогичного предела прочности для композита из стекловолокна.

- обрыв волокна распространяется в направлении армирования волокна, зона разрыва волокон в слое однонаправленных композитов больше, чем в тканевых композитах.

Для прогнозирования и оценки возможных разрушений в слоях однонаправленного композита можно использовать разработанные контактные модели для углеродного композита с различными углами укладки волокна по слоям.

2.3.2 Направление волокон в двух соседних слоях не перпендикулярно друг другу

Использовались разработанные и описанные в п.2.3.1 расчетные модели для решения задачи контакта. В рамках исследования была использована следующая последовательность слоев в пластине $[45^\circ/90^\circ/-45^\circ/0^\circ]_n$ (рисунок 2.18). Данная укладка волокон по слоям часто встречается в элементах авиационных конструкций.

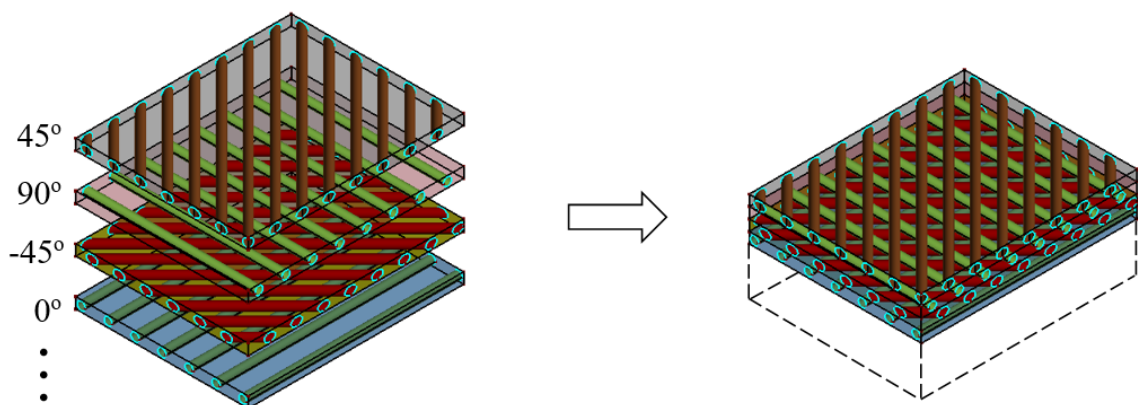


Рисунок 2.18 – Структура слоев композитной пластины $[45^\circ/90^\circ/-45^\circ/0^\circ]_n$

В таблицах А.9 – А.13 (Приложение А) приведены максимальные

коэффициенты запаса прочности для каждого слоя композита при вдавливании стального шарика радиусом 1,5 мм – 12,5 мм по разным критериям разрушения.

Как и в предыдущих моделях, на рисунке 2.19 можно наблюдать картину распространения разрушения по слоям композита при вдавливании стальных сфер разного радиуса.

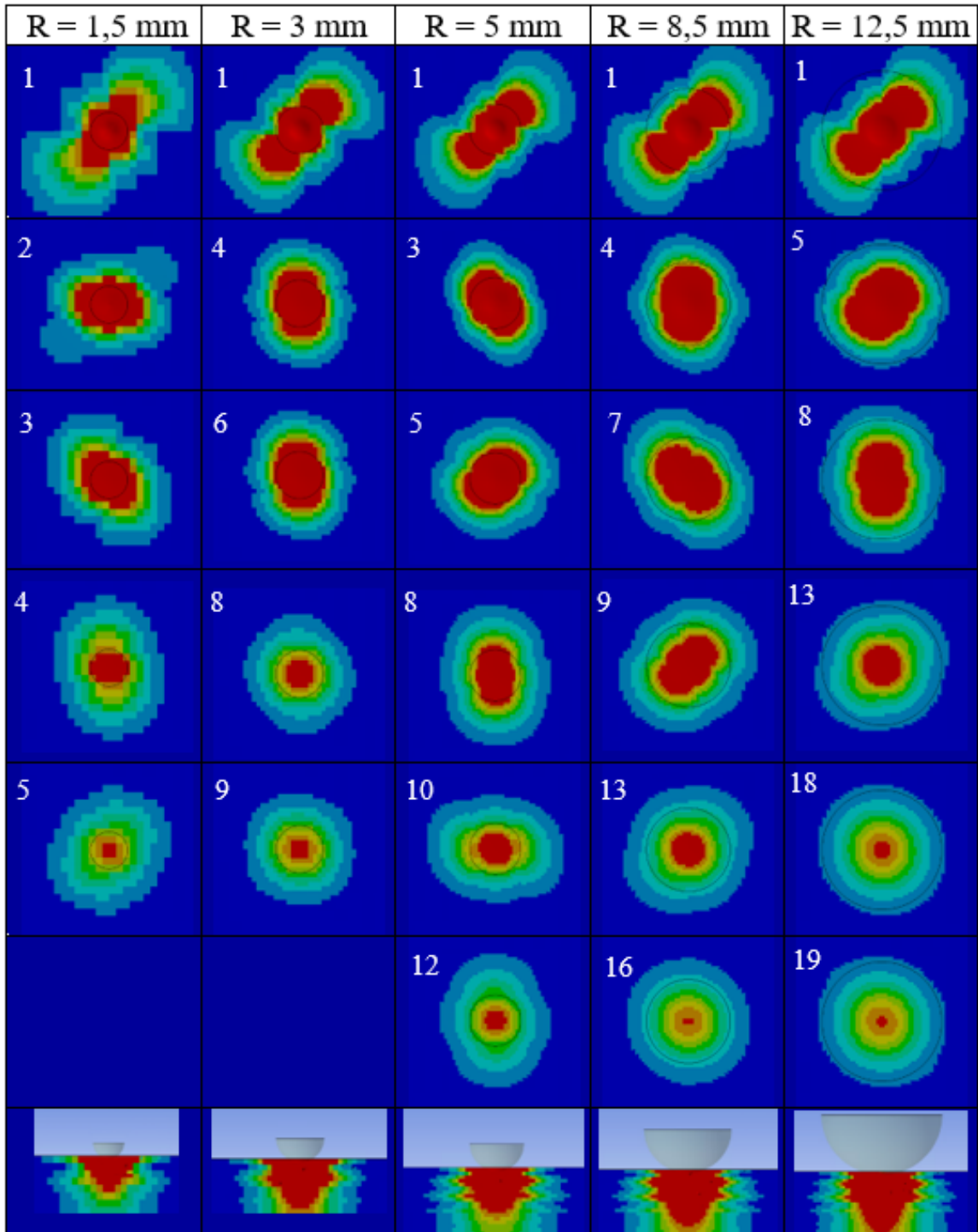


Рисунок 2.19 – Зона разрушения внутри углепластиковой композитной панели при вдавливании стальным шариком разного радиуса

Значения радиуса стальной сферы, индекс, показывающий положение композитных слоев, общая зона разрушения аналогична представленным предыдущим моделям.

Из результатов, полученных в результате моделирования для других слоев композиционных материалов, можно сделать следующие выводы:

- количество композитных слоев, оказавшихся полностью разрушенными, такое же, как и в случае слоя $[45^\circ/-45^\circ]_n$
- зона разрушения в каждом слое имеет тенденцию к расширению в направлении армирующих волокон
- после вдавливания зона разрушения однонаправленного композита из углеродного волокна больше, чем у тканого композита из стекловолокна; в композитах с волокнами углерода укладка $[45^\circ/-45^\circ]_n$ имеет меньшую область разрушения по сравнению с укладкой $[45^\circ/90^\circ/-45^\circ/0^\circ]_n$.

Выводы по главе 2

1. Разработана расчетная модель для решения задачи динамического контакта жесткого индентора в виде шара и многослойной композитной пластины в программном комплексе ANSYS с использованием:

- модуля Design Modeler для задания геометрической модели материала;
- модуля управления материалами в Workbench;
- модуля симуляции Mechanical для формирования сетки расчетной модели конечными элементами SOLID185, SOLID186;
- модели контакта «поверхность-поверхность» с элементами контакта CONTA174 для индентора элементом TARGE170 для деформируемой поверхности.

Для решения рассматриваемой контактной задачи использовался расширенный метод Лагранжа для учета контактных усилий.

2. На основе предложенной расчетной модели проведен сравнительный анализ результатов натурных испытаний вдавливания жесткого индентора в пластину из стекловолоконного композита (Е. В. Карпов, [113], ФГБУН Институт

гидродинамики им. М.А. Лаврентьева СО РАН) и вычисленных численно полей напряжений в композитной пластине. Показано согласование результатов вычислительного эксперимента и реальных испытаний.

3. На основе предложенной расчетной модели проведен сравнительный анализ рассчитанных численно полей напряжений в композитных пластинах из углеродного волокна (схемы укладки волокон $[45^\circ/-45^\circ]_n$ и $[45^\circ/90^\circ/-45^\circ/0^\circ]_n$) с эпоксидной матрицей и пластине из стекловолоконного композита при вдавливания жесткого индентора радиусом от 1,5 до 12,5 мм. Показано:

- разрушения углеволокнистого композита и композита из стекловолокна при вдавливании жесткого индентора схожи (согласуются); за счет низкого предела прочности в поперечном направлении число разрушенных слоев в углеродном композите больше, чем количество слоев в композите из стекловолокна при соответствующих радиусах индентора;

- количество полностью разрушенных композитных слоев в углеволокнистом композите совпадает для случаев с укладкой волокон $[45^\circ/-45^\circ]_n$ и $[45^\circ/90^\circ/-45^\circ/0^\circ]_n$;

- после вдавливания жесткого индентора зоны разрушения по слоям в однонаправленном композите из углеродного волокна больше, чем у тканого композита из стекловолокна; при этом в композитах с укладкой волокон углерода $[45^\circ/-45^\circ]_n$ область разрушения меньше чем в пластине с укладкой волокон $[45^\circ/90^\circ/-45^\circ/0^\circ]_n$.

4. Полученные результаты численных расчетов полей напряжений композитных пластин из углеродного волокна со схемами укладки волокон $[45^\circ/-45^\circ]_n$ и $[45^\circ/90^\circ/-45^\circ/0^\circ]_n$ при вдавливании жестких инденторов различных радиусов (от 1,5 до 12,5 мм) позволили провести качественный анализ послойных разрушений с помощью критериев Хоффмана, Цая-Хилла, Цая-Ву и критерия максимального напряжения. Полученные результаты дают представление о механизме и видах разрушений связующего и волокон в слоях пластин при динамическом вдавливании жестких инденторов.

5. Разработанная расчетная модель композитной пластины может быть использована при решении задач контактного взаимодействия. В качестве оценки

поврежденности композитной пластины возможно использовать число разрушенных слоев композита.

Основные результаты, изложенные в данной главе, опубликованы в работах [117–120]. Максимальные значения коэффициента запаса прочности в композитных слоях пластины при вдавливании стальной сферы представлено в приложении А. Практическая значимость полученных результатов подтверждается актами об внедрении (приложения Ж)

Глава 3 МОДЕЛИРОВАНИЕ РАЗРУШЕНИЙ В КОМПОЗИТЕ ПРИ НИЗКОСКОРОСТНОМ КОНТАКТЕ С ХРУПКИМ ТЕЛОМ

3.1 Модель удара и метод моделирования частиц града

3.1.1 Конечно-элементная модель удара по пластине

Моделирование воздействия на композитные многослойные конструкции было предметом исследования многих ученых и инженеров. Наиболее распространенным подходом для решения таких задач является анализ КЭ. Для анализа динамической реакции многослойной пластины на удар была рассмотрена методика КЭ с использованием кратковременной динамики и учетом больших деформаций.

На рисунке 3.1 приведена схема удара твердого тела (импактор) по многослойной композитной пластине. Вводя обычные равнодействующие напряжения и момента ($N_x, N_y, N_{xy}, M_x, M_y, M_{xy}, Q_x, Q_y$), определяющее уравнение состояния ламината выглядит следующим образом [109]:

$$\begin{Bmatrix} N \\ M \\ Q \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B & 0 \\ B^T & D & 0 \\ 0 & 0 & F \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon^0 \\ \kappa \\ \gamma \end{Bmatrix}, \quad (3.1)$$

где $[A]$ - матрица жесткости на растяжение, $[B]$ - матрица связи на изгиб-растяжение, $[D]$ - матрица жесткости на изгиб и $[F]$ - жесткость на поперечный сдвиг.

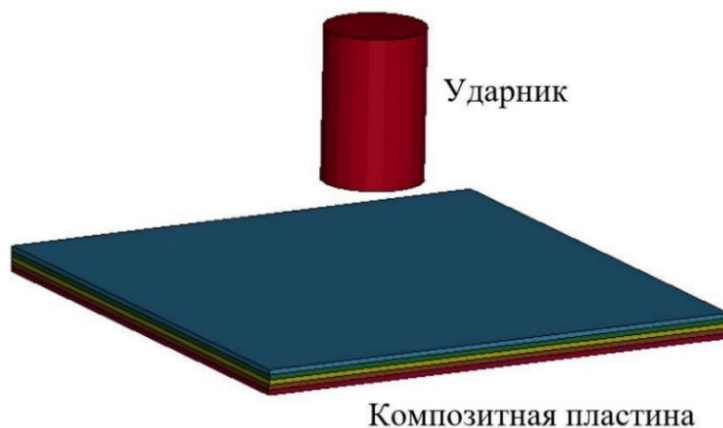


Рисунок 3.1 – Схема удара по композитной пластине

Уравнение динамики пластины имеет вид [46]:

$$[M]\{\ddot{u}\} + [K]\{u\} = \{F\}, \quad (3.2)$$

где $[M]$ и $[K]$ - соответственно матрицы массы и жесткости композитной пластины. В уравнении (3.2) $\{u\}$ и $\{\ddot{u}\}$ - соответственно вектор перемещения и вектор ускорения, $\{F\}$ - эквивалент внешней нагрузки, включающий силу удара [46].

Динамическое уравнение шара (ударника) задается с помощью второго закона Ньютона:

$$m_i \ddot{w}_i = -F_c, \quad (3.3)$$

где m_i - масса шара, \ddot{w}_i - ускорение шара, а F_c - контактная сила.

Рассматривается контакт между сферическим шаром из изотропного материала и многослойной композитной пластиной-мишенью, содержащей N поперечно тонких слоев. Контакт расположен в центре пластины.

Контактная сила между ударником и пластиной для нагружения рассчитывается с использованием модифицированного нелинейного закона вдавливания Герца, предложенного Таном и Саном [121]:

$$F = k\alpha^{3/2}, \quad (3.4)$$

где α - отступ, k - константа контакта Герца.

Для пластины α определяется следующим уравнением:

$$\alpha(t) = w_i(t) - w_s(t), \quad (3.5)$$

где $w_i(t)$ и $w_s(t)$ - смещение ударника и смещение точки удара по срединной поверхности пластины. Решение нелинейного уравнения, полученного из уравнений (3.1)-(3.4), осуществляется итерационной процедурой с использованием метода Ньютона-Рафсона.

КЭ используется для моделирования и анализа влияния выбора материала, его структуры на упругие характеристики и механическое поведение композитных материалов. Предварительное сравнение результатов моделирования с экспериментальными данными явно показало, что численное моделирование процесса удара захватывает основные аспекты физических явлений, предоставляя

еще больше информации о поведении различных составляющих мишени при ударе. При моделировании ударных повреждений учитываются основные механизмы повреждения (внутри- и межслойное разрушение).

3.1.2 Методы и инструменты моделирования частиц града

Из всех возможных форм осадков, которым может подвергаться композитная конструкция, град считается наиболее опасным в отличие от воздействия дождя, снега, морских брызг и т.д. Диаметр градин может изменяться от 5 мм (минимальный размер для классификации) до 50 мм в крайних случаях [38]. Эти большие размеры также приводят к увеличению скорости града, как описано в уравнении [122]:

$$V_t = \sqrt{\frac{2mg}{C\rho A}}, \quad (3.6)$$

где V_t - конечная скорость, m - масса градины, C - коэффициент аэродинамического сопротивления градины, ρ - плотность воздуха, A - площадь поперечного сечения градины.

Это выражение получено путем уравнивания сил гравитации и сил сопротивления, действующих на градину при свободном падении. Выражение (3.6) показывает, что с увеличением диаметра градины ее конечная скорость увеличивается. Увеличение конечной скорости и увеличение массы ледяной частицы определяют скачкообразное изменение энергии удара по сравнению с ударом капель дождя.

Лед представляет собой сложный и очень изменчивый материал с точки зрения его свойств. Градины образуются в условиях окружающей среды и имеют вид поликристаллического льда, известного как обычный или наземный лед [123]. Плотность льда и градин нестабильна и зависит от погодных условий. Обычный лед имеет плотность 917 кг/м³, которая увеличивается с понижением температуры, но не может сравниться с плотностью жидкой воды [123]. Градины обычно имеют меньшую плотность, чем лед, и эта плотность может варьироваться в зависимости от места и условий формирования.

Э.М. Шульсон [123] утверждает, что лед может проявлять два типа неупругого поведения при сжатии. При низких скоростях деформации лед ведет себя пластично, но по мере увеличения скорости деформации он становится более жестким и хрупким. Из рисунка 3.2 [123] видно, что по мере увеличения скорости деформации материал льда начинает вести себя более хрупко с более линейной кривой напряжения-деформации и снижением деформации после текучести. Сообщается, что переход от пластичного поведения к хрупкому происходит при скорости деформации порядка 10^{-3} с^{-1} . Этот переход является важным фактором, который следует учитывать при моделировании поведения материала льда.

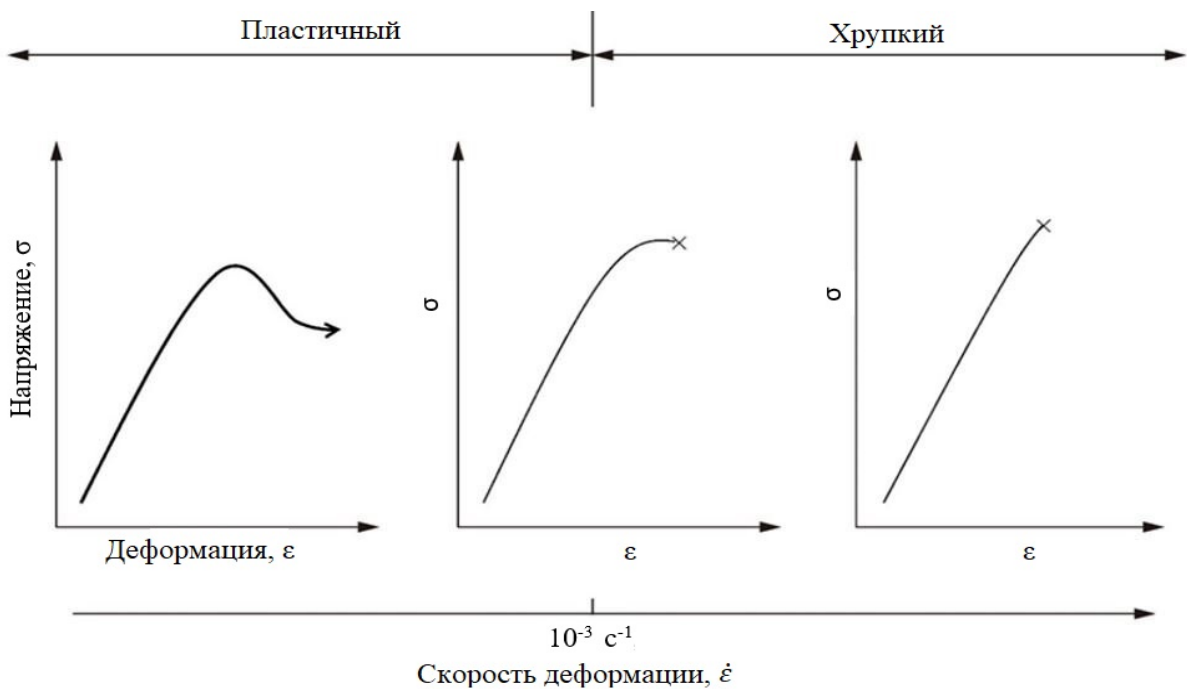


Рисунок 3.2 – Характер деформирования льда при сжатии с учетом скорости процесса

Удар градины происходит в течение долей секунды, и режим передачи нагрузки между градиной и целевым телом является очень динамичным. Существует множество коммерчески доступных программных пакетов, представляющих возможность создания динамических моделей. Одним из наиболее часто используемых пакетов для моделирования скоростных ударов, является модуль LS-DYNA пакета программ ANSYS. Он широко применяется в аэрокосмических и автомобильных исследованиях. Именно по этим причинам для

разработки численной модели контакта при низкоскоростном ударе ледяной частицы о композитную пластину и проведении исследования была выбрана программа LS-DYNA.

Известны опубликованные результаты несколько попыток моделирования льда при ударе. Многие исследования учитывают чувствительность льда к скорости деформации, настраивая входные данные о свойствах материала для конкретных условий удара, например, ранняя модель, предложенная Х. Ким [48]. Однако, К.С. Карни и соавторы [124] предложили модель материала, которую можно реализовать в LS-DYNA. Она включает в себя чувствительность к скорости деформации за счет введения эффекта масштабирования сжимающего напряжения, относящегося к диапазону возможных скоростей деформации. Эта встроенная чувствительность к скорости деформации убирает необходимость настройки свойств материала под заданные условия удара. Моделирование воздействия града является чрезвычайно сложной задачей. Заметное рассеяние наблюдается даже в лабораторных тестах [124]. Удар градом применяется при больших деформациях и при переходе состояния от твердого к жидкому, что необходимо воспроизвести для точного моделирования события. Влияние модели материала и возможность использования двух бессеточных методов (т.е. моделей SPH и EFG - Element Free Galerkin) оцениваются с учетом экспериментальных тестов, описанных в [47].

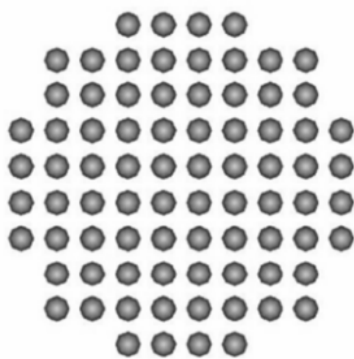
М. Ангилери и соавторы [125] провели обзор численных методов моделирования воздействия града, сравнив подходы Лагранжа, Эйлера и SPH, используя модели ледяного материала, которые предшествовали работе [47]. Исследование показало, что вычислительное время, необходимое для классического Лагранжевого подхода, было слишком велико, чтобы рассматривать его как подходящую методологию моделирования. Результаты, полученные как для Эйлера, так и для SPH-подходов, были очень похожи как в количественном, так и в качественном отношении. Однако время, требуемое для SPH-подхода, было значительно меньше, только 1 час 4 минуты, по сравнению с 14 часами 30 минутами для Эйлера. Поэтому для моделирования частиц града решено использовать подход SPH в рамках данного исследования.

SPH представляет собой схему интеграции N тел, разработанную Люси Л.Б. [126], Джингольдом Р. А. и Монаганом Дж.Дж. [127]. Метод был разработан, чтобы избежать ограничений запутывания сетки, возникающих в задачах экстремальной деформации с помощью метода конечных элементов.

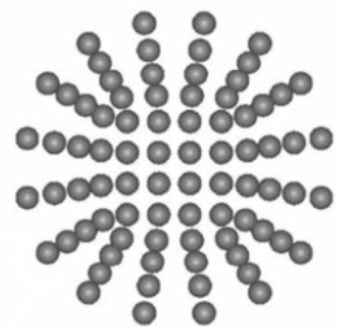
Процедура метода SPH сравнима с другими численными методами. Чтобы подчеркнуть различия, основная процедура разделена на следующие этапы:

- ❖ Формулировка уравнений с учетом граничных условий и/или начальных условий.
- ❖ Дискретизация области задачи с помощью набора частиц.
- ❖ Численная дискретизация.
 - Аппроксимация ядра.
 - Аппроксимация частиц, выполняемая на каждом временном шаге.
- ❖ Применение численного метода для решения уравнений в частных производных или обыкновенных дифференциальных уравнений.

Система дискретизируется с помощью частиц с индивидуальными массами. По сравнению с МКЭ связь между частицами, описывающими область задачи, не обязана быть заранее определенной. Тем не менее, существуют некоторые рекомендации относительно распределения частиц. LS-DYNA рекомендует выбирать расположение частиц, которое максимально регулярно и не содержит больших отклонений. Примером дискретизации профиля цилиндра, показанного на рисунке 3.1, служит «Сетка 1», приведенная на рисунке 3.3.



Сетка 1



Сетка 2

Рисунок 3.3 – Требования к сетке SPH [128]

Помимо определения частиц в соответствии с геометрией, распространенной практикой является использование алгоритмов генерации сетки в МКЭ. Частицы размещаются в ячейке сетки с использованием геометрического центра или центра масс в качестве опорной точки. Размещение частиц в узлах часто позволяет получить более гладкую поверхность, но не всегда доступно в коммерческих программах. Распределение узлов с использованием методов генерации сетки приводит к выводу, что оно может быть качественным только для модели с качественной сеткой. Для комбинированного моделирования SPH нет другого способа, кроме использования заранее определенной сетки, поскольку частицы SPH должны быть сгенерированы из удаленных элементов. LS-DYNA может адаптировать 1, 8 или 27 дискретных элементов, расположенных вокруг геометрического центра твердого элемента (рисунок 3.3).

Получение аналитического решения для управляющих уравнений системы обычно не представляется возможным. Численное решение требует определенных упрощений, начиная с дискретизации области задачи. Численная дискретизация разделена на аппроксимацию ядра, за которой следует аппроксимация частицами.

Приближение ядра можно представить как основу для приближения переменной поля $f(x)$ в интегральной форме. Данная переменная имеет значение для определенной точки, определенной трехмерным вектором позиции x . Обычно эта точка является позицией частицы. Точное значение определяется следующим интегралом [129]:

$$f(x) = \int_{\Omega} f(y) \delta(x - y) dy, \quad (3.7)$$

где Ω - интегральный объем, содержащий x , а $\delta(x - y)$ - функция Дирака, определенная как

$$\delta(x - y) = \begin{cases} 1 & x = y \\ 0 & x \neq y \end{cases}. \quad (3.8)$$

Функция Дирака заменяется сглаживающей/ядерной функцией ($W(x - y, h)$). Эта функция учитывает, что область задачи дискретизирована с конечным числом частиц. Для приближения достаточно учесть несколько частиц, определенных

сглаживающей длиной h . Сглаживающая длина определяет область поддержки/влияния частицы. Чтобы поддерживать примерно одинаковое количество частиц в области поддержки, h изменяется во времени и пространстве. Кроме того, сглаживающая функция должна быть центрально сфокусированной. Существуют различные критерии, которые влияют на выбор. Общеиспользуемая функция (также в LS-DYNA) - это кубическая В-сплайн функция, похожая на гауссову функцию, предложена Монаганом Дж. Дж. и Латтанцио Дж. К. [130] и определена следующим образом:

$$W(r, h) = C_d \times \begin{cases} 1 - \frac{3}{2}r^2 + \frac{3}{4}r^3, & |r| \leq 1 \\ \frac{1}{4}(2-r)^3, & 1 \leq |r| \leq 2 \\ 0, & |r| > 2 \end{cases} . \quad (3.9)$$

В зависимости от размерности пространства C_d становится $C_1=1/h$, $C_2=15/(7\pi h^2)$, $C_3=3/(2\pi h^3)$; $r=|x-y|/h$ - относительное расстояние между двумя частицами. Функция имеет весовой эффект, поскольку частицы, зависящие от геометрического расстояния, оказывают разное влияние на переменные поля и, следовательно, монотонно убывают. Сглаживающая функция W должна удовлетворять следующим трем условиям.

Первое условие утверждает, что интеграл сглаживающей функции должен быть равен [129]:

$$\int_{\Omega} W(x-y, h) dy = 1. \quad (3.10)$$

Второе условие утверждает, что сглаживающая функция W становится функцией Дирака, или точнее, значением функции при приближении сглаживающей длины к нулю:

$$\lim_{h \rightarrow 0} W(x-y, h) = \delta(x-y). \quad (3.11)$$

Последнее условие определяет, что частицы за пределами сглаживающей длины (R) не учитываются [129]:

$$W(x-y, h) = 0 \quad \text{когда } |x-y| > R. \quad (3.12)$$

Существует упрощение для производной интегральной формы ядерной функции, что приводит к следующему уравнению

$$\Delta f(x) \geq - \int_{\Omega} f(y) \Delta W(x-y) dy. \quad (3.13)$$

Визуализация аппроксимации частицами представлена на рисунке 3.4. На этой схеме показано конечное количество частиц внутри круглой области поддержки с радиусом R внутри всей задачи.

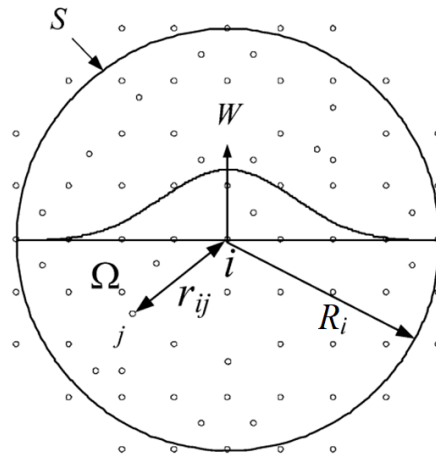


Рисунок 3.4 – Приближение частиц и область поддержки [129]

Интегральная форма приближения ядра может быть преобразована в дискретную форму, состоящую из суммирования по частицам в области поддержки. Для этого бесконечно малый объем du заменяется конечным объемом частицы ΔV_j . Теперь интегральное представление может быть записано в дискретной форме [129]

$$f(x_i) = \sum_{j=1}^N \frac{m_j}{\rho_j} f(x_j) W(r_{ij}, h). \quad (3.14)$$

Необходимо обратить внимание, что ΔV_j заменяется соотношением массы и плотности, заданным как m_j/ρ_j . В итоге уравнение (3.14) аппроксимирует значение функции в частице i с помощью среднего взвешенного влияния частиц в области поддержки. Поскольку в уравнении выше введена плотность, данный метод предпочтительно используется в гидродинамических задачах. Однако для применения к задачам твердотельной механики требуются особые подходы. Если

сглаживающая длина изменяется, частицы могут влиять друг на друга только в одном направлении. Это нарушение третьего закона Ньютона и решается путем взятия среднего значения соответствующих сглаживающих длин.

Сортировка частиц, как показано на рисунке 3.5, выполняется на каждом временном шаге. Таким образом, этот метод позволяет справиться с экстремальными и динамическими деформациями. Именно это делает метод «адаптивным».

Аппроксимация частицы порождает набор обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ), зависящих только от времени. ОДУ могут быть решены с использованием явного алгоритма интегрирования. Это позволяет быстро продвигаться по времени. Размер шага по времени для метода SPH в LS - DYNA определяется следующим выражением:

$$\Delta t = S_{CFL} \min_i \left(\frac{h_i}{s_i + \vartheta_i} \right), \quad (3.15)$$

где s_i - адиабатическая скорость звука, S_{CFL} - числовая константа, ϑ_i - скорость частицы, а h_i - сглаживающая длина.

Дальнейшие выводы основаны на работе В. Бенца и соавторов [131], в которой представлен код SPH, применимый к задачам твердотельной механики. Реализованы два уравнения: уравнение сохранения массы (3.16) и уравнение сохранения импульса (3.17) [132]:

$$\frac{d\rho}{dt} + \rho \frac{\partial}{\partial x^\alpha} \vartheta^\alpha = 0, \quad (3.16)$$

$$\frac{d\vartheta^\alpha}{dt} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x^\beta} \sigma^{\alpha\beta}, \quad (3.17)$$

где d/dt - лагранжева производная по времени, ρ - плотность, v - скорость, σ - тензор напряжений, а α, β - пространственные индексы.

Формулировка SPH может быть получена в записи через весовую функцию W . Уравнения сохранения решаются с использованием слабой формы. Одна из возможных формулировок уравнения сохранения массы называется

симметричной формой [129]:

$$\frac{dp_i}{dt} = \sum_{j=1}^N m_j (g_i^\alpha - g_j^\alpha) \frac{\partial W_{ij}}{\partial x_i^\alpha}. \quad (3.18)$$

А соответственно, уравнение сохранения импульса

$$\frac{dg_i^\alpha}{dt} = \sum_{j=1}^N m_j \left(\frac{\sigma_i^{\alpha\beta}}{\rho_i^2} + \frac{\sigma_j^{\alpha\beta}}{\rho_j^2} \right) \frac{\partial W_{ij}}{\partial x_i^\beta}. \quad (3.19)$$

На рисунке 3.5 показано, что происходит в течение одного временного шага. Цикл интегрирования начинается с начального положения и скоростей. Основой для следующих расчетов является определение области влияния по длине сглаживания. После этого поля перемещений могут быть рассчитаны. Силы, условия контакта и ускорения получены, что приводит к обновленным положениям и скоростям. Из перемещений получается деформация, из деформации - напряжение, и цикл повторяется. Использование явного временного интегрирования позволяет получить расширенную историю всех переменных во времени.



Рисунок 3.5 – Расчетный цикл SPH [128]

3.2 Дискретная модель контакта слоистого композита и хрупкого тела в LS - DYNA

3.2.1 Конечно - элементная модель композитной пластины

Испытания на удар моделировались с использованием коммерческого кода КЭ LS-DYNA и проводились в режиме двойной точности. Поскольку одной из задач анализа было прогнозирование развития повреждений, была выбрана 3D-модель слоя, чтобы получить более точное описание распределения напряжений по толщине слоя. Каждый слой был смоделирован с помощью одного слоя трехмерных восьмиузловых конечных элементов.

Среди моделей, формирующих пластину, доступных в LS-DYNA, в данной работе выбрана модель варианта составного разрушения материала (*MAT_059_SOLID), способная предсказывать прогрессирующее повреждение материала на основе трехмерного критерия разрушения, основанного на напряжении. Восьми узловой твёрдотельный элемент (рисунок 3.6) является одним из важных элементов в LS-DYNA для моделирования сложных трехмерных объектов. Этот элемент позволяет моделировать трехмерную деформацию объектов при сжатия, растяжения или воздействии динамических нагрузок. Он вычисляет напряжения и деформации, основываясь на взаимодействии между восемью узлами, что позволяет учитывать сложные явления, такие как трещины, неравномерные деформации. Этот элемент широко применяется в моделях динамической нагрузки и асимметричной динамики, включая симуляции столкновений и деформацию пластин.

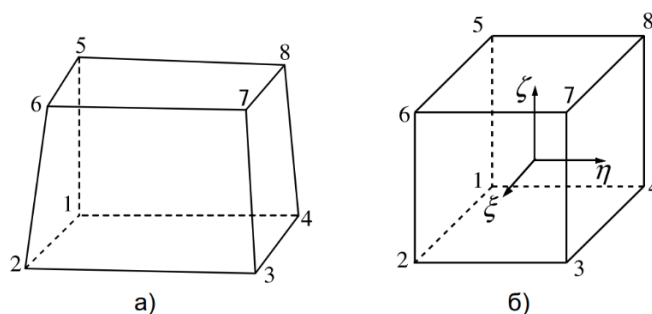


Рисунок 3.6 – Восьми узловой твёрдотельный элемент в (а) физических координатах и (б) естественных координатах

В LS-DYNA 8-ми узловой твёрдотельный элемент по умолчанию обычно использует комбинацию одной точки интегрирования и методов управления Hourglass. Интегрирование в одной точке метод включает в себя оценку свойств элемента и его поведения в одной точке интегрирования внутри элемента. Это упрощает численный процесс интегрирования. Управление Hourglass *CONTROL_HOURLASS используется для подавления развития паразитных (нежелательных) режимов Hourglass, которые могут привести к нереалистичным деформациям в результатах симуляции. Вязкое управление Hourglass вводит искусственную вязкость в элемент для его стабилизации. Это помогает предотвратить определенные виды фиктивных деформаций и особенно важно при использовании упрощенного интегрирования для обеспечения стабильности. Используя интегрирование в одной точке плюс вязкое управление Hourglass, 8-узловый твёрдотельный элемент может достичь баланса между вычислительной эффективностью и стабильностью в симуляциях.

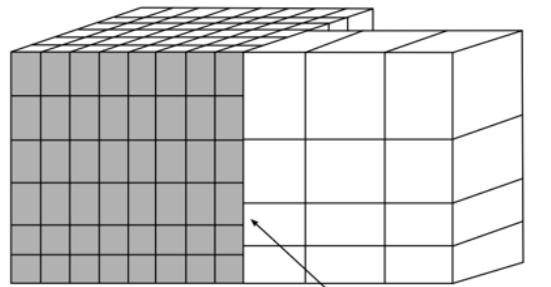
3.2.2 Модель контакта в LS-DYNA

Ударник моделировался методом SPH. Его начальная скорость и масса задавались в зависимости от рассматриваемого уровня энергии. Контакт между ударником и всем ламинатом был смоделирован с использованием алгоритма контакта *AUTOMATIC-NODE-TO-SURFACE.

Повреждение от расслоения было реализовано в имитационной модели за счет использования алгоритма *CONTACT_AUTOMATIC_ONE_WAY_SURFACE_TO_SURFACE_TIEBREAK между слоями. Алгоритм разрыва связи поверхность-поверхность основан на знании межламинарных свойств материала с точки зрения нормальной прочности и прочности на сдвиг. Алгоритм также использует вариант связанных интерфейсов [128]. Этот вариант применяется между отдельными твёрдотельными элементами, моделирующими сплошные слои. Используя этот подход, каждый слой моделируется как сплошной слой элементов, но узлы между слоями, первоначально соприкасающимися, связываются вместе, препятствуя скользящим движениям, пока не будет достигнут

критерий разрушения, соответствующий началу расслоения. В частности, узловое напряжение контролируется на протяжении всего анализа и учитывается в критерии разрушения на основе прочности созданного интерфейса.

Резкие переходы в зонировании допускаются с помощью связанных интерфейсов, как показано на рисунке 3.7, где соединяются две сетки сплошных элементов.



Связанный интерфейс
допускает переходы сеток

Рисунок 3.7 – Связанный интерфейс, используемый для перехода сетки

Поскольку ограничения накладываются только на подчиненные узлы, в качестве главной поверхности рекомендуется использовать сторону интерфейса с более грубой сеткой. В идеале каждый главный узел должен совпадать с подчиненным узлом, чтобы обеспечить полную совместимость смещений по интерфейсу, но на практике этого часто трудно, если вообще возможно, достичь. Другими словами, главные узлы, которые не совпадают с подчиненным узлом, могут проникать через подчиненную поверхность.

Реализация связанных ограничений интерфейса проста. На каждом временном шаге мы перебираем связанные интерфейсы и обновляем каждый из них независимо. Сначала мы распределяем узловые силы и узловую массу каждого подчиненного узла на главные узлы, которые определяют сегмент, содержащий точку контакта, т. е. приращения сил [128]:

$$K_L U_L = F_L, \quad (3.20)$$

добавляются к вектору силы основной поверхности. После завершения суммирования по всем подчиненным узлам мы можем вычислить ускорение

главной поверхности. Ускорение каждого подчиненного узла a_{is} затем интерполируется из ведущего сегмента, содержащего его точки контакта [128]:

$$a_{i_s} = \sum_{j=1}^4 \phi_j(\xi_c, \eta_c) a_i^j. \quad (3.21)$$

Интерполированная точка контакта (ξ_c, η_c) для каждого подчиненного узла вычисляется один раз, поскольку ее относительное положение на ведущем сегменте является постоянным на протяжении всего расчета. Если проекция ближайшей точки ведомого узла на главную поверхность неортогональна, будут вычисляться значения (ξ_c, η_c) , превышающие единицу. Чтобы допустить небольшие рассогласования сетки, подчиненный узел остается свободным, если величина длины проекции контакта превышает 1,02.

Связанные интерфейсы требуют совпадающих поверхностей. Рассмотрим рисунок 3.8, где идентичные подчиненная (контактная) и главная (целевая) поверхности смещены. В этом случае связанные ограничения требуют, чтобы поступательные скорости связанных узлов были одинаковыми, т.е.

$$v^s = v^m. \quad (3.22)$$

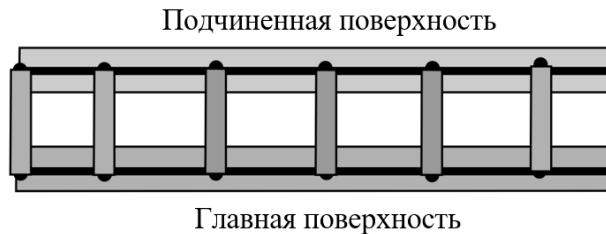


Рисунок 3.8 – Смещенный привязанный интерфейс [128]

Следовательно, если узлы смещены, повороты невозможны. Скорость связанного подчиненного узла на рисунке 3.8 должна учитывать вращение сегмента [128]:

$$v^s = v^m - \hat{z} e_3 \times \omega, \quad (3.23)$$

где \hat{z} – расстояние до ведомого узла, e_3 – вектор нормали к ведущей поверхности в точке контакта, ω – угловая скорость. Поскольку в логике связанных интерфейсов это не так, \hat{z} должен иметь нулевую длину.

LS-DYNA автоматически привязывает подчиненные узлы обратно к главной

поверхности, если возможно, и выводит предупреждающие сообщения для всех проецируемых смещенных узлов или узлов, находящихся слишком далеко для привязки. Эта проекция устраняет проблемы с ограничениями на вращение, но создает другие трудности, такие как изменение геометрии и исключение связанных интерфейсов из автоматического создания, так как нельзя смешивать связанные поверхности с автоматическим контактом со смещением толщины.

Для решения этой проблемы к связанным интерфейсам была добавлена опция смещения с использованием штрафного подхода. Этот подход устраняет основные ограничения формулировки граничных условий, позволяя избегать общих узлов между несколькими связанными интерфейсами, закреплять узлы твердого тела и применять другие ограничения к связанным узлам интерфейса, а также подвергать их заданным движениям.

3.2.3 Определение повреждений внутри композитов и алгоритм построения модели контакта

LS-DYNA вычисляет напряжения и деформации в связующем и волокнах композита, что позволяет определить типы повреждений композитных материалов. В модели материала *MAT_059_SOLIDS существует восемь различных режимов разрушения, основанных на критерии Хашина. Часть из них приведена выше в виде формул (1.69) - (1.74). В LS-DYNA для лучшего представления зон разрушения применяются переменные истории повреждений (DHV - Damage History Variables). DHV № 1 - 8 для *MAT_059_SOLID отображаются в окне LS - PrePost после 5 мкс с момента удара градины о пластину для сравнения повреждений, инициированных в каждом слое. Переменная DHV №1 описывает разрушение в продольном направлении волокна по напряжениям, переменная № 2 - в поперечном направлении волокна, а № 4 – расслоение между слоями.

Если за время моделирования удара льда напряжение достигает критического значения прочности, то повреждение накапливается, значение напряжения далее не уменьшается. Результатом отображения значений переменных DHV является процент целостности (неповрежденного) слоя. Поэтому считается, что слой

поврежден, если одна из измеренных DHV в слое равна нулю после 5 мкс с момента удара градины о пластину. Значение DHV равно 1 соответствует неповрежденному слою.

Алгоритм численного решения задачи низкоскоростного контакта частицы града и композитной пластины представлен на рисунке 3.9.

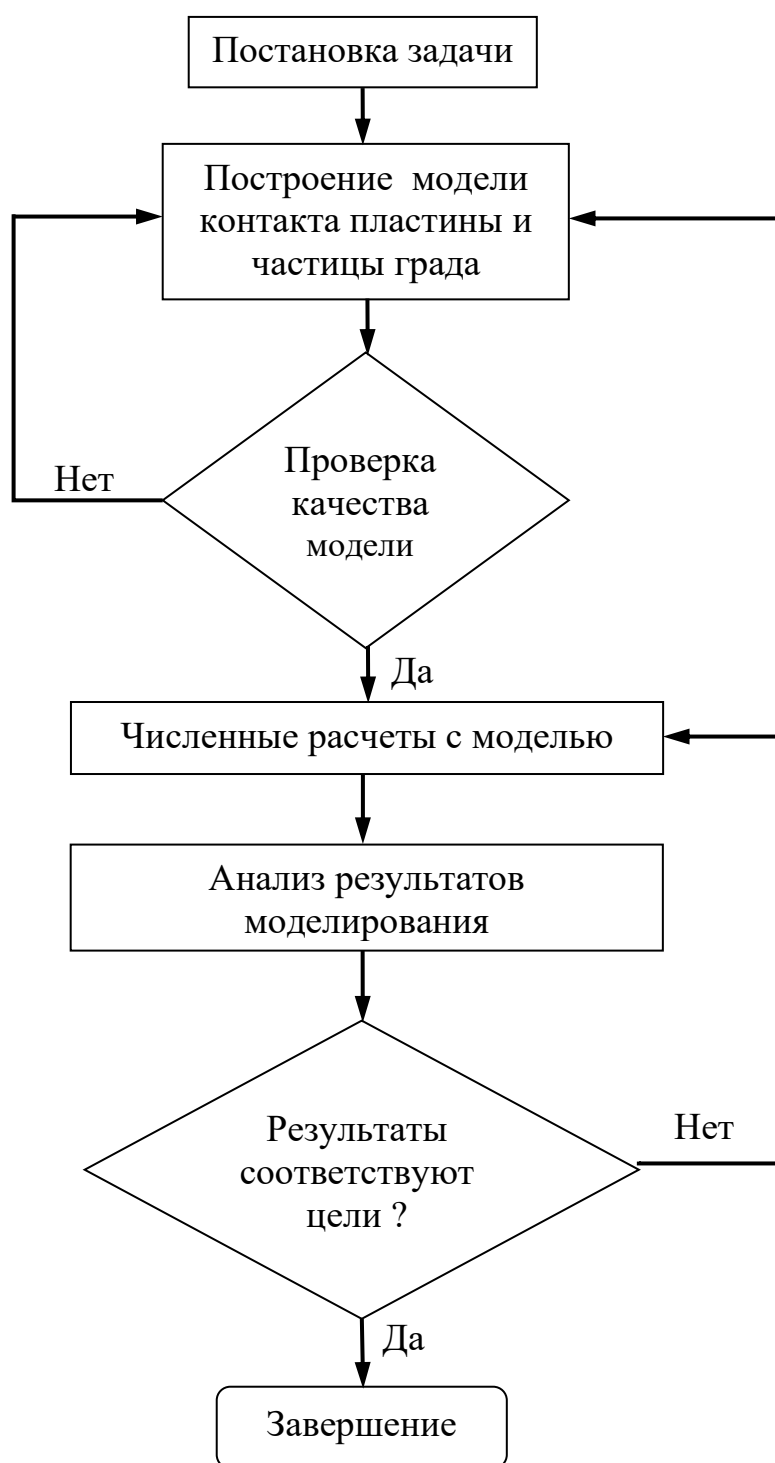


Рисунок 3.9 – Алгоритм численного решения задачи контакта

3.3 Валидация модели контакта по опубликованным результатам

3.3.1 Моделирование удара частицы града о жесткую пластину

В этом исследовании реализация модели материала льда и симуляции на основе метода SPH была осуществлена с помощью программы LS-DYNA. Для проверки предложенной модели материала требовались экспериментальные данные о воздействии льда при высоких скоростях деформации.

Для того чтобы оценить модель материала льда, была проведена серия компьютерных симуляций для воспроизведения испытаний на удар, проведенных экспериментально. Виртуальный эксперимент состоял в запуске цилиндрических ледяных снарядов длиной 42,16 мм и диаметром 17,46 мм на жесткую пластину, с установленными датчиками измерения усилий для записи профиля нагружения при испытании. Снаряд ледяного цилиндра был смоделирован с использованием подхода SPH и представлен примерно 50000 узлами SPH. Путем итераций было обнаружено, что такое количество узлов обеспечивает хороший баланс между точностью и вычислительными требованиями по времени.

Данная модель реализуется в LS-DYNA через специально созданную модель материала *MAT_PLASTICITY_COMPRESSION_TENSION_EOS. Свойства материала для монокристаллического льда при температуре -10°C приведены в таблице 3.1.

Таблица 3.1 – Свойства материала льда [48]

Свойство	Значение
Плотность ($\text{кг}/\text{м}^3$)	846
Модуль упругости сдвига (ГПа)	3.46
Предел прочности (МПа)	10.30
Модуль пластического упрочнения (ГПа)	6.89
Объемный модуль упругости (ГПа)	8.99
Предел пластической деформации (%)	0.35
Предел прочности при растяжении (МПа)	-4.00

Модель материала также требует учета чувствительности к скорости деформации льда, что достигается через ввод данных о масштабном коэффициенте сжатия напряжений, подробно описанных Карни и соавторами [124] (таблица 3.2).

Таблица 3.2 – Чувствительность к деформации льда

Скорость деформации (s^{-1})	Масштабный коэффициент напряжения	Скорость деформации (s^{-1})	Масштабный коэффициент напряжения
1	1	700	1.73005
10	1.2566	800	1.74493
100	1.5132	900	1.75805
200	1.59044	1000	1.76979
300	1.63562	1100	1.78042
400	1.66768	1500	1.81498
500	1.69255	10000	2.02639

Окончательно требуются входные данные для уравнения состояния *EOS_TABULATED_COMPACTON, которое описывает связь между объемным деформированием и давлением в ледяном материале (таблица 3.3) [124].

Таблица 3.3 – Уравнение состояния льда [124]

Относительная объемная деформация	Давление, МПа	Объемный модуль (Bulk Modulus), ГПа
0	0	8.96
-7.69×10^{-3}	68.9	8.96
-3.13×10^{-2}	68.9	2.2
-10	68.9	6.89×10^{-3}

Для моделирования контакта между градиной и целевой пластиной был использован алгоритм контакта *CONTACT_AUTOMATIC_NODES_TO_SURFACE с активированной формулировкой SOFT 1, которая позволяет более точно моделировать контакт между телами со значительно различающейся

жесткостью (в этом случае лед и сталь).

На рисунке 3.10а показано развитие смоделированного удара частицы льда о стальную пластину со скоростью 152,4 м/с, полученное по результатам проверочного моделирования SPH. Сравнивая это с изображениями из [124], показанных на рисунке 3.10б, можно сказать, что попытки воспроизвести работу по моделированию дали качественно сопоставимые результаты. Как на рисунке 3.10а, так и на рисунке 3.10б показано, как структура льда разрушается из твердого в жидкий/ порошкообразный состав по мере развития ударного события.

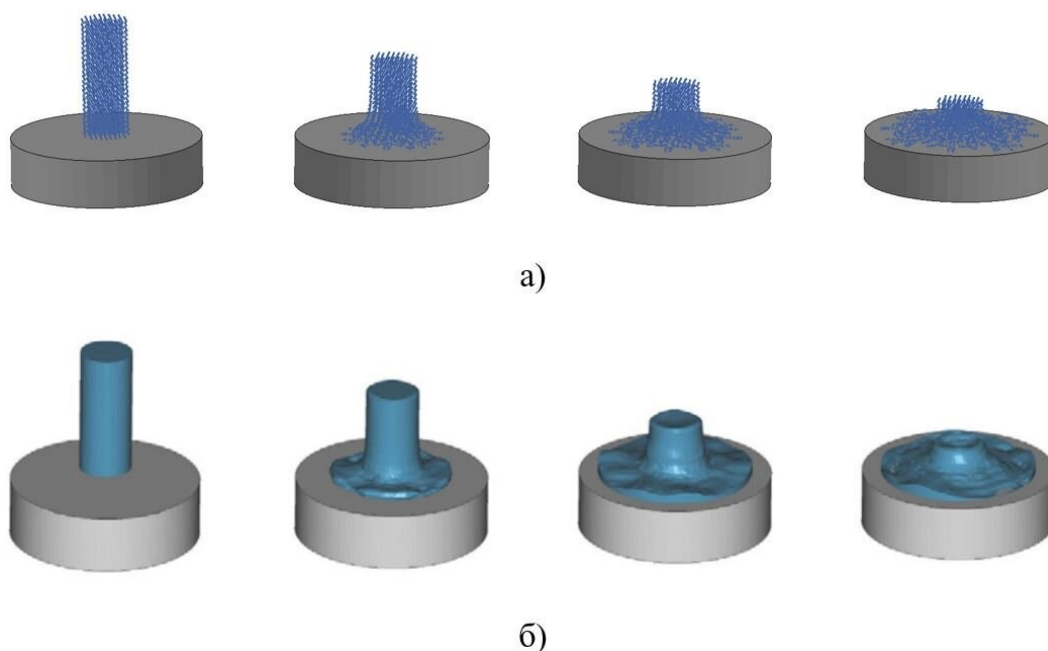


Рисунок 3.10 – Численное моделирование в комплексе LS-DYNA удара частицы града со скоростью 152,4 м/с о стальную пластину
а - метод SPH; б - метод ALE (Arbitrary Lagrangian–Eulerian) [124]

На рисунке 3.11 показан график силы удара частицей льда методом SPH со скоростью 152,4 м/с о жесткую пластину. Фиксация удара проводилась с помощью пружинного элемента, представляющего тензодатчик.

Проведено сравнение численных расчетов с аналитическими и экспериментальными результатами из источника [124]. Из графика видно, что пиковое значение силы удара частицей льда о жесткую пластину, реализованного в данном исследовании с использованием метода SPH, хорошо согласуется с результатами из источника [124].

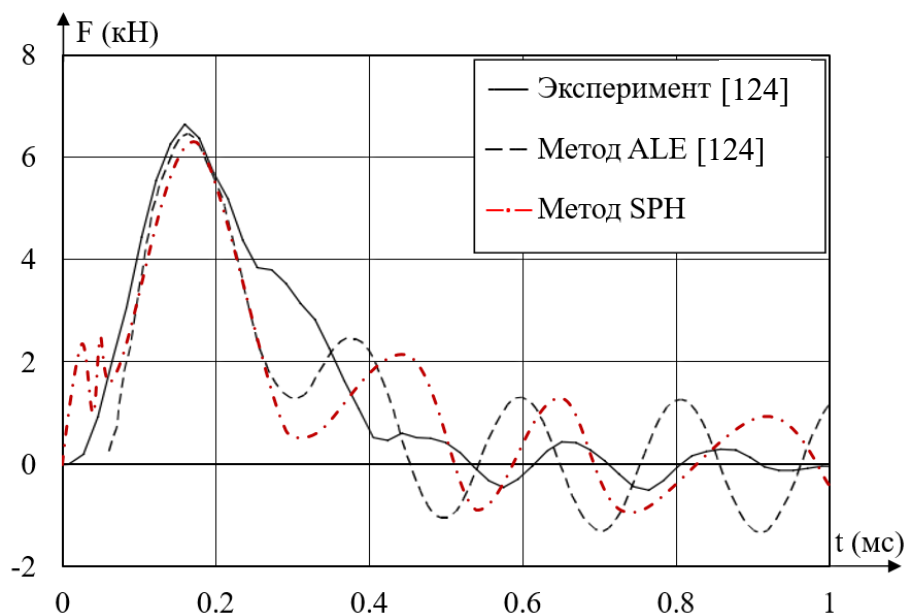


Рисунок 3.11 – Изменение силы удара частицей льда о стальную пластину со скоростью 152,4 м/с

Сравнение проводилось при ударе по стальной пластине частицей льда со скоростями: 91,44 м/с (рисунок 3.12) и 213,36 м/с (рисунок 3.13). Получена хорошая согласованность результатов пикового значения силы удара. Достигнув как качественно, так и количественно сопоставимых результатов с исследованием из источника было решено, что подход SPH является подходящим и эффективным способом моделирования льда в LS-DYNA.

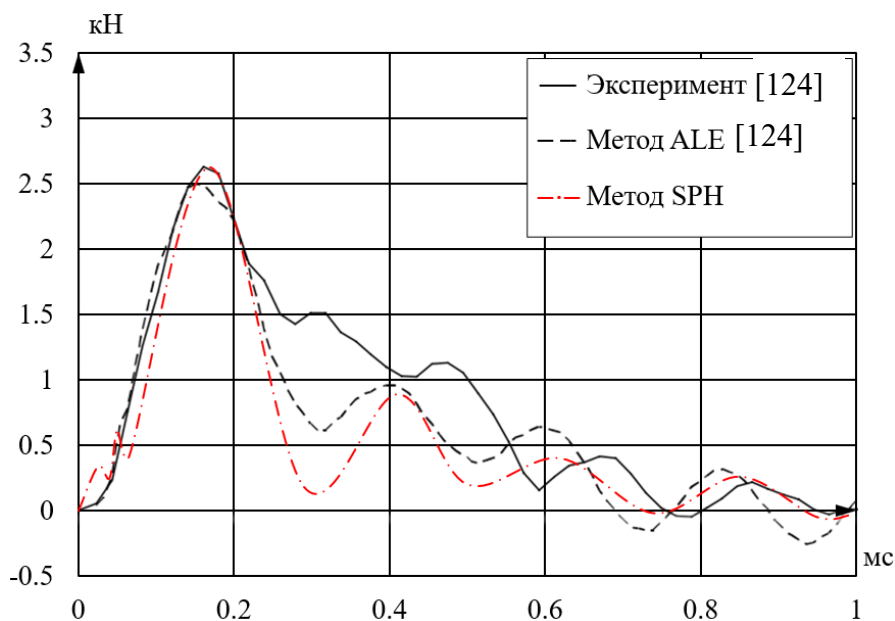


Рисунок 3.12 – Изменение силы при ударе частицей льда о стальную пластину со скоростью 91,44 м/с

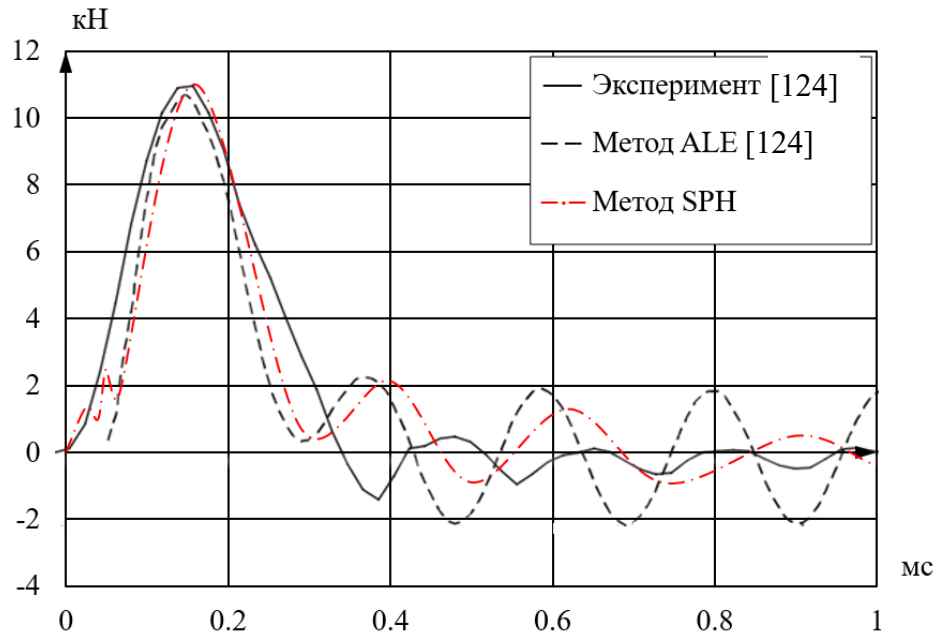


Рисунок 3.13 – Изменение силы при ударе частицей льда о стальную пластину со скоростью 213,36 м/с

В качестве примера на рисунке 3.14 приведены снимки, на которых частица града диаметром 61 мм со скоростью 61,8 м/с взаимодействует с торцевой пластиной системы измерений.

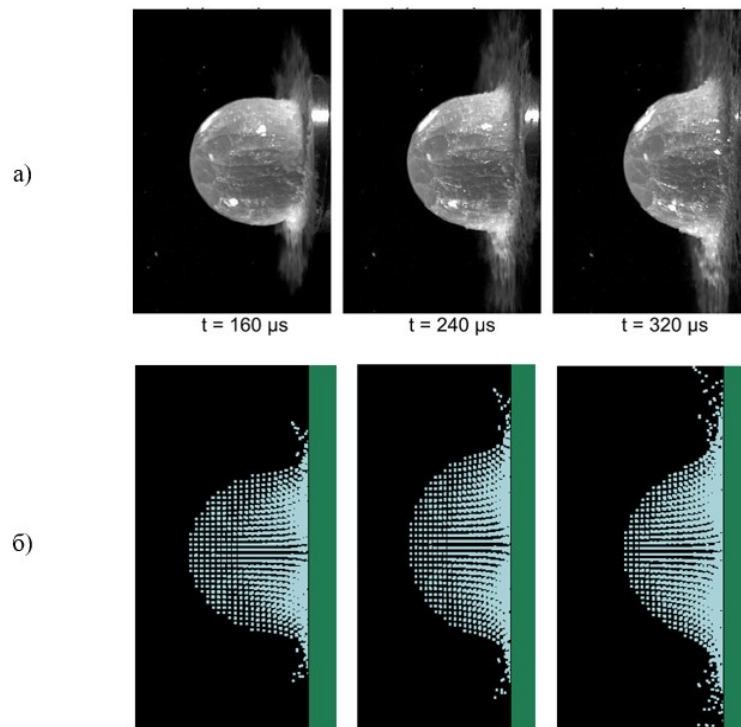


Рисунок 3.14 – Взаимодействие частицы ледяного града диаметром 61 мм (скорость 61,8 м/с) с торцевой пластиной: а - кадры с видеокamеры эксперимента [133]; б - результаты моделирования процесса LS-DYNA

3.3.2 Моделирование деформирования композитной многослойной пластины при воздействии града

Для изучения образования дефектов и оценки диссипации энергии при низкоскоростном взаимодействии ударника и композитного материала в ИТПМ СО РАН была создана лабораторная баллистическая установка. Схема экспериментальной лабораторной установки показана на рисунке 3.15а.

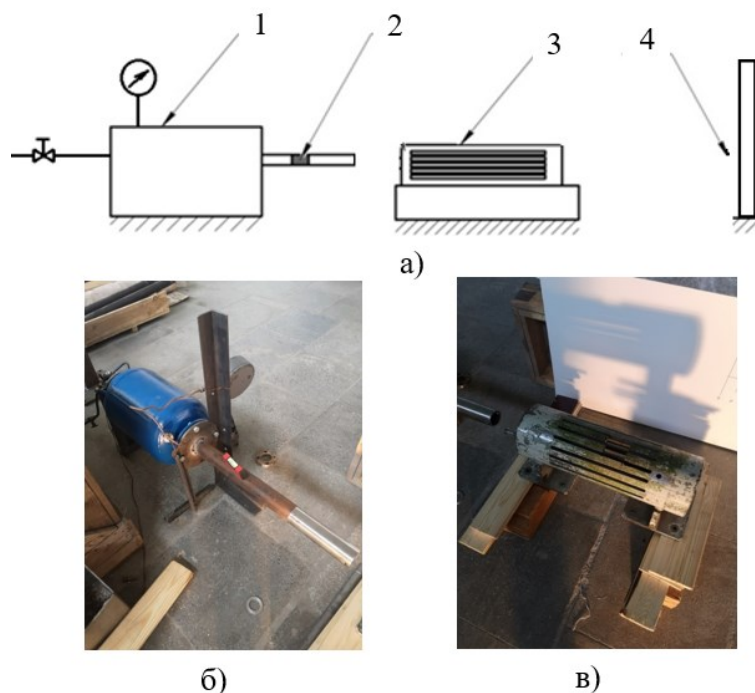


Рисунок 3.15 – а) Схема экспериментальной установки;
б) пневмогенератор; в) отсекающий газовой струи

Установка состоит из пневмогенератора 1 и баллистического ствола 2 (рисунок 3.15б), отсекающего газовой струи 3 (рисунок 3.15в) и целевой системы 4 (используется для крепления композитных панелей). Последовательность проведения эксперимента состоит в следующем. В пневмогенераторе 1 создается необходимое давление, в баллистический ствол 2 устанавливается метаемое тело. Далее производится выстрел по композитной панели 4. Отсекатель газовой струи 3 предотвращает воздействие толкающего газа на композитную конструкцию.

В таблице 3.4 приведены характеристики материала композитных слоев Toray T800 (плотностью 2700 кг/м^3) из углеродного однонаправленного волокна со схемой укладки слоёв $[0/45/90/-45]_s$ [134]. Этот материал имеет толщину слоя

0,2 мм и используется во многих аэрокосмических применениях, включая фюзеляж Boeing 787 и Boeing 777. Осредненные механические характеристики пакета приведены в таблице 3.4, где E_1, E_2, E_3 – модуль Юнга в главных направлениях, $\nu_{12}, \nu_{23}, \nu_{13}$ – коэффициенты Пуассона в главных плоскостях, G_{12}, G_{23}, G_{13} – модули сдвига в главных плоскостях, X_p, X_c, Y_p, Y_c – прочность при растяжении и сжатии в направлениях 1 и 2.

Таблица 3.4 – Механические свойства материала T800 / 3900-2 [134]

$E_1,$ ГПа	$E_2,$ ГПа	$E_3,$ ГПа	$G_{12},$ ГПа	$G_{13},$ ГПа	$G_{23},$ ГПа	ν_{12}	ν_{13}	ν_{23}	$X_p,$ МПа	$X_c,$ МПа	$Y_p,$ МПа	$Y_c,$ МПа
160	8,97	8,97	6,21	6,21	3,45	0,28	0,28	0.36	2843	1553	185	166

Композитные пластины имели размеры 200 x 200 мм и состояли из 8, 12 или 20 слоев. Общая толщина пластин варьировалась от 1,6 мм до 4,0 мм. Результаты эксперимента, представленные в таблице 3.5, демонстрируют наличие области разрушения в композите при ударе ледяной сферой массой 0,031-0,041 кг со скоростью 60,29-109,27 м/с. В ходе проведения тестовых испытаний выполнено 8 зачетных выстрелов (таблица 3.5).

Модель льда, проверенная в п.3.3.1, использовалась при моделировании ударного воздействия частицей льда на многослойную композитную пластину. Для моделирования композитной пластины были использованы 8 - узловые конечные элементы с единой точкой интегрирования и контролем паразитных мод. Крепление пластины проводилось жестко по ее границе. Для индентора задавалась скорость, которая соответствовала скорости частицы града, измеренной в эксперименте.

Иллюстрации переменных истории во втором слое композитной пластины приведены на рисунке 3.16: переменная № 1 (рисунок 3.16а); переменная № 4 (рисунок 3.16б). Скорость частицы града составила 80,71 м/с.

Проведен анализ численного моделирования удара частицей града по восьми композитным пластинам. Анализ результатов расчета переменных истории повреждений каждого слоя пластин в каждой конфигурации и результаты

эксперимента представлены в таблице 3.5.

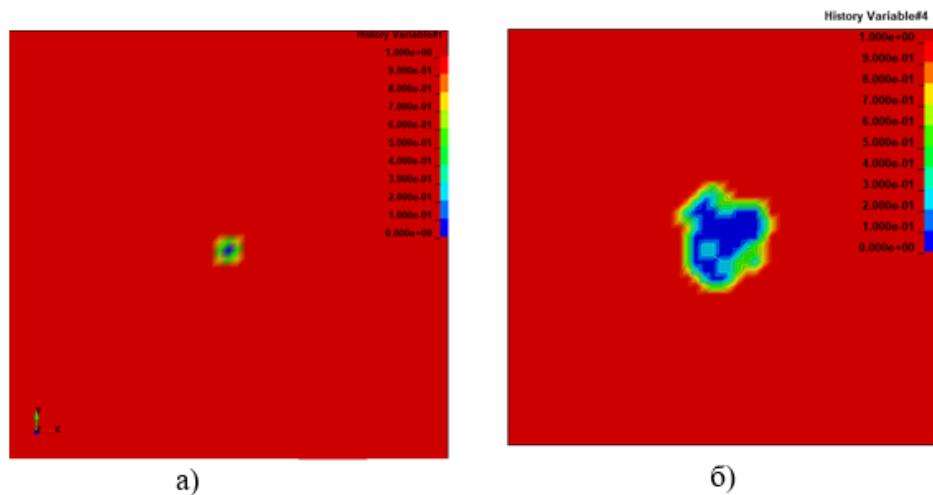


Рисунок 3.16 – Область повреждения в композитной пластине после удара частицей града со скоростью 80,71 м/с

а) разрушение волокна в продольном направлении; б) расслоение

Таблица 3.5 – Сравнение результатов моделирования с экспериментом

№	m, кг	V, м/с	Толщина пластины, мм	Повреждения	
				в эксперименте	в численном моделировании
1	0,033	90,18	4	Без внешних изменений	Без разрушения
2	0,032	104,62	4	Без внешних изменений	Без разрушения
3	0,033	109,27	2,4	Без внешних изменений	Без разрушения
4	0,034	102,37	2,4	Без внешних изменений	Без разрушения
5	0,041	80,71	2,4	Повреждения в виде расслоения материала	Появление расслоения и обрыв волокон
6	0,041	69,35	4	Без внешних изменений	Без разрушения
7	0,040	60,29	1,6	Повреждения в виде расслоения материала	Появление расслоения и обрыв волокон
8	0,031	73,96	1,6	Повреждения в виде расслоения материала	Появление расслоения и обрыв волокон

Из таблицы 3.5 видно, что существует хорошее согласование между результатами моделирования удара частицей града по композитной пластине и экспериментом. Это еще раз подтверждает корректность выбранной модели

материала льда и способов моделирования льда и композитных пластин в среде LS-DYNA. Таким образом, показан подход к обоснованному выбору и заданию механических свойств льда как материала в расчетной модели. Что позволяет моделировать воздействие льда на композитную панель и оценивать поведение композитных конструкций под воздействием ударных нагрузок.

Выводы по главе 3

1. В среде ANSYS LS-DYNA разработана расчетная модель низкоскоростного контакта ледяной градины с композитной пластиной, в которой ледяная частица моделируется с помощью метода частиц (SPH), пластина задана методом конечных элементов.

2. Выбрана корректная модель деформирования льда, определены параметры материала для расчета.

3. Определен алгоритм численного решения задачи низкоскоростного контакта частицы града и композитной пластины.

4. Подтверждена корректность разработанной расчетной модели путем сопоставления численных расчетов:

- с результатами испытаний и расчетов пиковой нагрузки по опубликованным данным [124];

- с результатами натурных испытаний, проведенных экспериментальной лабораторией ИТПМ СО РАН.

Показано, что результаты численных расчетов по разработанной и описанной в диссертации модели хорошо согласуются с опубликованными результатами. Разработанная расчетная модель низкоскоростного удара ледяной градиной по композитной пластине будет использована при моделировании множественного удара по композитной пластине.

Основные результаты, изложенные в данной главе, опубликованы в работах [135–137]. Практическая значимость полученных результатов подтверждается актами об внедрении (приложения [Ж](#)).

Глава 4 ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ

4.1 Экспериментальное исследование прочности льда при одноосном сжатии

Будем рассматривать лед как материал с неоднородной структурой, механические свойства которого необходимо исследовать. При ударе, в частице льда (градине) одновременно могут происходить различные виды повреждений. Эти виды повреждений связаны с механическими свойствами града, такими как прочность при сжатии, изгибе и сдвиге. Сжатие является одним из основных видов повреждений при взаимодействии льда с элементами ЛА, а прочность льда при сжатии - основной параметр при вычислении нагрузки удара.

При определении прочности льда при сжатии изменение скорости приложения нагрузки в зависимости от скорости деформации льда является важным внешним фактором. Механические свойства и характер разрушения льда при разных скоростях деформации различны. Ряд исследований показал, что максимальная прочность льда при сжатии достигается в определенном диапазоне скоростей деформации, при котором град переходит из упругого состояния в хрупкое [138].

Температура образования кристаллов льда является еще одним важным фактором, влияющим на прочность льда: значительно изменяется с ростом отрицательной температуры, но при незначительном понижении температуры прочность практически не меняется [139]. На сегодняшний день исследования прочности льда при сжатии в основном сосредоточены на изменении температуры при которой проводятся испытания.

На базе ЦКП «Механические испытания материалов» НГТУ проводилось исследование, направленное на выявлении связи между механическими свойствами льда при сжатии и изменением температуры льда на стадии заморозки и температуры проведения эксперимента.

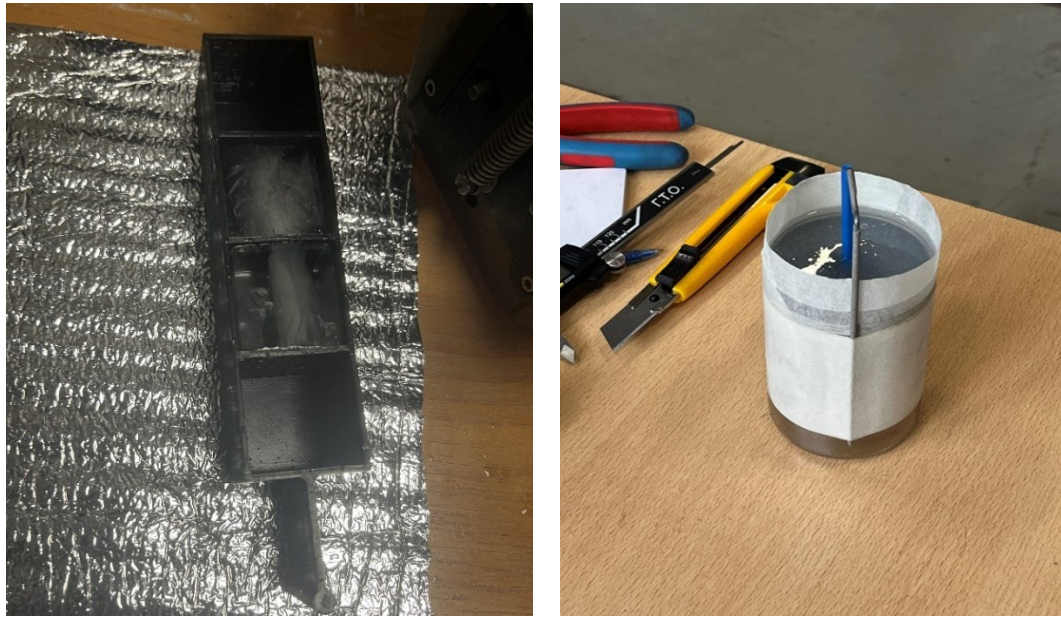
4.1.1 Подготовка тестовых образцов льда

Тестовые образцы льда были приготовлены в холодильной установке. Точность регулирования температуры составляет $0,1^{\circ}\text{C}$. С целью изучения влияния температуры замораживания льда на его конструкционную прочность температура замерзания в термостате LAUDA Proline (рисунок 4.1) во время изготовления льда была установлена на уровне -20°C , -30°C и -40°C соответственно.



Рисунок 4.1 – Термостат LAUDA Proline RP 890 для поддержания постоянной температуры

Тестовые образцы были созданы с использованием пластиковой формы (тип 1) или силиконовой формы (тип 2) размерами $3\text{см}\times 3\text{см}\times 3\text{см}$. Пластиковые формы были созданы с помощью 3D-принтера. Каждая форма включает в себя 4 отделения (рисунок 4.2а) для замораживания образцов. Силиконовую форму изготавливали путем смешивания двух типов силикона А и В в соответствии с инструкциями производителя. Пластиковая модель нужного размера была напечатана на 3D-принтере и помещена в стальной стакан, который затем был заполнен силиконом для придания нужной формы (рисунок 4.2б). Через 12 часов силиконовую форму извлекли из стального стакана. Важно подготовить однородные образцы с плоскими параллельными поверхностями, чтобы неоднородные напряжения не приводили к преждевременному разрушению образца.



а)

б)

Рисунок 4.2 – Формы для создания экспериментальных образцов

а) пластиковая форма; б) силиконовая форма

Формы наполняли водой и помещали в морозильную камеру минимум на 12 часов при температуре -18°C , чтобы сформировать однородные кубики льда. Для того чтобы образцы после извлечения из формы не слипались, их упаковывали в полиэтиленовые пакеты. Подготовленные образцы необходимо было хранить при постоянной температуре в морозильной камере более 24 часов перед тестированием, чтобы образец мог достичь полного теплового равновесия. Чтобы избежать влияния температуры окружающей среды на прочность льда, температуру хранения также установили на уровне -18°C . За 1 час до проведения эксперимента образец помещали в термостат с соответствующей температурой.

На рисунке 4.3 показана разница между образцами в виде кубиков льда, изготовленных в пластиковых формах (в дальнейшем - лед типа 1) и изготовленных в силиконовых формах (лед типа 2). Кристаллы льда типа 1 образуются в продольном направлении пластиковой формы, средняя часть образца имеет непрозрачный белый цвет за счет мелких пузырьков воздуха. Кристаллы льда типа 2 формируются равномерно во всех направлениях за счет отвода воздуха через пластиковую трубку, что делает лед прозрачным и более однородным.

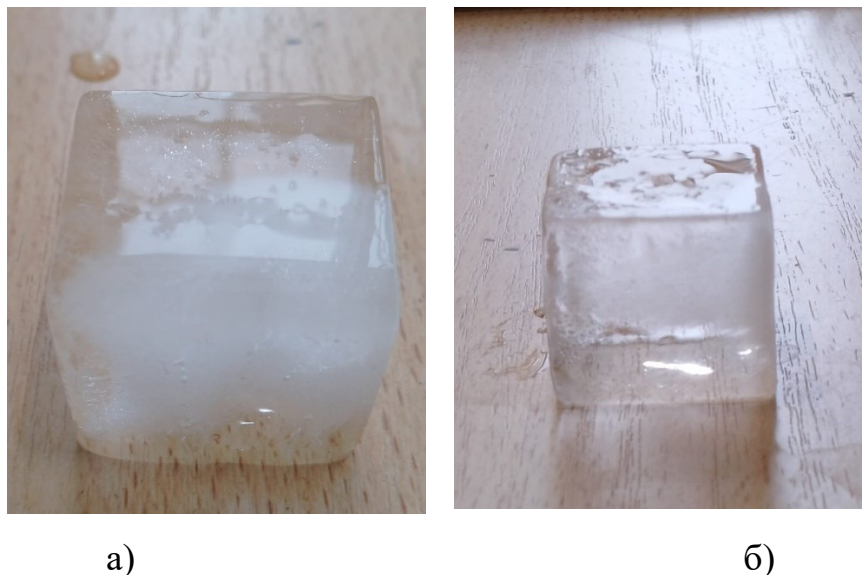


Рисунок 4.3 – Кубики льда: тип 1 (а) и тип 2 (б)

Плотность льда измерялась методом массы-объема. Точную длину, ширину и толщину каждого образца измеряли штангенциркулем и рассчитывали объем. Массу образцов определяли взвешиванием на электронных весах, а отношение массы к объему определяло плотность льда.

4.1.2 Испытание на одноосное сжатие

Испытания на одноосное сжатие образцов льда проводились с использованием универсальных испытательных машин Instron модели 3369 и ViSS модели Vi 00-101, показанных на рисунке 4.4. Машины оснащены захватами, представляющими собой две параллельные пластины из закаленной нержавеющей стали. В испытаниях использовалась скорость деформации 0,5 - 20 мм/мин. Экспериментальные данные отображались на компьютере, сопряженном с испытательными машинами. Испытательная машина Instron 3369 приводится в движение серводвигателем, максимальная испытательная сила составляет 50 кН. Испытательная машина ViSS оснащена системой гидравлического привода, максимальная испытательная сила составляет 100 кН.

Параметры испытательных машин следующие: точность измерения смещения $\pm 0,5\%$, точность измерения испытательной силы $\pm 0,5\%$, разрешение смещения 0,03 мкм, разрешение деформации 0,001 мм, погрешность индикации

смещения и деформации $\pm 0,5\%$. Кроме того, машина BiSS также оснащена климатической камерой CME, которая может поддерживать температуру до -60°C . Климатическая камера CME отслеживает изменение температуры и влажности внутри себя при проведении испытаний образцов. Эта камера соответствует самым строгим требованиям к испытаниям различных международных стандартов (ASTM, IEC, MIL, DIN и т. д.).



а)



б)

Рисунок 4.4 – Универсальные испытательные машины:

а) Instron 3369 и б) BiSS 00-101

Эксперименты проводились при комнатной температуре для образцов, сформированных в три группы по температуре заморозки. Полученные экспериментально кривые напряжения-деформации кубиков льда были проанализированы для определения модуля упругости каждого образца при сжатии. Для каждой группы образцов определялась средняя кривая напряжения - деформации.

Кривую зависимости нагрузки от времени и кривую перемещения захватов от времени можно получить при проведении каждого испытания. Используя площадь поперечного сечения и начальную длину образца можно рассчитать

напряжение и деформацию в реальном времени, а затем построить кривую напряжения - деформации. Однако из-за особенностей ледяных материалов в процессе внешнего силового нагружения в образце возникают трещины, которые продолжают развиваться до полного разрушения кубика. Поэтому трудно судить о точном времени начала разрушения и напряженное состояние в каждой точке образца невозможно определить в эксперименте. С инженерной точки зрения прочность льда на одноосное сжатие представлена максимальным сжимающим напряжением, измеренным в ходе испытания, независимо от развития повреждений внутри льда во время нагрузки в реальном времени.

Формула расчета прочности льда на одноосное сжатие имеет следующий вид:

$$\sigma = \frac{F_{\max}}{S}, \quad (4.1)$$

где F_{\max} - максимальная нагрузка; S - площадь поперечного сечения образца.

Скорость деформации $\dot{\epsilon}$ (с^{-1}) контролируется путем регулирования скорости смещения \dot{Z} (мм/с) индентора. Ее можно рассчитать, объединив исходную длину L (мм) образца следующим образом:

$$\dot{\epsilon} = \frac{\dot{Z}}{L}. \quad (4.2)$$

В данном исследовании приложенная нагрузка направлена параллельно с осью образца. Процедура испытания состоит из следующих шагов.

1. Упаковать тестируемый образец в полиэтиленовый пакет и поместить его в термостат LAUDA для поддержания постоянной отрицательной температуры. Время поддержания постоянной температуры должно быть достаточным для того, чтобы температура образца достигла необходимой температуры для испытания.

2. Измерить размеры и вес образца с помощью электронного устройства. Поместить образец в центр нижней измерительной головки, чтобы геометрическая ось испытуемого образца была выровнена с центральной линией испытательной машины.

3. Включить программу управления и собрать данные тестовой машины.

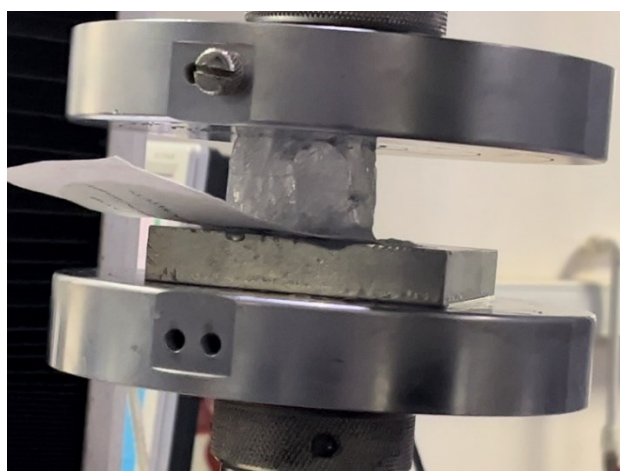
После установки образца отрегулировать положение верхней измерительной головки так, чтобы она касалась верхней поверхности образца.

4. Установить параметры испытания, включая размер образца, скорость нагрузки образца, частоту сбора данных и включить испытательную машину для нагружения образца.

5. Прекратить нагрузку сразу после разрушения образца, сделать фотографию. Извлечь поврежденный образец, очистить захваты и подготовить следующее испытание.

4.1.3 Результаты испытаний на одноосное сжатие в универсальной испытательной машине Instron 3369

Лед был приготовлен в термостате путем контроля температур его замерзания. Измерялись размеры образцов и рассчитывалась плотность льда. Испытания на одноосное сжатие льда проводились при температурах -20°C , -30°C , -40°C (лед типа 1) с использованием машины Instron. Скорость нагружения образца выбиралась в диапазоне от 10 мм/мин до 20 мм/мин, рассчитанная по уравнению (4.2) скорость деформации составила от $5,5 \cdot 10^{-3} \text{c}^{-1}$ до $1,1 \cdot 10^{-2} \text{c}^{-1}$. За образованием и распространением трещин в образце при одноосном сжатии можно наблюдать невооруженным глазом. В испытаниях использовался тепловизор Testo 875-2i (рисунок 4.5).



а)



б)

Рисунок 4.5 – Разрушение образца льда при испытании на одноосное сжатие: а) наблюдение невооруженным глазом; б) с помощью тепловизора Testo 875

Средняя плотность образцов льда типа 1, сформированных при различных температурах, рассчитывается на основе геометрических размеров и массы образцов каждой серии (Приложение Б). Результаты расчетов для каждой серии приведены в таблице 4.1.

Таблица 4.1 – Средняя плотность образцов льда типа 1 при различных температурах замерзания

Температура замерзания, °С	Средняя плотность льда, кг/м ³
-20	913
-30	923
-40	927

Диапазон плотности образцов типа 1 составляет 828–997 кг/м³ и увеличивается с понижением температуры. Измеренная в этом исследовании плотность льда типа 1 относительно велика, поскольку лед замораживается из дистиллированной воды без соли и других примесей. Из-за отсутствия практически любого воздействия воздушных и водных потоков, что делает рост кристаллов льда более равномерным и стабильным. Таким образом, содержание воздушных пузырьков в образцах невелико.

Средние значения максимальной нагрузки, предела прочности и модуля упругости при сжатии образцов льда типа 1 при различных температурах замерзания представлены в таблице 4.2. Результаты испытаний получены при скорости нагружения 20 мм/мин в испытательной машине Instron 3369 при комнатной температуре окружающей среды.

Таблица 4.2 – Средние значения характеристик образцов типа 1 по результатам испытаний при сжатии

Температура, °С	Максимум нагрузка, kN	Предел прочности, МПа	Модуль, МПа (Автоматический)
- 20	1,70488	2,03881	250,49443
- 30	2,23684	2,64030	349,87712
- 40	2,55011	2,83346	377,24712

На рисунке 4.6 приведены кривые средних значений напряженно-деформируемого состояния образцов льда типа 1 при одноосном сжатии для каждой группы при температурах замерзания -40°C , -30°C , -20°C .

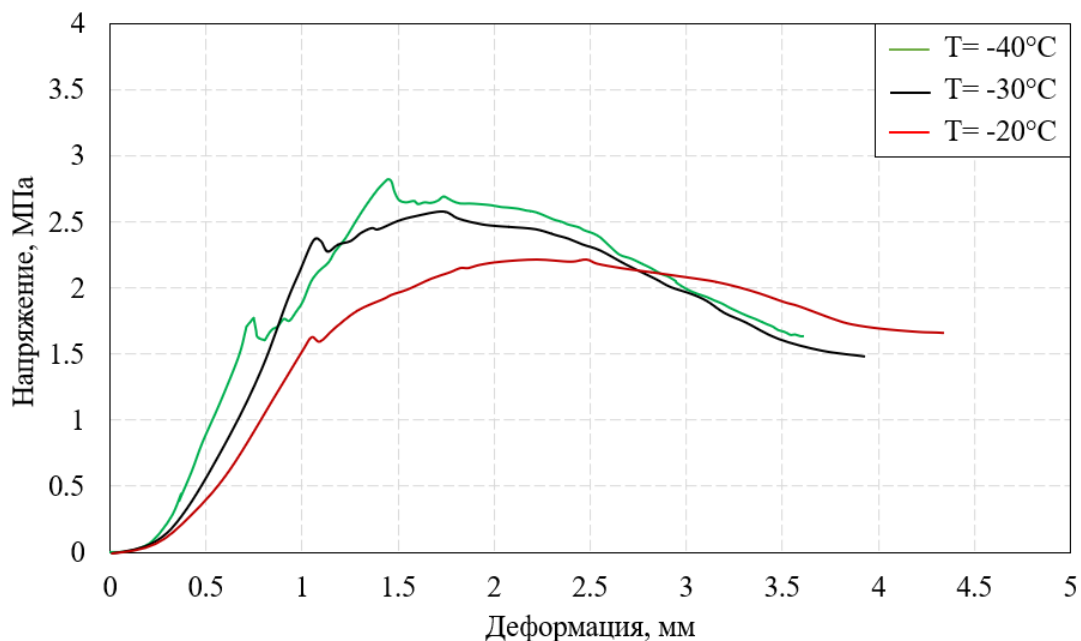


Рисунок 4.6 – Кривые напряжения-деформации при сжатии льда типа 1 с учетом температур замерзания

При низкой скорости деформации образца одноосная прочность при сжатии при увеличении деформации линейно возрастает. Когда прочность достигает максимального значения, напряжение уменьшается с увеличением деформации и, наконец, стремится к постоянному значению, а кривая деформирования становится практически горизонтальной. Механическое поведение льда является пластичным. Его режим разрушения заключается в том, что с продвижением испытания в образце появляются микротрещины, которые постепенно расширяются с ходом испытания. Когда трещины развиваются до определенной степени, способность образца выдерживать внешние нагрузки уменьшается, но он не теряет полностью свою способность к сопротивлению сжатию.

Можно видеть, что несмотря на различную прочность образцов льда при различных температурах (рисунок 4.6), механическое поведение и тенденция разрушения почти идентичны. При понижении температуры замерзания образцов льда, их максимальные напряжения и прочность при сжатии увеличиваются.

Модуль упругости, рассчитанный автоматически программой Instron, также увеличивается при снижении температуры образования льда (Приложение А).

При температуре замерзания образцов -20°C значения напряжений в кубиках льда типа 2 при одноосном сжатии выше чем в образцах льда типа 1, как показано на рисунке 4.7. При изменении скорости деформации образцов изменяется их прочность на одноосное сжатие (рисунок 4.8).

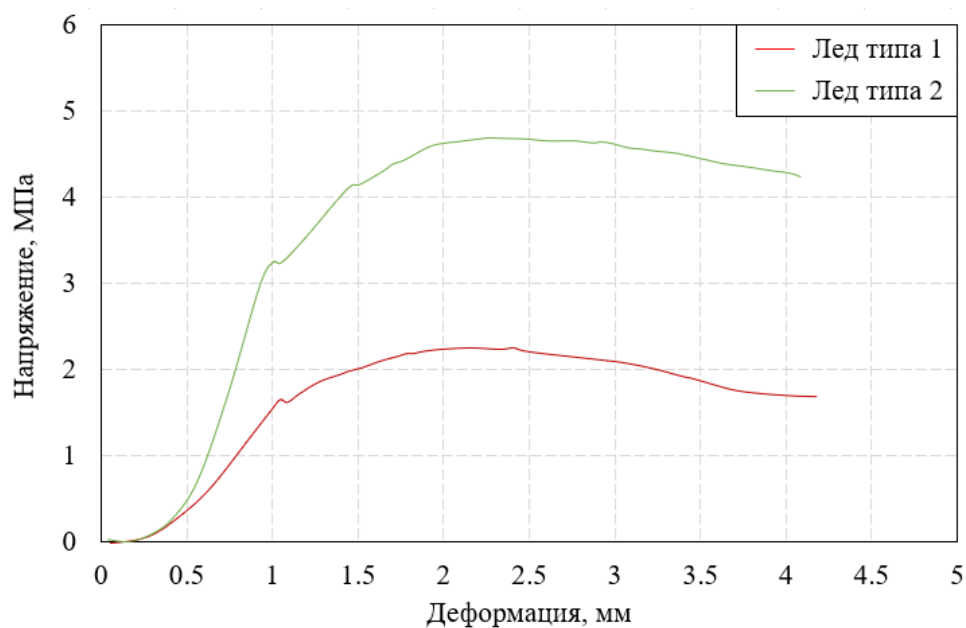


Рисунок 4.7 – Кривые напряжения-деформации образцов льда тип 1 и тип 2 при сжатии, температуре замерзания -20°C

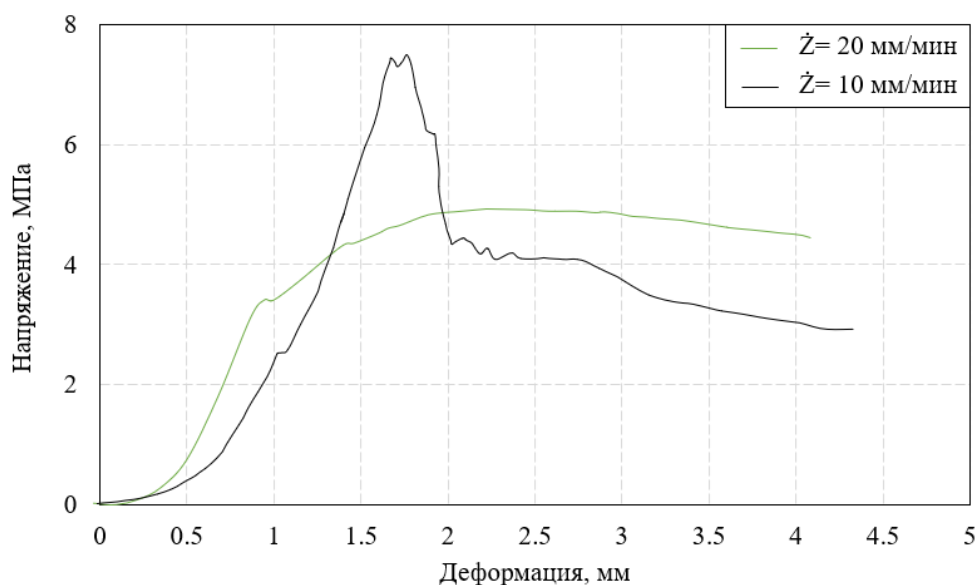


Рисунок 4.8 – Кривые напряжения-деформации образцов льда тип 2 при сжатии с учетом скорости деформации

Результаты экспериментов для кубиков льда типа 2 при температуре замерзания -20°C приведены в таблице 4.3.

Таблица 4.3 – Средние значения характеристик образцов типа 2 при различных скорости деформации

Скорость нагружения, мм/мин	Максимум нагрузка, kN	Предел прочности, МПа	Модуль, МПа (Автоматический)
10	6,83454	7,59530	661,67809
20	4,27669	4,73107	762,03421

4.1.4 Результаты испытаний на одноосное сжатие в универсальной испытательной машине BiSS

Образцы льда типа 2 извлекали из холодильника и помещали в климатическую камеру СМЕ. Перед проведением испытания на одноосное сжатие на машине BiSS образцы были пронумерованы и измерены их геометрические размеры. В климатической камере СМЕ перед экспериментом поддерживалась температура -20°C не менее 30 минут. Скорость нагружения образца выбрана равной 0,5 мм/мин, скорость деформации, рассчитанная по уравнению (4.2), равна $2,78 \cdot 10^{-4} \text{ с}^{-1}$. Образование и распространение трещин в образце при одноосном сжатии можно наблюдать невооруженным глазом (рисунок 4.9).



Рисунок 4.9 – Разрушение образца льда при испытании на одноосное сжатие в универсальной испытательной машине BiSS 00-101

Средняя плотность образцов льда типа 2 рассчитывается на основе их геометрических размеров и массы (Приложение Б). Плотности образцов льда типа 1 и типа 2 идентичны.

На рисунке 4.10 приведен график напряженно-деформированного состояния образца №13 при проведении испытания на одноосное сжатие, результаты получены с помощью специализированной программы для универсальной испытательной машине ViSS 00-101.

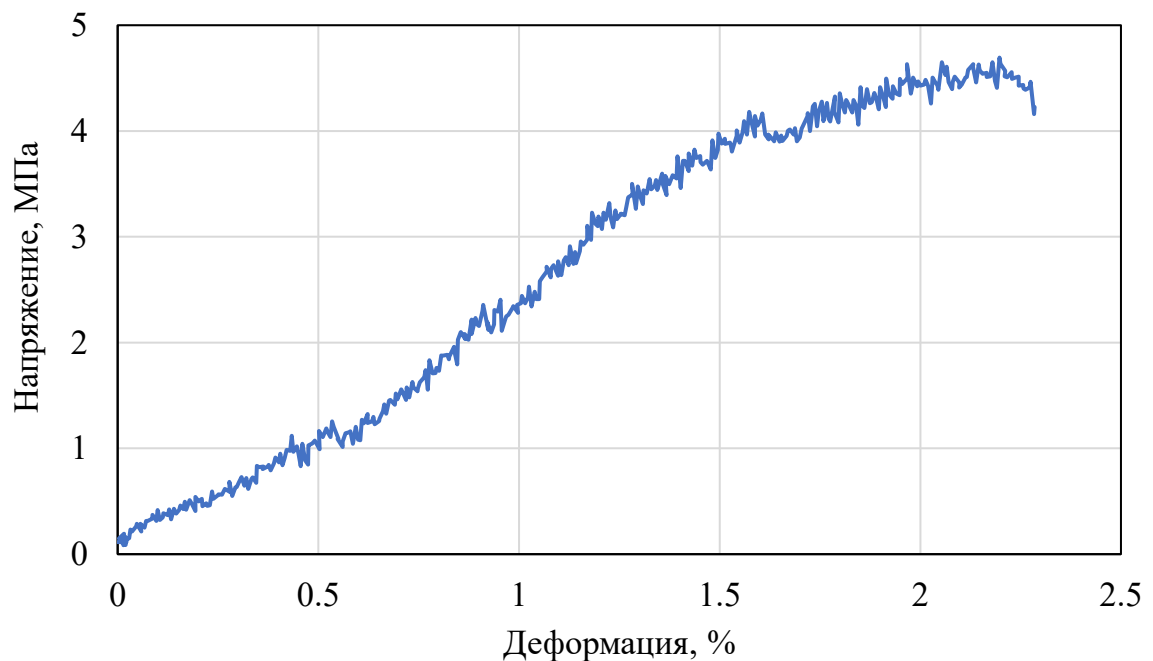


Рисунок 4.10 – График напряженно-деформируемого состояния образца льда № 13 тип 2 при одноосном сжатии

Результаты испытаний образцов льда на машине ViSS дополнительно обрабатывались в табличном редакторе. В результате обработки кривой напряженно-деформированного состояния были рассчитаны линейные аппроксимации результатов экспериментов и модули упругости для каждого образца.

Нарисунке 4.11 приведен график напряжений от деформации образца №13 при проведении испытания на одноосное сжатие и линейная аппроксимация данных.

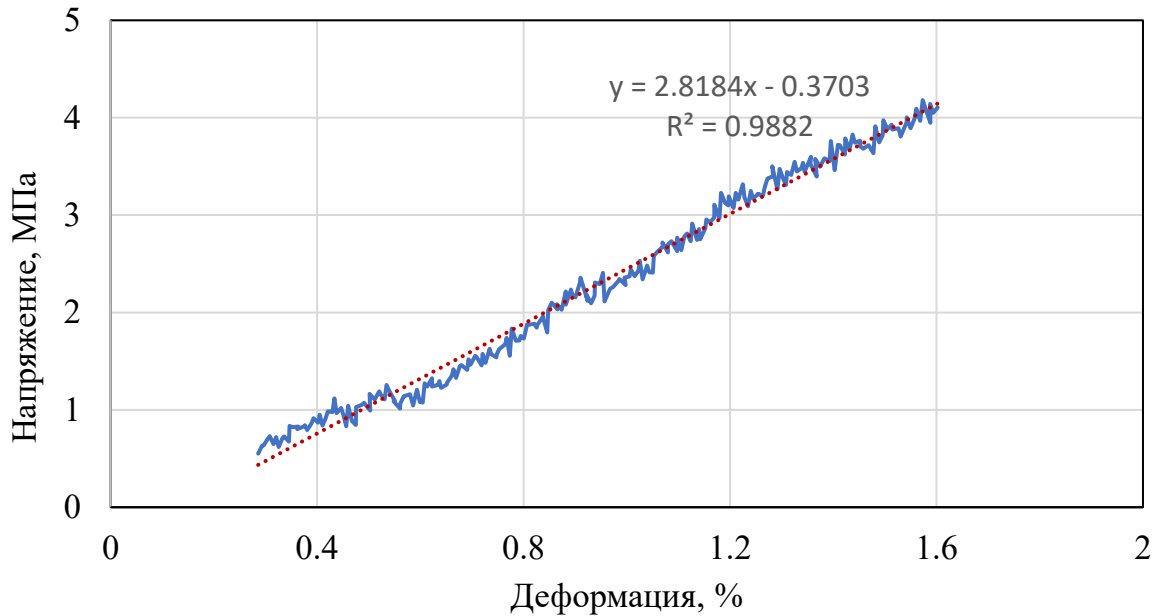


Рисунок 4.11 – Линейная аппроксимация данных эксперимента при сжатии образца № 13 тип 2

Характеристики образцов типа 2 для испытаний на одноосное сжатие на машине ViSS приведены в таблице 4.4.

Таблица 4.4 – Значения характеристик образцов льда типа 2 по результатам испытаний при сжатии

№ образца	Предел прочности, МПа	Модуль упругости (автоматический), МПа	Модуль упругости (расчетный), МПа
10	5.667	294	657
11	3.708	29	573
12	3.434	86	650
5	3.368	101	520
6	3.595	268	474
7	3.783	368	809
8	4.329	979	987
9	14.982	865	1214
13	4.694	175	282
15	10.545	276	750

Продолжение таблицы 4.4

17	4.050	104	294
18	3.980	171	185
19	0.838	383	154
20	3.792	225	190
21	3.027	181	205
22	3.603	296	230
23	3.038	22	274

На рисунке 4.12 приведен полигон ранжированных значений модуля упругости образцов при испытаниях при сжатии.

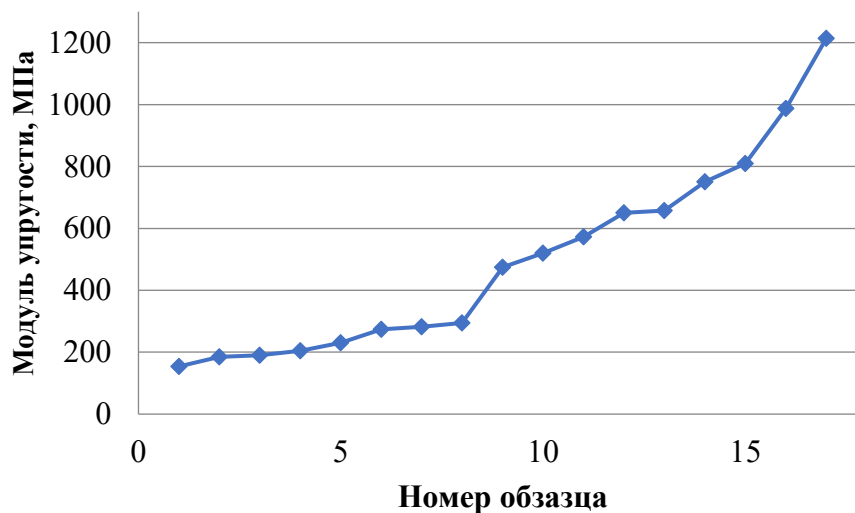


Рисунок 4.12 – Полигон модуля упругости образцов льда при испытаниях на одноосное сжатие

Размах вариации значений модуля упругости составил:

$$R = E_{\max} - E_{\min} = 1060 \text{ МПа}$$

Для построения интервального ряда модуля упругости ледяных образцов на одноосное сжатие, проведем расчет числа интервалов группировки по формуле Стерджесса:

$$k = 1 + 3,322 \cdot \lg N, \quad (4.3)$$

где k – число групп, N – число единиц выборочной совокупности.

Для рассматриваемой выборочной совокупности модуля упругости образцов

на одноосное сжатие, число групп составляет:

$$k = [1 + 3,322 \cdot \lg 18] = 5.$$

Ширину равных интервалов рассчитываем по формуле:

$$h = R/k. \quad (4.4)$$

Для данной выборки $h = 212$ МПа.

На основе вычисленных параметров запишем интервальный вариационный ряд (таблица 4.5). Дополнительно для каждого интервала вычислены средние значения модуля упругости образцов.

Таблица 4.5 – Интервальный вариационный ряд модуля упругости образцов льда при испытаниях на одноосное сжатие

Интервалы, МПа	[154; 366)	[366; 578)	[578; 790)	[790; 1002)	[1002; 1214)
Относительная интервальная частота, m_i	0,471	0,176	0,176	0,118	0,059
Среднее значение, \bar{E}_i	226,75	522,33	685,67	898,00	1214,00

На рисунке 4.13 представлена гистограмма распределения модуля упругости образцов при одноосном сжатии.

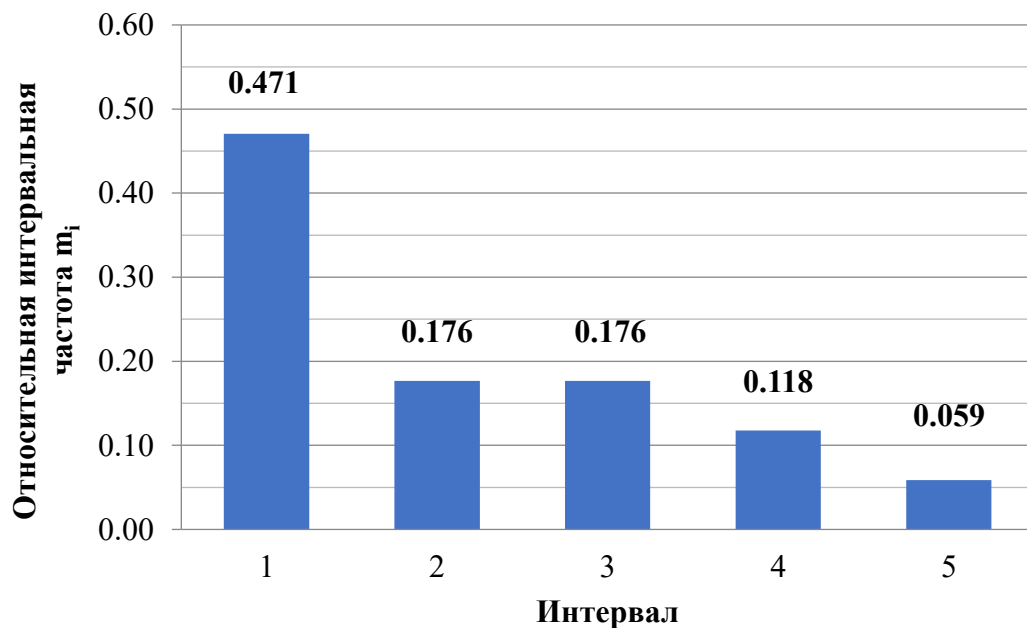


Рисунок 4.13 – Гистограмма распределения относительной интервальной частоты модуля упругости образцов при одноосном сжатии

4.2 Экспериментальное исследование прочности композитных панелей при воздействии льда

4.2.1 Установка для испытаний

Определение разрушающих напряжений для композитных материалов от ударов льда, таких как панели из углерода и эпоксидной смолы, критично для индустрий, где используются эти материалы. Собранные данные об ударах могут быть использованы для разработки моделей и симуляций, позволяющих предсказывать повреждения, улучшать конструкцию и надежность композитных структур. В этой серии экспериментов целью является определение пороговой энергии и скорости, при которой удары льда вызывают разрушение или повреждение композитных панелей. Кроме того, эти испытания направлены на создание базы данных результатов ударов из льда в различных сценариях.

В НГТУ создана лабораторная баллистическая установка для исследования процесса формирования повреждений и оценки пороговой энергии при взаимодействии ударника и композитов. На рисунке 4.14 изображена схема экспериментальной лабораторной баллистической установки. Экспериментальная система включает в себя основные компоненты: газовый баллон 1, клапан 2, ствол 3 (рисунок 4.15), устройство для измерения скорости 4 и устройство для фиксации составной пластины 5.

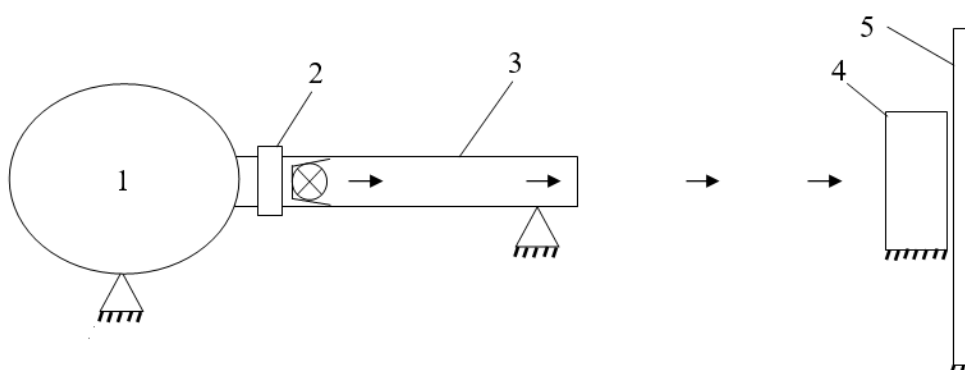


Рисунок 4.14 – Схема экспериментальной установки

Газовый баллон 1 с пустым объемом 50 литров может накачиваться воздухом воздушным компрессором давлением до 2,5 МПа. Стальной ствол 3, соединенный

с баком через замок и быстродействующий электроклапан 2, имеет длину 2 м и внутренний диаметр 40 мм. Электроклапан диаметром 50 мм с временем открытия 3-5 мс обеспечивает быстрый выпуск сжатого газа из баллона в ствол установки. Эти компоненты собираются вместе в систему, чтобы задать начальную кинетическую энергию для льда, показанную на рисунке 4.15. Скорость пули изменяется в примерном диапазоне от 60 м/с до 200 м/с и измеряется прибором хронографом, расположенным на траектории снаряда непосредственно перед целевой пластиной.



Рисунок 4.15 – Балистическая установка в лаборатории НГТУ

Устройство для измерения скорости полета шариков льда определяет скорости градин в диапазоне от 1 до 2000 м/с с погрешностью $\pm 1\%$. Устройство использует два инфракрасных порта приемопередатчика на расстоянии 12,5 см. Сигнал, полученный при пролете объектов через инфракрасные порты, рассчитывается и отображается на экране.

Поскольку настоящие градины естественного происхождения были недоступны и нецелесообразны для использования в эксперименте, было принято решение использовать модельные градины, полученные в лаборатории. Качественное изготовление образца града важно для воспроизводимости экспериментальных результатов. В данном исследовании использовались сферические образцы диаметром 35 мм. Они изготовлены с помощью силиконовой формы с двумя отверстиями для заливки воды. Силиконовую форму помещают в стальной стакан и заливают водой. Это делалось один раз для создания

силиконовой формы ледяного шара. Затем форму поместили в морозильную камеру при температуре -20°C . В форму заливали воду, аналогично изготовлению образца кубика для испытаний на однонаправленное сжатие, и получали образец из льда типа 2. Использование силиконовых форм помогает процессу расширения при замерзании воды, облегчает процесс отделения формы и предотвращает образование дефектов в образце. Исследуемый образец (рисунок 4.16) вынимают, сразу помещают в герметичный полиэтиленовый пакет и хранят в морозильнике.

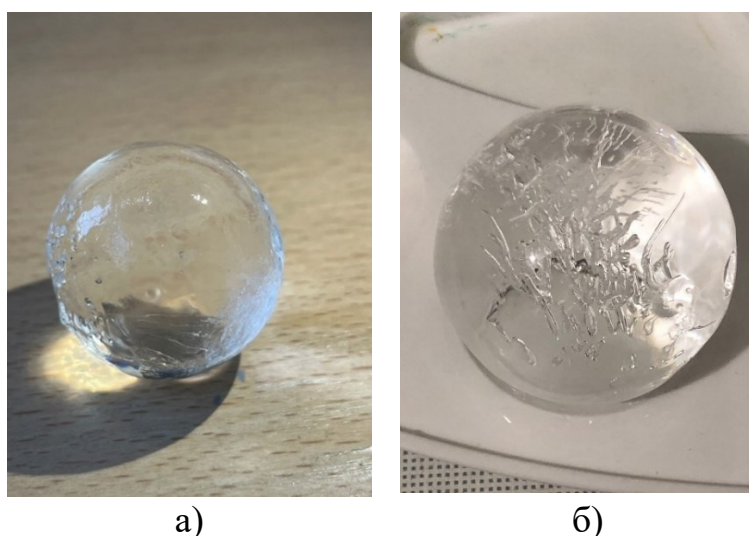


Рисунок 4.16 – Ледяной ударник с пузырьками воздуха б) и без них а)

Целевые композитные панели были изготовлены из однонаправленной углеродно-эпоксидной ленточной системы Toray T800-24K UD. Свойства материалов приведены в таблице 4.6. Этот материал имеет толщину слоя 0,185 мм и схему укладки слоев $[\mp 45/\mp 45/90/0/\mp 45/90/0]_s$. Панели покрыты поверхностно-защитной краской.

Таблица 4.6 – Свойства материала ламината Toray 800-24K UD

E_1 , ГПа	E_2 , ГПа	E_3 , ГПа	G_{12} , ГПа	ν_{12}	X_t , МПа	X_c , МПа	Y_t , МПа	Y_c , МПа
170	8,6	8,6	4,37	0,34	2900	1461	50,7	207

Панели крепятся к деревянному каркасу саморезами по углам (рисунок 4.17). Кроме того, между краями композитной панели и деревянным каркасом помещают деревянные прокладки (толщиной 2 см), чтобы они не влияли на процесс деформации панели при проведении эксперимента.



Рисунок 4.17 – Композитная панель установлена в крепление

Все удары направлены в центр панели, а траектория льда перпендикулярна поверхности панели. Во избежание воздействия газового потока высокого давления на композитную панель расстояние от нее до кончика ствола установки выбрано равным 4 м. Хронограф для измерения скорости размещался на расстоянии 30 см от пластины, чтобы обеспечить измерение скорости образца льда непосредственно перед ударом и избежать попадания мусора в устройство.

4.2.2 Результаты эксперимента

Перед проведением и по результатам ударных испытаний был проведен неразрушающий контроль образцов композитных панелей в ООО «Исследовательский комплекс Центра технологического обеспечения» (ООО «ИК ЦТО»). Возможность определить, произошло ли повреждение целевой панели, не разрушая при этом образец, позволяет проводить гораздо больший объем испытаний.

Процедура тестирования начинается с подготовки материалов. Композитная пластина крепилась к стойке. Сжатый воздух был загружен в баллон до заданного уровня давления для достижения желаемой скорости. Ледяной ударник извлекали из морозильной камеры, взвешивали и записывали массу, включали прибор для измерения скорости. Ледяной ударник помещали в ствол и немедленно включали

переключатель открытия электроклапана.

Видеоизображения экспериментов показали, что в процессе разрушения ледяного образца осуществляется более «мягкий» контакт с мишенью по сравнению с жестким индентором. Это позволяет расслоению в пластине развиваться, не оставляя вмятин или других визуальных признаков на пораженной поверхности.

На композитную панель воздействует заданный уровень энергии (на основе экспериментальных данных получены зависимости давления в баллоне от скорости снаряда). Образец осматривают и отмечают место удара. Затем образец панели снимают и подвергают ультразвуковому контролю (УЗК) независимо от того, были ли обнаружены визуальные следы повреждения или нет. УЗК позволяет оценить размер и форму любого внутреннего повреждения, присутствующего в композитной панели. Когда ледяной шар попадает в мишень, его кинетическая энергия поражает мишень. На рисунке 4.18 представлены результаты испытания пробного образца №1 композитной панели на удар ледяным снарядом. Видим, что образец имеет расслоение по толщине и разрушения по фронтальной поверхности.

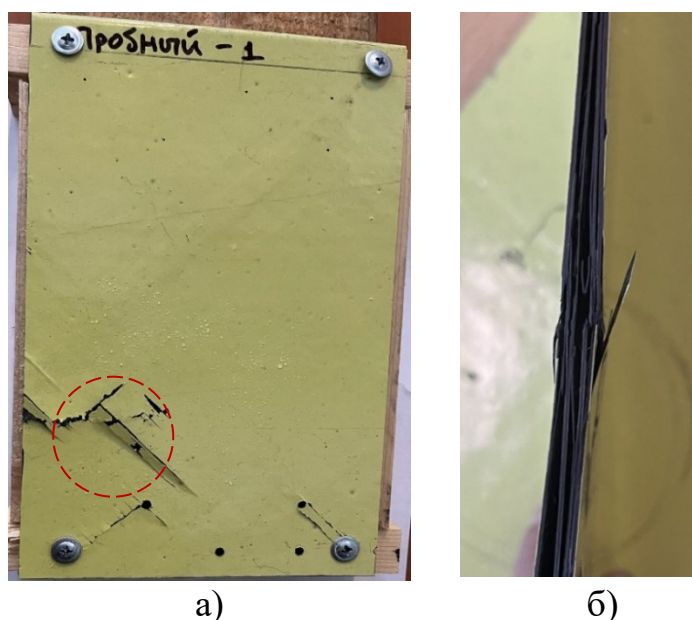


Рисунок 4.18 – Композитная пластина (пробный образец №1) после удара:
а) фронтальное фото; б) боковое фото

Результаты УЗК позволили понять общий размер и форму процесса расслоения, позволили количественно измерить область расслоения и

предоставили информацию о том, как начинается и прогрессирует процесс расслоения панели.

Проведены 13 испытаний на воздействие града с использованием 13 композитных панелей из материала Toray T800-24K UD. Параметры воздействия для всех испытаний приведены в таблице 4.7. Кинетическая энергия W шара льда до удара рассчитывается с учетом определенной массы m и скорости градины v в соответствии с выражением:

$$W = \frac{1}{2}mv^2. \quad (4.5)$$

Таблица 4.7 – Скорость и кинетическая энергия удара

№ образца композитной панели	Давление в баллоне, атм	Масса шара, г	Скорость ледяного шара, м/с	Кинетическая энергия, Дж
1	5	27	170,1	390,61
2	5	27	167	376,50
3	5	27	167,7	379,66
4	4	27	155,5	326,43
5	4	27	154,2	321,00
6	4	27	152,5	313,96
7	3	27	125,4	212,29
8	3	27	133,3	239,88
9	3	27	130,7	230,61
10	3	27	136,1	250,06
11	2	27	112,2	169,95
12	2	27	109,7	162,46
Пробный 1	2	27	109,1	160,69

На рисунках 4.19 и 4.20 отображена информация, представленная в таблице 4.7. Графики показывают ожидаемую тенденцию: увеличение давления в баллоне приводит к увеличению скорости ледяного шара и энергии удара.

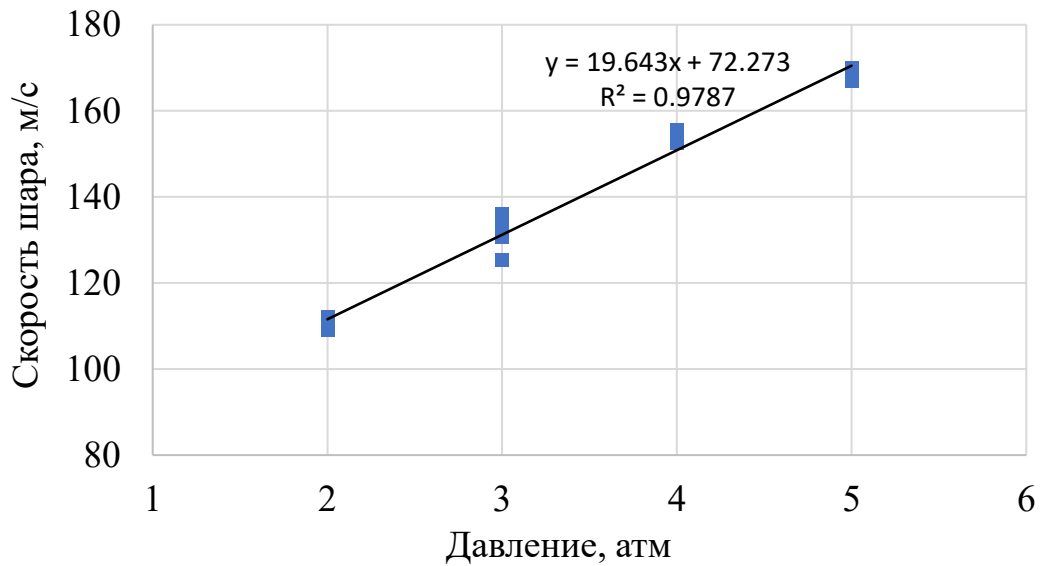


Рисунок 4.19 – Скорость шара в зависимости от давления в баллоне

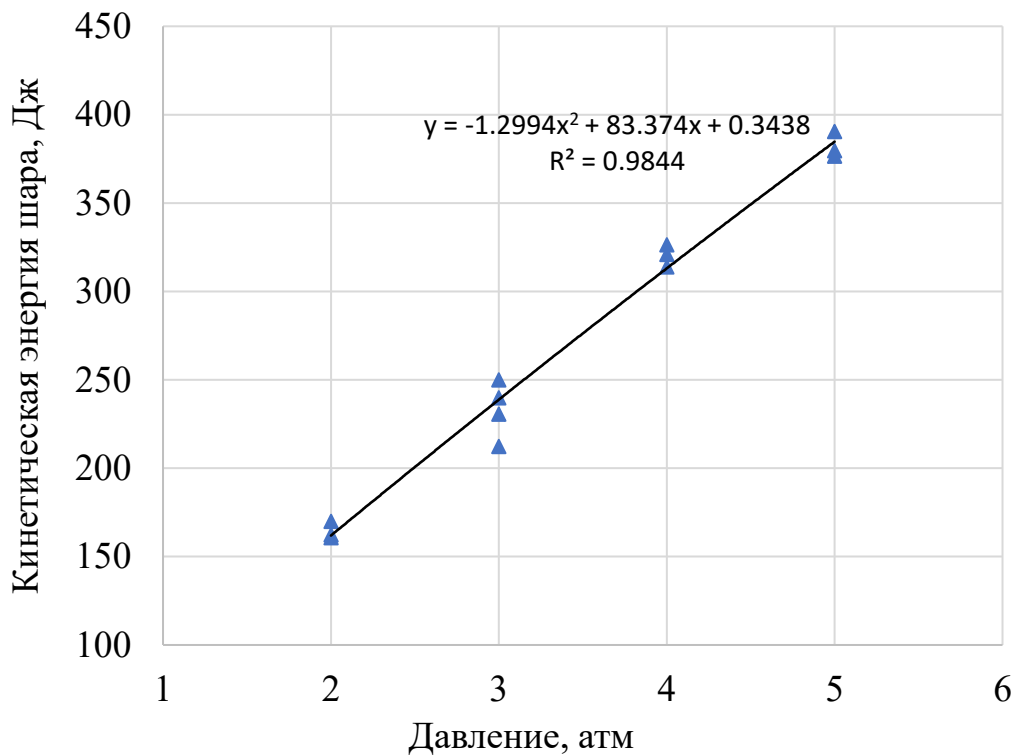


Рисунок 4.20 – Кинетическая энергия удара в зависимости от давления в баллоне

На рисунке 4.21 (а, б) приведены фотографии образца композитной пластины №5 до удара и после. Скорость удара составила 154,2 м/с, давление в баллоне 4 атм. Как видно из рисунка удар сместился от центра пластины к левому краю. Визуально видны разрушения верхнего слоя пластины.

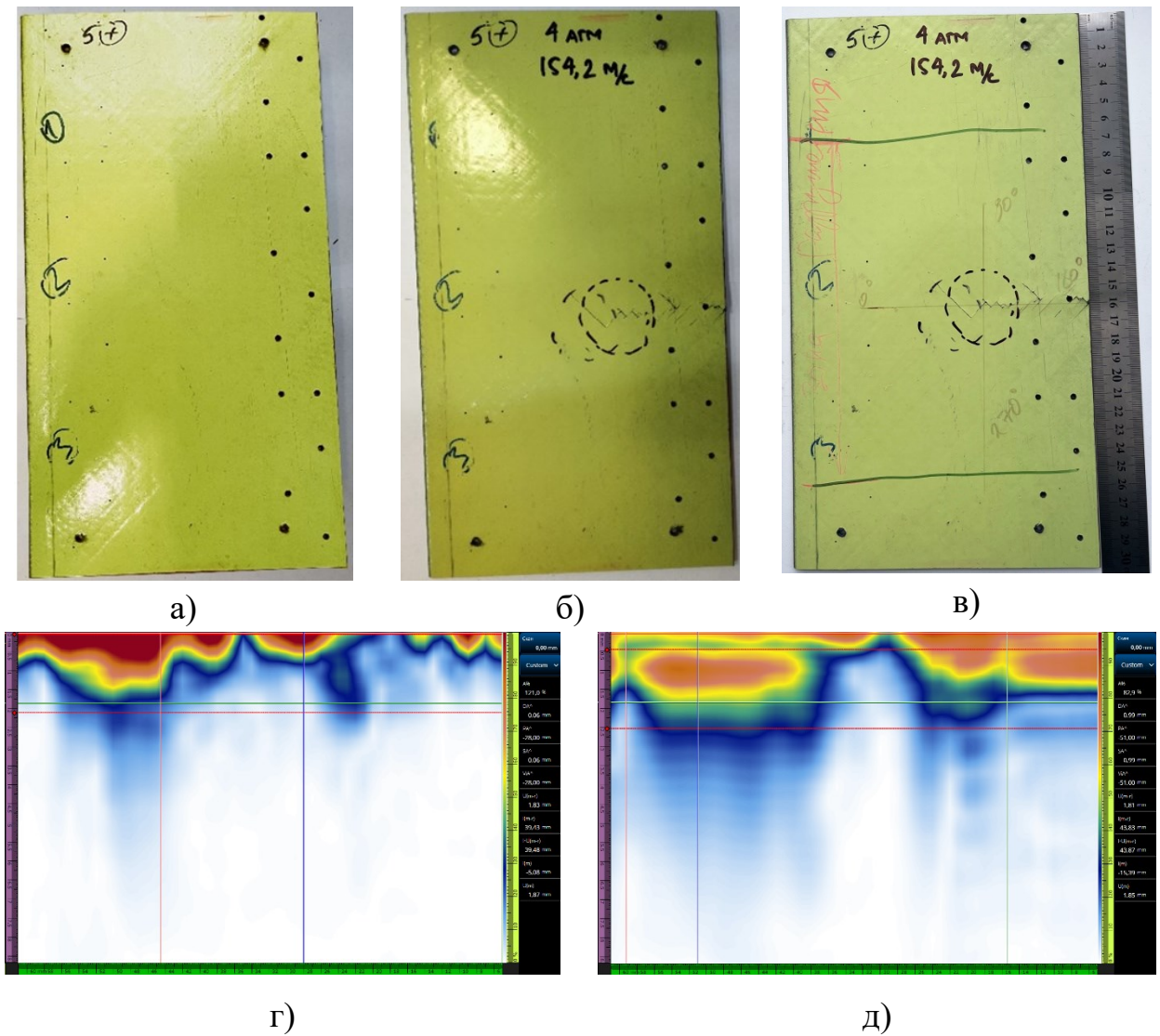


Рисунок 4.21 – Образец № 5 композитной пластины:
 а) перед ударом; б) после удара; в) после УЗК;
 в) УЗК в продольном направлении в месте удара;
 г) УЗК поперечном направлении в месте удара

На рисунке 4.21 (в) выделена зона расслоения образца после ударного воздействия, определенная УЗК. На рисунке 4.21 (г, д) приведены результаты УЗК образца №5 в месте удара. На рисунке 4.21 (г) видно, что связующее верхних слоев разрушилось. На рисунке 4.21 (д) четко прослеживается расслоение внутри образца.

Информация о разрушениях остальных образцов представлена в Приложении В. В таблице 4.8 представлены результаты визуального осмотра композитных пластин после удара и результаты УЗК.

Таблица 4.8 – Результаты разрушения образцов композитных панелей при воздействии ледяного ударника

№ образца	V, м/с	Толщина пластины, мм	Повреждения	
			Визуальный осмотр	УЗК
1	170,1	2,46	Слой краски разрушен, волокна порваны, межслойные расслоения в поперечном сечении.	Разрыв волокон. Длина зоны межслойных расслоений 185 мм.
2	167	2,46	Слой краски разрушен, волокна порваны, межслойные расслоения в поперечном сечении.	Разрыв волокон. Длина зоны межслойных расслоений 175 мм.
3	167,7	2,46	Слой краски разрушен, волокна порваны, межслойные расслоения в поперечном сечении.	Разрыв волокон. Длина зоны межслойных расслоений 170 мм.
4	155,5	2,46	Слой краски разрушен	Разрыв волокон. Длина зоны межслойных расслоений 220 мм.
5	154,2	2,46	Слой краски разрушен	Разрыв волокон. Длина зоны межслойных расслоений 187 мм.
6	152,5	2,46	Слой краски разрушен	Разрыв волокон. Длина зоны межслойных расслоений 215 мм.
7	125,4	2,46	Не разрушен	Разрыв волокон. Длина зоны межслойных расслоений 180 мм.
8	133,3	2,46	Не разрушен	Разрушений нет
9	130,7	2,46	Не разрушен	Разрушений нет
10	136,1	2,46	Не разрушен	Разрыв волокон. Длина зоны межслойных расслоений 178 мм.
11	112,2	2,37	Не разрушен	Разрыв волокон. Длина зоны межслойных расслоений 127 мм.
12	109,7	2,46	Не разрушен	Разрушений нет
Пробный 1	109,1	2,37	Слой краски разрушен, волокна порваны, межслойные расслоения в поперечном сечении.	Разрыв волокон. Длина зоны межслойных расслоений 180 мм.

Результаты УЗК композитных панелей после воздействия частицы града были объединены и представлены в двоичной системе счисления (рисунок 4.22). Неповрежденным композитным панелям соответствует значение 0, а панелям с повреждением любого размера соответствует значение 1. Переход от неповрежденного состояния к поврежденному ясно не прослеживается, поэтому регрессионный анализ проводился с использованием функции логистической регрессии:

$$f(t) = \frac{1}{1 + e^{-t}}, \quad (4.6)$$

где $t = AW + B$.

В уравнении 4.6 функция $f(t)$ находится в диапазоне от 0 до 1 (вероятность разрушения). W - кинетическая энергия градины, параметры A и B определяются из величин, полученных на основе результатов натурных испытаний с использованием однородных композитных пластин.

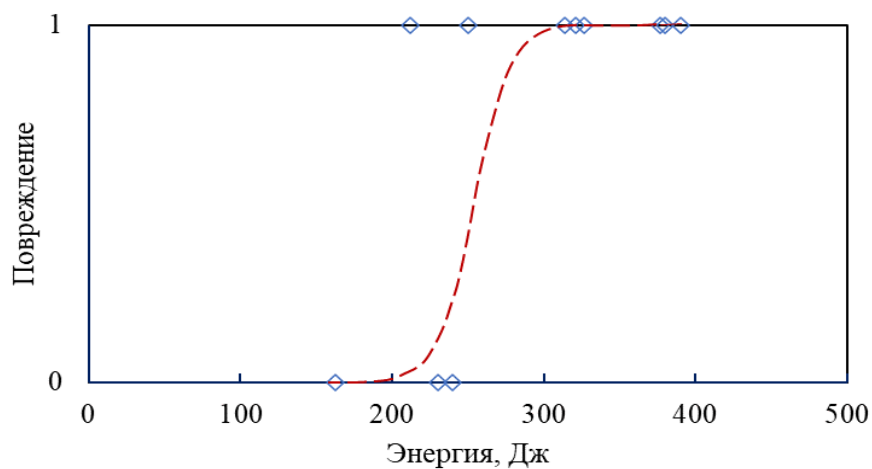


Рисунок 4.22 – График логистической регрессионной зависимости состояния повреждения для всех пластин толщиной 2,46 мм от кинетической энергии

Таким образом, можно сказать, что внутренние разрушения пластины происходят при ударе, энергия которого достигает и превышает определенный пороговый уровень. Повреждения наиболее четко проявляются в месте удара и распространяются на прилегающие зоне. Отметим, что развитие зоны расслоения внутри пластины происходит даже тогда, когда поверхность пластины не

разрушена (как в образцах № 7 и 11). Чем больше энергия удара, тем легче заметить повреждение на поверхности. Для композитной пластины из материала Toray T800-24K UD при ударном воздействии градины диаметром 35 мм внешние и внутренние повреждения в пластине возникают при скорости индентора от 130 м/с и выше.

Выводы по главе 4

1. Для проведения испытаний на одноосное сжатие изготавливались образцы льда по двум методикам: с помощью силиконовой формы и формы, полученной 3-D печатью. Показано, что методика формирования образца с помощью силиконовой формы с отводом воздуха позволяет получить образцы льда с малой долей дефектов: более прозрачные, с минимальным количеством пузырьков и трещин.

2. На испытательной машине Instron 3369 проведёны испытания на одноосное сжатие трех групп образцов льда (температура заморзания -40°C , -30°C , -20°C соответственно) при комнатной температуре. Были определены их упругие свойства, хрупкие свойства и высокая прочность. Механическое поведение льда является пластичным. При понижении температуры заморзания образцов льда, их максимальные напряжения и прочность при сжатии увеличиваются. Для образцов с температурой заморзания -40°C предел прочности возрастает в 1,39 раза по сравнению со льдом, температура заморзания которого равна -20°C ; для образцов с температурой заморзания -30°C предел прочности возрастает в 1,29 раза соответственно. Для каждой из трех групп образцов определена объемная плотность льда при различных температурах заморзания.

3. В климатической камере испытательной машины ViSS при температуре -20°C проведены испытания образцов льда на одноосное сжатие для подтверждения максимальной нагрузки. Проведено сравнение автоматически рассчитанных модулей упругости ледяных образцов на одноосное сжатие и пересчитанных результатов. Значение модулей упругости образцов льда при одноосном сжатии варьируются от 154 МПа до 1214 МПа. Методами статистической обработки данных определены пять интервалов варьирования модуля упругости льда при одноосном сжатии, температура льда -20°C . Вычислены: мощность каждого

интервала в выборке и среднее значение модуля упругости льда для каждого интервала.

4. В НГТУ разработана и создана лабораторная баллистическая установка для исследования повреждений композитных материалов при взаимодействии ударника.

5. Проведены натурные испытания воздействия частиц града диаметром 35 мм на композитные панели из материала Toray T800-24K UD с целью подтверждения возникновения повреждений внутри них. Определено, что внешние и внутренние повреждения в пластинах возникают при скорости индентора от 130 м/с и выше.

Результаты испытаний образцов льда при сжатии и образцов композитных пластин на удар представлены представлены в приложениях **Б** и **В**. Практическая значимость полученных результатов подтверждается актами об внедрении (приложения **Ж**).

Глава 5 МОДЕЛИРОВАНИЕ МНОЖЕСТВЕННОГО УДАРА ЧАСТИЦАМИ ГРАДА ПО КОМПОЗИТНОЙ ПАНЕЛИ

5.1 Исследование влияния скорости удара и модуля упругости льда на повреждаемость композитной пластины

Проводилось исследование повреждаемости композитной пластины (число разрушенных слоев структуры материала) при низкоскоростном контакте с частицей града численным методом.

Для этого был проведен двухфакторный вычислительный эксперимент с помощью разработанной модели единичного низкоскоростного удара индентора (частицы льда) о композитную панель. В качестве материала панели выступал материал Toray T800-24K UD. Ударное воздействие осуществлялось градиной диаметром 35 мм.

Фактор X1 – модуль упругости льда при одноосном сжатии. Значения модуля изменяются от 150 МПа до 1250 МПа с шагом 275 МПа.

Фактор X2 – скорость удара частицы града по пластине. Значение скорости изменяются от 90 м/с до 170 м/с с шагом 20 м/с. На рисунке 5.1 представлена схема вычислительного эксперимента.

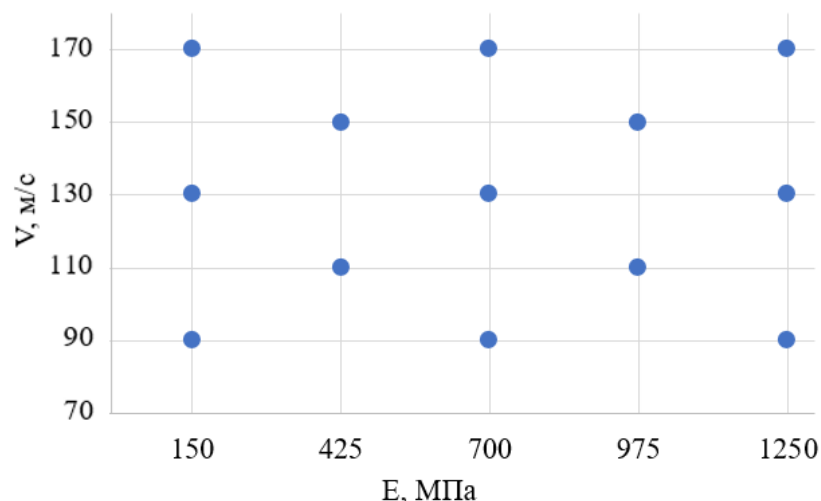


Рисунок 5.1 – План-матрица варьирования скорости и модуля упругости при одноосном сжатии частицы льда

В качестве отклика Z при проведении вычислительного эксперимента

определяем число поврежденных слоев в композитной пластине (DHV) после удара градиной. Повреждение слоя определялось с помощью критерия разрушения Хашина (разрушение волокон, расслоение).

В таблице 5.1 приведены результаты вычислительного эксперимента.

Таблица 5.1 – Значения модуля упругости и скорости градины, число разрушенных слоев в композитной пластине после удара

№ exper.	Модуль упругости льда E, МПа	Скорость градины V, м/с	Число разрушенных слоев DHV
1	150	90	0
2	150	130	2
3	150	170	14
4	425	110	1
5	425	150	8
6	700	90	2
7	700	130	6
8	700	170	15
9	975	110	3
10	975	150	11
11	1250	90	2
12	1250	130	9
13	1250	170	16

На основе результатов вычислительного эксперимента Методом наименьших квадратов определены аппроксимирующие зависимости числа разрушенных слоев от варьируемых факторов: модуля упругости частицы льда и ее скорости.

Аппроксимирующая линейная функция \tilde{Z} имеет вид:

$$\tilde{Z} = b_1 \cdot X_1 + b_2 \cdot X_2 + b_0 \quad (5.1)$$

где b_1 , b_2 , b_0 коэффициенты полученные путем решения системы уравнений (5.2).

Система линейных алгебраических уравнений для аппроксимирующей функции (5.1):

$$\begin{pmatrix} \sum_i^n X1_i^2 & \sum_i^n X1_i \cdot X2_i & \sum_i^n X1_i \\ \sum_i^n X1_i \cdot X2_i & \sum_i^n X2_i^2 & \sum_i^n X1_i \\ \sum_i^n X1_i & \sum_i^n X2_i & n \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sum_i^n Z_i \cdot X1_i \\ \sum_i^n Z_i \cdot X2_i \\ \sum_i^n Z_i \end{pmatrix} \quad (5.2)$$

Аппроксимирующая квадратичная функция \tilde{Z} имеет вид:

$$\tilde{Z} = b_{11} \cdot X1^2 + b_{22} \cdot X2^2 + b_{22} \cdot X1 \cdot X2 + b_1 \cdot X1 + b_2 \cdot X2 + b_0 \quad (5.3)$$

где b_{11} , b_{22} , b_{12} , b_1 , b_2 , b_0 коэффициенты.

Система линейных алгебраических уравнений для аппроксимирующей функции (5.3) включает: матрицу коэффициентов

$$\begin{pmatrix} \sum_i^n X1_i^4 & \sum_i^n X1_i^2 \cdot X2_i^2 & \sum_i^n X1_i^3 \cdot X2_i & \sum_i^n X1_i^3 & \sum_i^n X1_i^2 \cdot X2_i & \sum_i^n X1_i^2 \\ \sum_i^n X2_i^4 & \sum_i^n X1_i \cdot X2_i^3 & \sum_i^n X1_i \cdot X2_i^2 & \sum_i^n X2_i^3 & \sum_i^n X2_i^2 & \sum_i^n X2_i^2 \\ \sum_i^n X1_i^2 \cdot X2_i^2 & \sum_i^n X1_i^2 \cdot X2_i & \sum_i^n X1_i \cdot X2_i^2 & \sum_i^n X1_i \cdot X2_i & \sum_i^n X1_i \cdot X2_i & \sum_i^n X1_i \cdot X2_i \\ \text{Симметрии} & & \sum_i^n X1_i^2 & \sum_i^n X1_i \cdot X2_i & \sum_i^n X1_i & \\ & & & \sum_i^n X2_i^2 & \sum_i^n X2_i & \\ & & & & & n \end{pmatrix},$$

вектор неизвестных $(b_{11} \ b_{22} \ b_{12} \ b_1 \ b_2 \ b_0)^T$ и вектор правых частей

$$\left(\sum_i^n Z_i \cdot X1_i^2 \ \sum_i^n Z_i \cdot X2_i^2 \ \sum_i^n Z_i \cdot X1_i \cdot X2_i \ \sum_i^n Z_i \cdot X1_i \ \sum_i^n Z_i \cdot X2_i \ \sum_i^n Z_i \right)^T.$$

Аппроксимирующая кубическая функция \tilde{Z} имеет вид:

$$\begin{aligned} \tilde{Z} = & b_{111} \cdot X1^3 + b_{222} \cdot X2^3 + b_{112} \cdot X1^2 \cdot X2 + b_{122} \cdot X1 \cdot X2^2 + b_{11} \cdot X1^2 \\ & + b_{22} \cdot X2^2 + b_{12} \cdot X1 \cdot X2 + b_1 \cdot X1 + b_2 \cdot X2 + b_0 \end{aligned} \quad (5.4)$$

где b_{111} , b_{222} , b_{112} , b_{122} , b_{11} , b_{22} , b_{12} , b_1 , b_2 , b_0 коэффициенты.

Система линейных алгебраических уравнений для кубической аппроксимирующей функции (5.4) включает: матрицу коэффициентов:

рассчитанных численно от вычисленных по аппроксимирующей зависимости, составляет 0,28.

На рисунках 5.2-5.4 приведены поверхности найденных аппроксимирующих зависимостей.

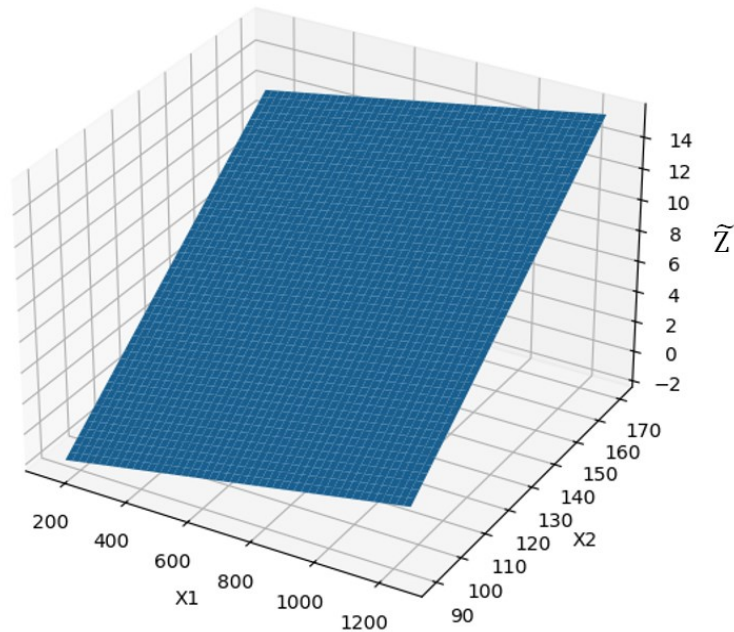


Рисунок 5.2 – Линейная зависимость числа разрушенных слоев \tilde{Z} (DHV) от модуля упругости E (X_1) и скорости градины V (X_2)

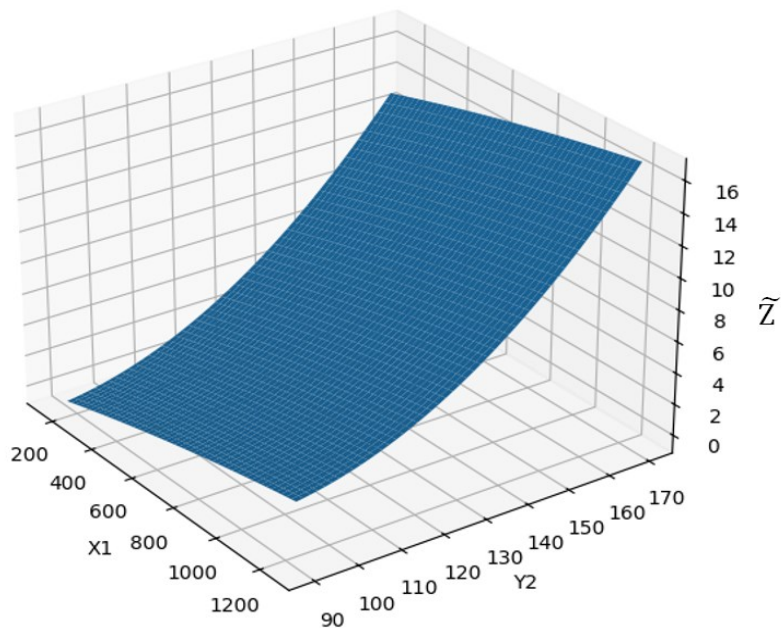


Рисунок 5.3 – Квадратичная зависимость числа разрушенных слоев \tilde{Z} (DHV) от модуля упругости E (X_1) и скорости градины V (X_2)

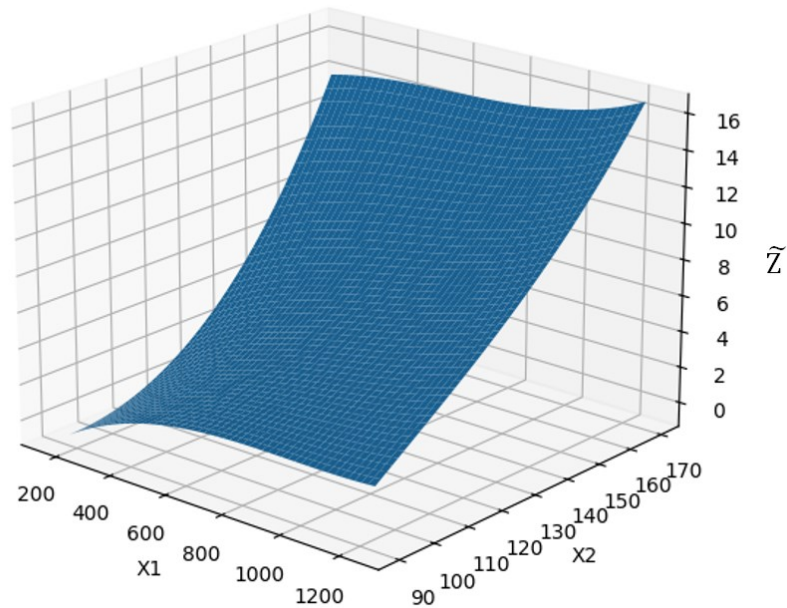


Рисунок 5.4 – Кубическая зависимость числа разрушенных слоев \tilde{Z} (DHV) от модуля упругости E (X_1) и скорости градины V (X_2)

Наилучшей аппроксимирующей зависимостью числа разрушенных слоев композитной панели при ударе градиной от варьируемых факторов (модуля упругости и скорости частицы льда) является кубическая зависимость (5.7). Как видно из рисунка 5.4 число разрушенных слоев пластины растет с увеличением модуля упругости и одновременным ростом скорости градины. В вычислительном эксперименте максимальное число разрушенных слоев панели равно 16, что составляет 80% от толщины пакета; для этого случая скорость градины равна 170 м/с, модуль упругости льда $E=1250$ МПа.

На число разрушенных слоев композитной панели сильное влияние оказывает скорость ударника, модуль упругости материала влияет слабее. Из рисунка 5.4 видно, что взаимное воздействие факторов способствует значительному росту числа разрушенных слоев композита.

Следует отметить, что число разрушенных слоев в композите при варьировании скорости ударника до 130 м/с при учете интервала значений модуля упругости E , не превышает трех. Что говорит о более жестком закреплении композитной пластины в расчетной модели по сравнению с натурным экспериментом.

5.2 Методика моделирования множественного удара частицами града по композитной панели.

В данном разделе диссертационной работы предлагается методика моделирования множественного удара частицами града по композитной панели на базе разработанной и протестированной модели одиночного низкоскоростного удара градиной по многослойной панели. Принципиальная схема предлагаемой методики показана на рисунке 5.5.

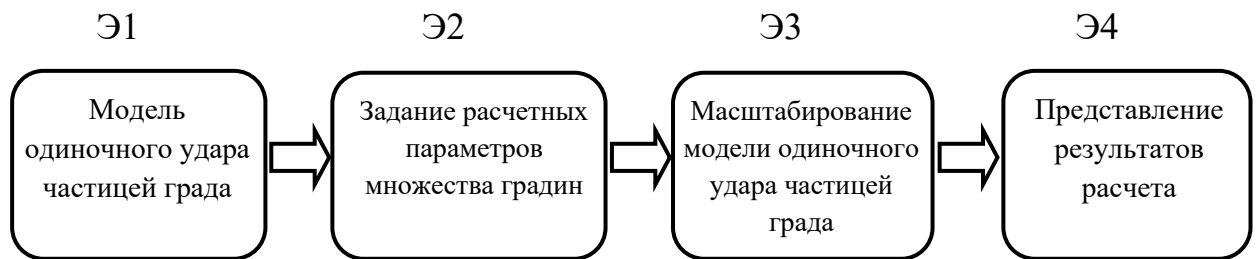


Рисунок 5.5 – Принципиальная схема методики моделирования множественного удара градиной по композитной панели

Опишем подробно выделенные этапы методики моделирования множественного удара частицами града по композитной панели.

Этап Э1 включает в себя разработанную среде ANSYS LS-DYNA расчетную модель низкоскоростного контакта ледяной градины с композитной пластиной, в которой ледяная частица моделируется с помощью метода частиц (SPH), пластина задана методом конечных элементов. Корректная модель деформирования льда, параметры материала льда для расчета одиночного удара определены в разделе 3.1.

Валидация модели одиночного удара частицей града по композитной панели выполнена по опубликованным экспериментальным данным в разделе 3.3.

Этап Э2 включает определение расчетных параметров отдельных частиц града в модели множественного удара по многослойной пластине. В качестве необходимых параметров выступают: диаметр частиц, скорость удара частицы, модуль упругости льда.

Разработанная модель множественного удара частицами в среде ANSYS LS-DYNA позволяет задавать разные упругие характеристики для инденторов в

рамках одного расчетного случая. Поэтому предлагается проводить серию расчетных случаев множественного удара при разных механических характеристиках льда.

Процесс формирования в облаках частиц града представляет собой послойное образование градин с разными геометрическими механическими характеристиками. Выпадение частиц происходит отдельными группами (слоями). Поэтому в модели множественного удара необходимо варьировать диаметр частиц послойно.

Выбор скорости удара частицами льда определяется формулировкой задачи: высыпание града на запаркованный летательный аппарат на аэродроме и столкновение с частицами града во время полета.

Для первого варианта постановки задачи скорости считаем малыми (до 220 м/с) и постоянными для всех градин в одном слое [140], определяющим серию ударов. Для второго варианта постановки задачи скорости имеют более высокие значения и могут распределяться неравномерно для частиц града в отдельно взятом слое.

Масштабирование модели одиночного удара частицей града по композитной панели происходит на Этапе 3. Для каждой серии ударов в программном продукте имеется возможность задания координат мест удара. Для реализации множественного удара разработан макрос на языке Python для случайной генерации координат мест удара о композитную панель и диаметра частиц с помощью функций нормального распределения (Приложение Д).

На Этапе 4 обрабатываются результаты численных расчетов моделью множественного удара частицами льда о композитную панель. В качестве количественной оценки повреждаемости пластины выступает число поврежденных слоев (DHV) композита. Качественной оценкой повреждаемости композитной пластины может выступать рассчитанное НДС композита после множественного удара.

Рассмотрим тестовый пример множественного удара частицами льда о

композитную пластину.

Композитная пластина размером 200 x 200 мм из материала Toray T800-24K UD содержала 20 слоев толщиной 0,123 мм с укладкой $[45^\circ/90^\circ/-45^\circ/0^\circ]_n$. Пластина подвергалась множественному удару частицами града (рисунок 5.6).

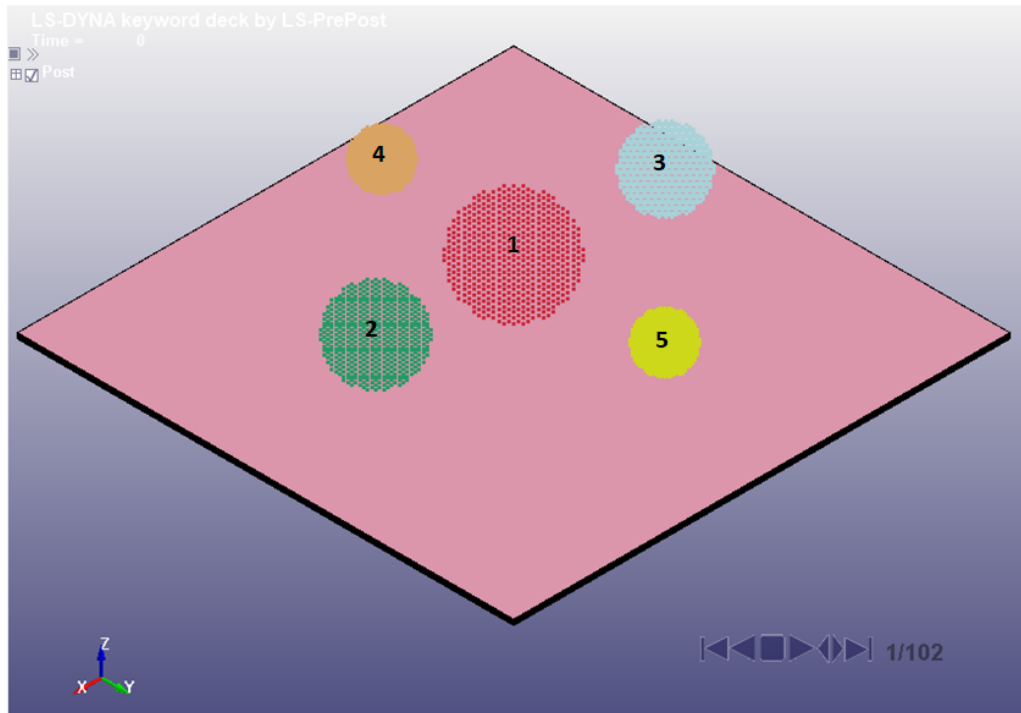


Рисунок 5.6 – Окно среды LS-DYNA с композитной пластиной и пятью частицами града до столкновения

Геометрические параметры частиц преведены в таблице 5.2.

Таблица 5.2 – Параметры частиц града в модельной задаче

Номер частицы	Цвет частицы	Модуль упругости льда E, МПа	Скорость градины V, м/с	Диаметр частицы, Ø, мм
1	красный	1250	150	35
2	зеленый	1250	130	28
3	голубой	1250	110	24,5
4	оранжевый	1250	90	14
5	желтый	1250	110	10,5

Удар частиц о пластину приведен на рисунках 5.7 - 5.8.

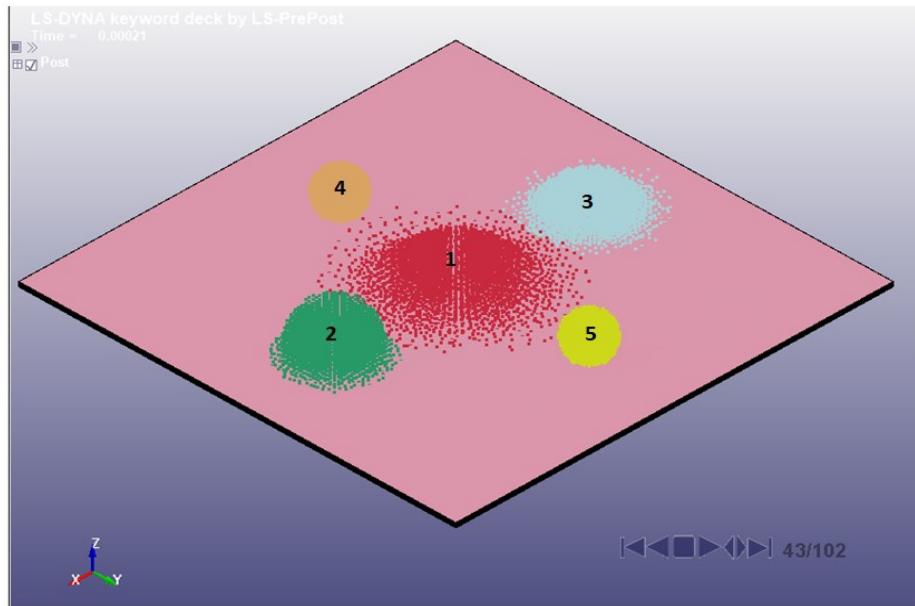


Рисунок 5.7 – Моделирование момента удара частиц града о композитную пластину в среде LS-DYNA

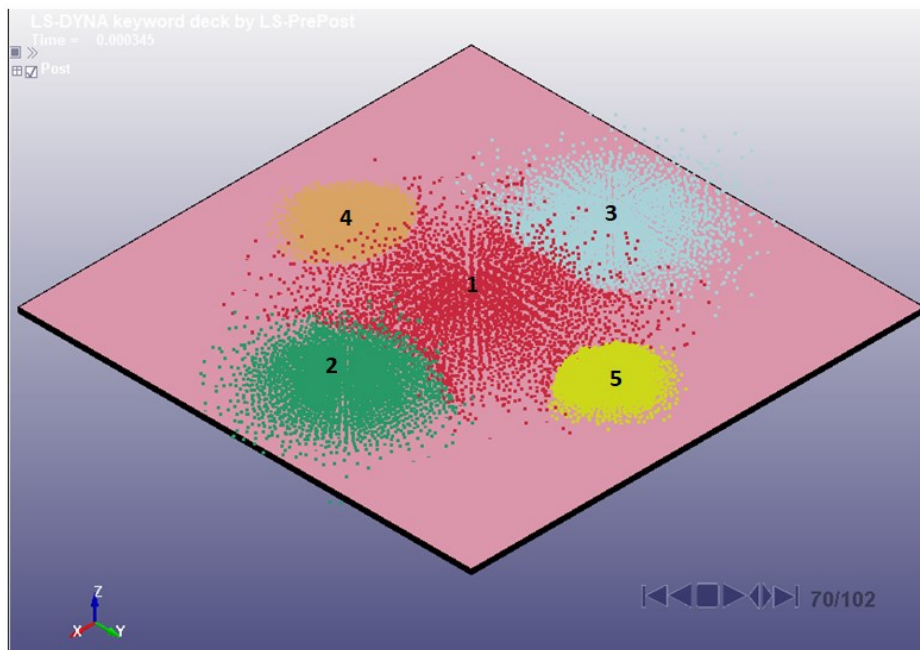


Рисунок 5.8 – Разрушение частиц града о композитную пластину при моделировании удара в среде LS-DYNA

В таблице 5.3 представлены максимальные значения напряжения по Мизесу в композитной пластине и показатель разрушения каждого слоя по критерию разрушения Хашина (разрушение волокон, расслоение) в результате удара пятью частицами. Переменная DHV №1 описывает разрушение в продольном направлении волокна по напряжениям в слое, переменная DHV №2 - в поперечном

направлении волокна в слое, а DHV №4 - расслоение между слоями. Значение переменной $DHV = 1$ соответствует целому слою, а $DHV = 0$ - разрушенному слою.

Таблица 5.3 – Максимальные значения напряжения по Мизесу в слоях композитной пластины и показатель разрушения каждого слоя

№ слоя	σ_{max} (Мизес), МПа	DHV № 1 (вдоль волокна)	DHV № 2 (поперек волокна)	DHV № 4 (расслоение)
1	67,82	1	0	0
2	63,20	1	1	0
3	50,72	1	1	0
4	47,0	1	1	0
5	42,35	1	1	0
6	38,5	1	1	0
7	37,6	1	1	0
8	42,3	1	1	1
9	40,01	1	1	0
10	42,3	1	1	1
11	47	1	1	0
12	42,8	1	1	0
13	45,2	1	1	0
14	36,16	1	1	1
15	18,08	1	1	1
16	15,6	1	1	0
17	31,64	1	1	0
18	36,16	1	1	0
19	40,6	1	1	0
20	40,68	1	1	0

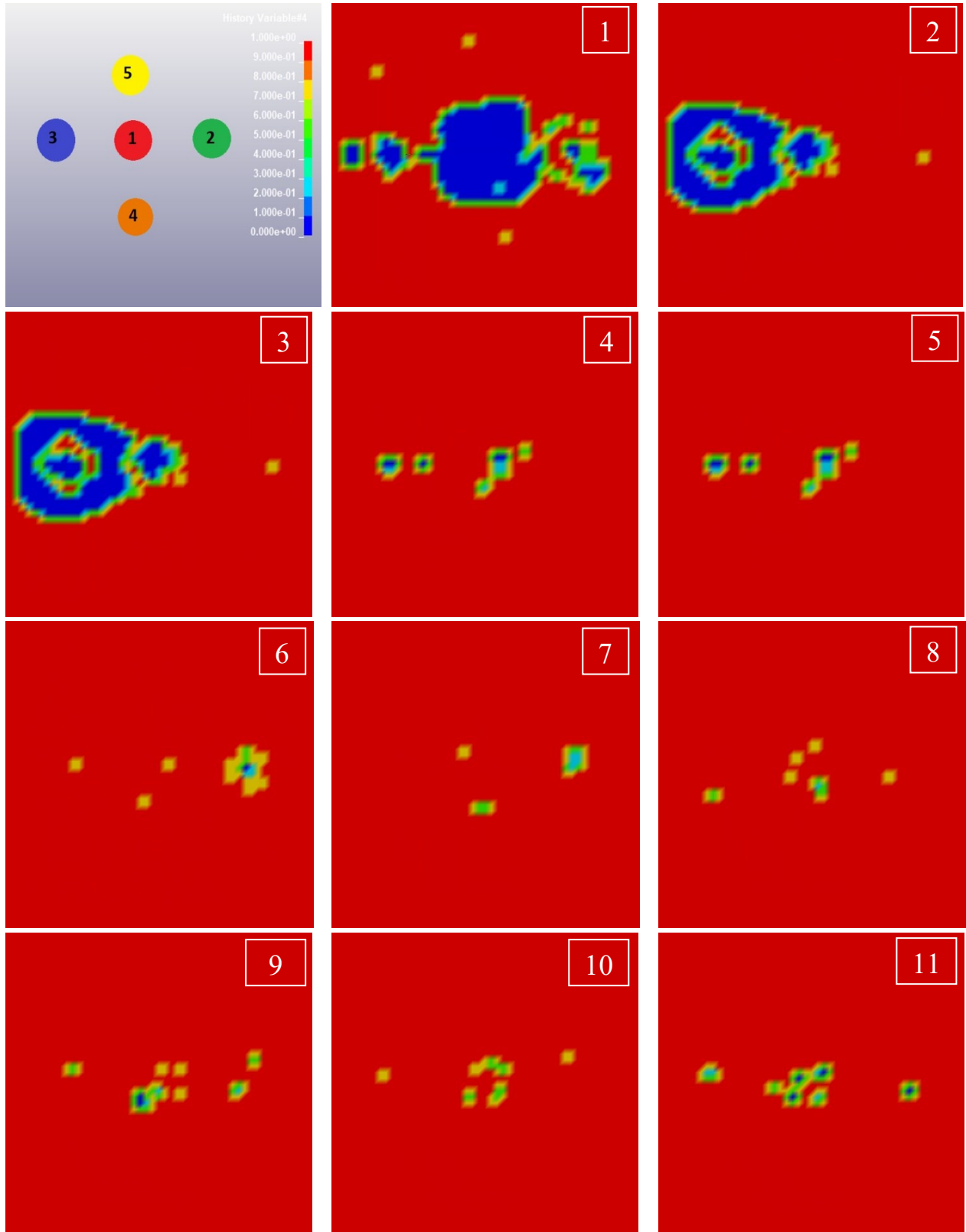
Анализ результатов моделирования, приведенных таблице 5.3 позволяет сделать следующие выводы:

- причиной разрушения композитной пластины в тестовом примере при множественном ударе пятью частицами льда выступает расслоение;

- максимальное значение эквивалентные напряжения достигают 67,82 МПа в первом слое по направлению удара;

- разрушение волокна зафиксировано в первом слое перпендикулярно направлению волокна.

На рисунке 5.9 представлена картина распространения разрушения в пластине по слоям композита при воздействии пяти градин.



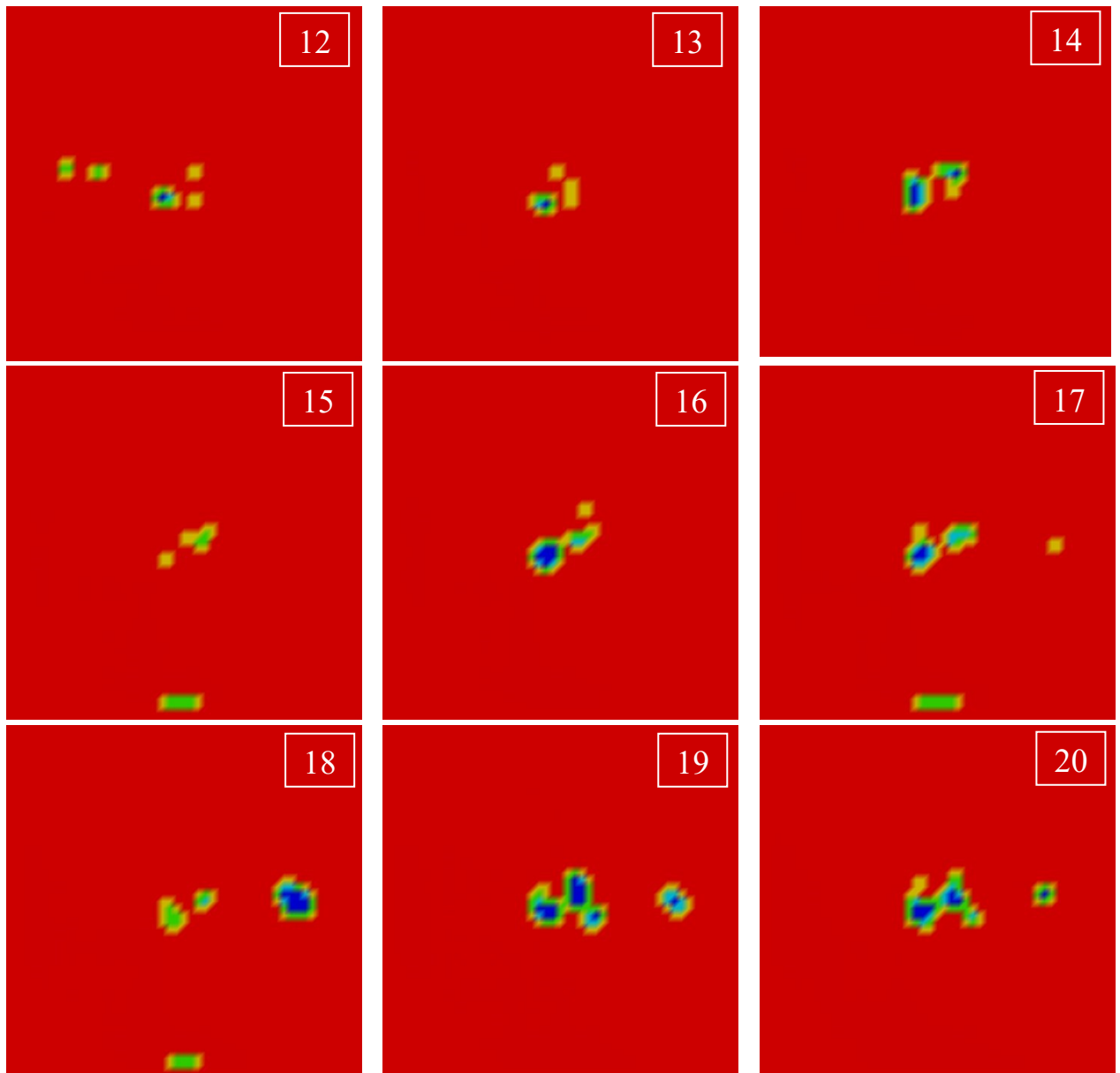


Рисунок 5.9 – Послойное разрушение композитной пластины при моделировании удара пяти градин в среде LS-DYNA

Анализ рисунка 5.9 позволяет говорить о явном расслоении верхней части композита (1-3 слои), площадь пятна контакта покрывает всю зону поражения пятью инденторами. В четвертом и пятом слое четко прослеживаются три зоны расслоения от удара 1, 2 и 3 градиной, они определяют корни разрушения материала на уровне отдельных слоев. Прослеживается тенденция к уменьшению зоны разрушения по мере проникновения в глубь материала (слои 4-20), что говорит о формировании области разрушения по конусу. Более сильное разрушение слоев возникает от градин с большей скоростью (1, 2 и 3 индентор).

5.3 Исследование повреждаемости обшивки крыла регионального самолета при множественном ударе градинами

Методика моделирования множественного удара частицами града по композитной панели применялась для оценки повреждаемости обшивки передней кромки крыла регионального самолета при высыпании града на запаркованный летательный аппарат.

Геометрическая схема обшивки передней кромки правой консоли крыла (приложение E) представлена на рисунке 5.10. Она является типовой структурой крыла, изготовленного из композитного материала.

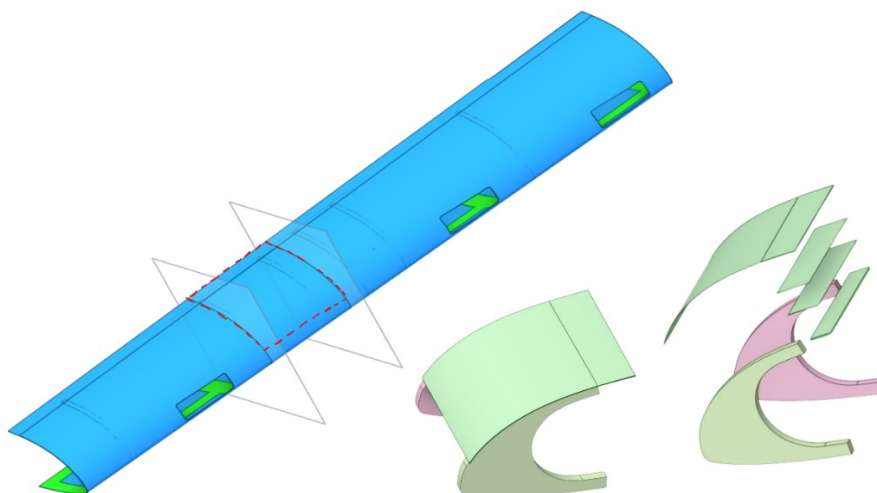


Рисунок 5.10 – Элемент крыла для численного расчета множественного удара градинами

Для расчета была выбрана часть крыла между двумя нервюрами, потому что наибольшее перемещение и изгибные напряжения возникают в наиболее податливой части панели. Расчетная модель состоит из многослойной обшивки размером 332 мм x 400 мм, подкрепленной нервюрами для увеличения его несущей способности. Кроме того, нервюра крыла помогает поддерживать его форму при воздействии динамических и аэродинамических нагрузок.

Конечно-элементная модель обшивки крыла с подкрепляющими элементами представлена на рисунке 5.11. Для построения модели использовался объемный 8-узловой конечный элемент SOLID.

Обшивка состоит из 7÷13 слоев углеволокнистого материала Toray T800

толщиной слоя 0,2 мм с укладкой $[45^\circ/-45^\circ/90^\circ/0^\circ]_n$. Нервюра крыла изготовлена из материала пенопласт ПСБ-С 50, характеристики которого представлены в таблице 5.4. Эти свойства получены в результате испытаний, проведенных в лаборатории НГТУ на машинах Instron 3366 и Zwich/Roel Z100. Модель материала нервюры в LS-DYNA задана *MAT_CRUSHABLE_FOAM [141].

Таблица 5.4 – Характеристики на сжатие пенопласта ПСБ

Модуль Юнга, МПа	Коэффициент Пуассона	Предел прочности, МПа
4,26	0,12	0,1

Модель композитной панели разбита на конечные элементы размером 2 мм x 2 мм (рисунок 5.11). Минимальный размер элемента нервюры крыла составляет 4 мм. Модель включает в себя 321997 элементов.

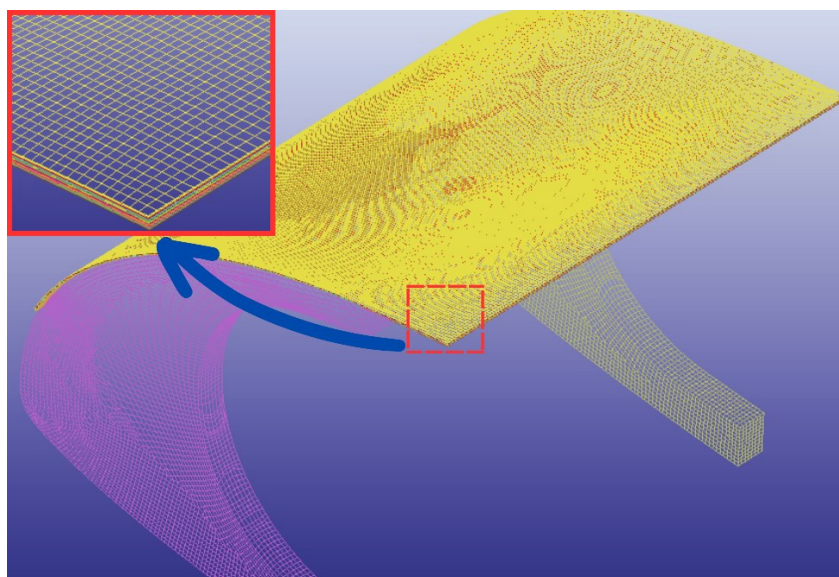


Рисунок 5.11 – Конечно-элементная модель элемента крыла регионального самолета в среде LS-DYNA

Рассмотрено 12 расчетных случаев последовательного воздействия града на поверхность крыла. Каждый случай включает 10 ударов градинами разного размера, выбранных случайным образом, как указано в разделе 5.2. Модуль упругости материала частиц льда E составляет 400 МПа и 1 ГПа, а скорости удара v – 130 м/с и 170 м/с. Результаты расчета повреждаемости обшивки крыла представлены в таблице 5.5.

Таблица 5.5 – Результаты расчета повреждаемости обшивки крыла

№ расч.	Ø, мм	E, МПа	v, м/с	Количество разрушенных слоев		
				DHV № 1	DHV № 2	DHV № 4
1	5 ÷ 18	400	130	0	0	0
2	5 ÷ 18	400	170	0	1	1
3	5 ÷ 18	1000	130	0	1	1
4	5 ÷ 18	1000	170	0	1	2
5	18 ÷ 30	400	130	8	8	8
6	18 ÷ 30	400	170	8	13	13
7	18 ÷ 30	1000	130	8	8	8
8	18 ÷ 30	1000	170	8	12	13
9	30 ÷ 45	400	130	10	13	13
10	30 ÷ 45	400	170	10	13	13
11	30 ÷ 45	1000	130	11	12	13
12	30 ÷ 45	1000	170	11	13	13

На рисунке 5.12 представлена схема множественного удара частиц льда о композитную обшивку, которая соответствует пятому расчетному случаю.

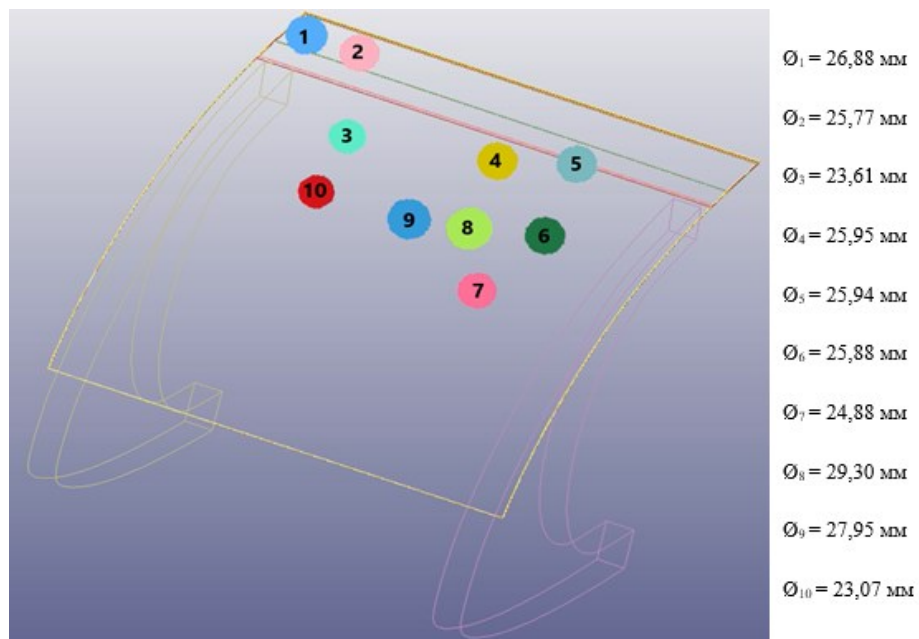


Рисунок 5.12 – Схема множественного удара в пятом расчетном случае

На рисунке 5.13 представлена картина распространения расслоения во втором слое композитной пластины во времени при 10 ударах градинами в пятом расчетном случае.

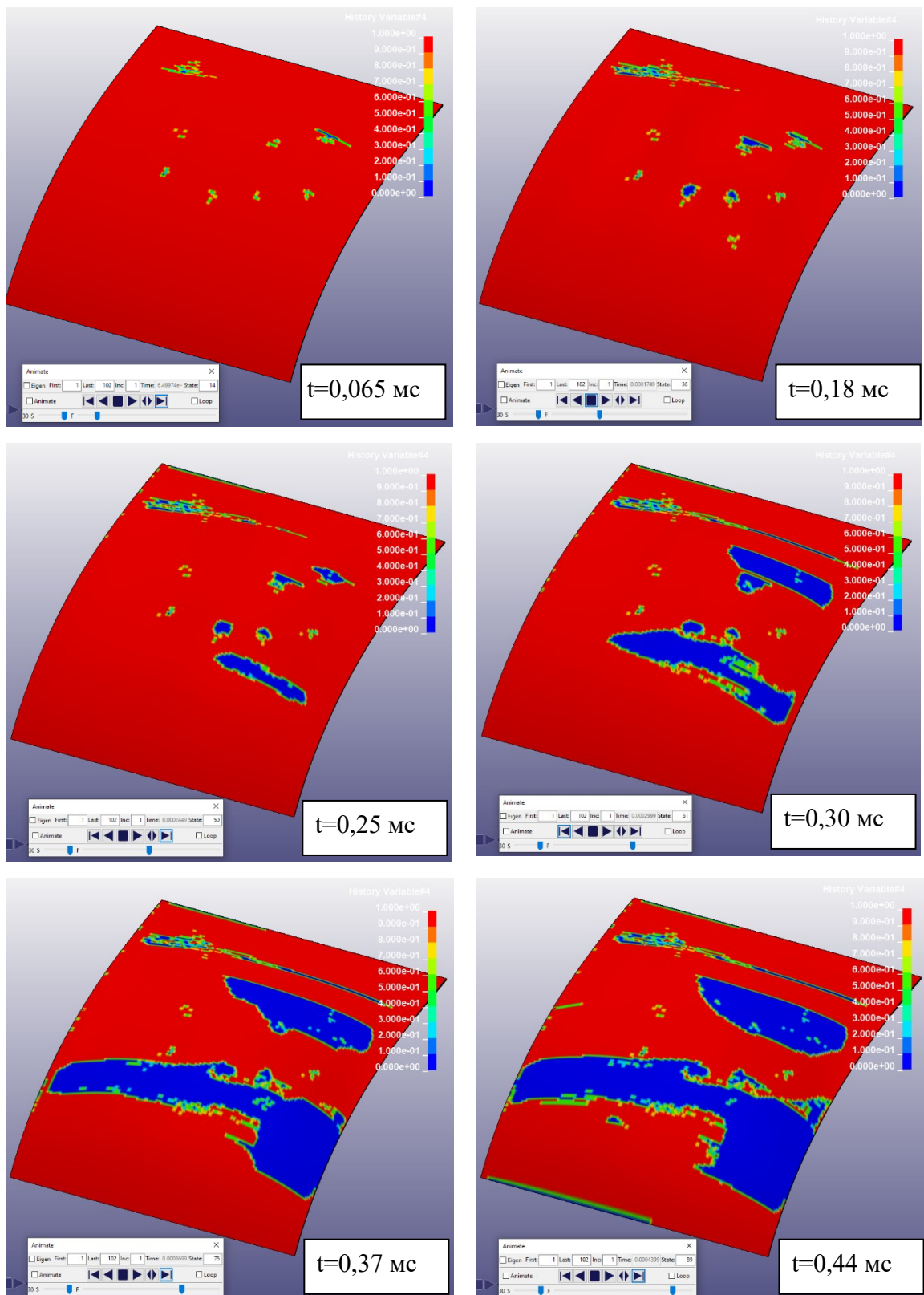


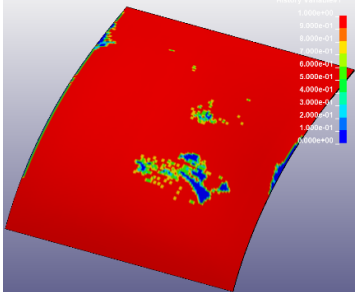
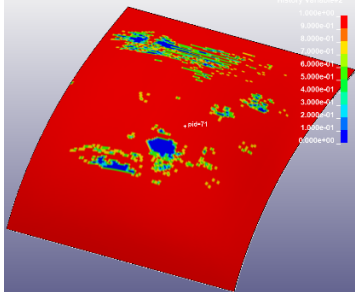
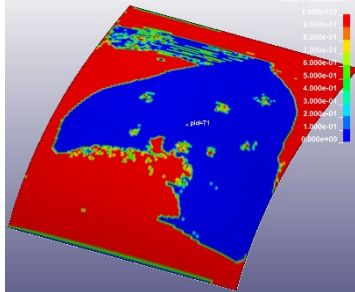
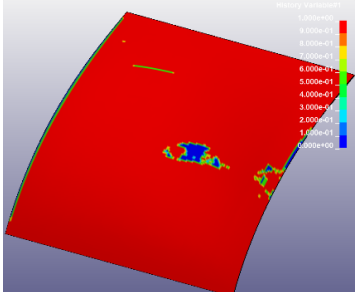
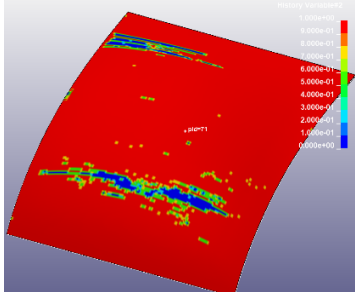
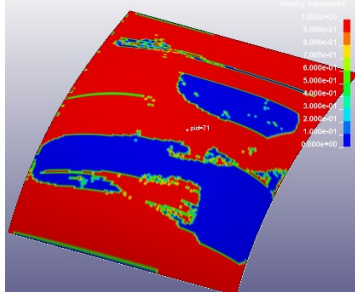
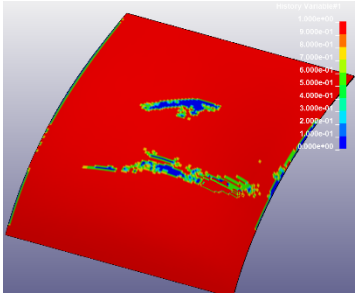
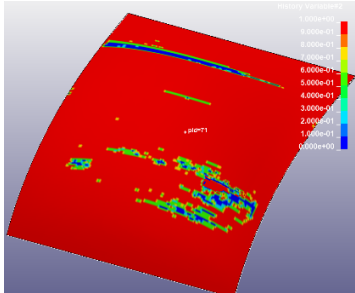
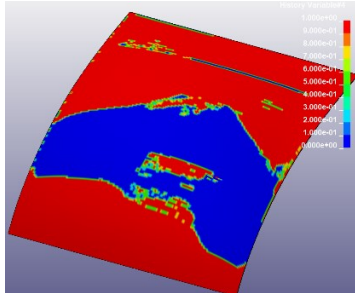
Рисунок 5.13 – Развитие расслоения во втором слое обшивки во времени

В первоначальный момент времени видны отдельные места удара льдинами диаметром более 24 мм по обшивке. Затем, начинается процесс расслоения, которое затрагивает зоны с множественными ударами (нижний правый угол панели и верхний левый). Эти локальные зоны объединяются в единые участки расслоения по мере развития процесса удара и разрушения самих градин.

На таблице 5.6 представлено распространение разрушений в слоях обшивки крыла в этом расчетном случае. Отслеживались разрушения вдоль и поперек волокна, а также расслоения.

Использован критерий разрушения материала Хашина (разрушение волокон, расслоение) из п. 1.3.

Таблица 5.6 – Разрушение слоев обшивки крыла в пятом расчете

№ слоя	DHV № 1	DHV № 2	DHV № 4
1			
2			
3			

Продолжение таблицы 5.6

4			
5			
6			
7			
8			
9-13	Разрушение не обнаружено		

Разрушение волокон локализовано в верхних слоях композита непосредственно под местами удара. Зоны расслоения имеют тенденцию к более широкому распространению от мест множественного удара независимо от диаметра частиц града.

Продольное разрушение волокон проявляется в отдельных местах, поперечное разрушение сильнее распространяется в слое, что и приводит к расслоению между отдельными слоями обшивки. Зоны поперечного разрушения совпадают с зонами расслоения в панели.

Анализ результатов расчета множественного удара градинами по участку обшивки крыла (таблица 5.5 и Приложение Е) показал, что частицы льда малого диаметра (до 18 мм) не приводят к разрушению более, чем двух слоев композита. Группа частиц среднего диаметра (интервал от 18 до 30 мм) способна разрушить 8 слоев панели при меньшей скорости и пробить всю обшивку в случае большей скорости. Частицы льда наибольшего размера (диаметр более 30 мм) разрушают все слои композитной панели крыла при любом рассмотренном сочетании модуля упругости E и скорости удара v .

Показано, что продольное разрушение волокна зафиксировано во внешних слоях композитного материала, в то время как поперечное разрушение волокон и последующее расслоение развиваются в большем числе слоев.

Выводы по главе 5

1. На основе результатов вычислительного эксперимента получены линейная, квадратическая и кубическая аппроксимирующие зависимости поврежденности (число разрушенных слоев) композитной панели при ударе одной градиной диаметром 35 мм от модуля упругости и скорости частицы льда.

Наилучшей аппроксимирующей является кубическая зависимость вида

$$\tilde{Z} = 9,36 \cdot 10^{-9} X_1^3 + 7,77 \cdot 10^{-6} X_2^3 + 7,84 \cdot 10^{-8} X_1^2 \cdot X_2 - 1,951 \cdot 10^{-6} X_1 \cdot X_2^2 - 3,14 \cdot 10^{-5} X_1^2 - 3,01 \cdot 10^{-9} X_2^2 + 3,98 \cdot 10^{-4} X_1 \cdot X_2 + 4,54 \cdot 10^{-9} X_1 - 0,21 X_2 + 10,03.$$

Средний квадрат отклонения числа поврежденных слоев пластины, рассчитанных численно от вычисленных по аппроксимирующей зависимости, составляет 0,28 (приложение Г).

Максимальное число разрушенных слоев панели составило 16, что составляет 80% от толщины пакета. Скорость градины для этого случая равна 170 м/с, модуль упругости льда $E=1250$ МПа.

Сильное влияние на повреждаемость композитной панели оказывает скорость ударника, модуль упругости материала влияет слабее. Однако взаимное воздействие факторов способствует значительному росту числа разрушенных слоев композита. Показано, что число разрушенных слоев в композите при задании скорости ударника до 130 м/с при учете интервала значений модуля упругости E от 150 МПа до 1250 МПа, не превышает трех.

2. Предложена методика моделирования множественного удара частицами града по композитной пластине на базе разработанной и протестированной модели одиночного низкоскоростного удара градиной по многослойной панели.

3. Решена тестовая задача оценки поврежденности композитной пластины при ударе пятью частицами града. Диаметры частиц и скорости удара варьировались, модуль упругости $E=1250$ МПа. Показано, что причиной разрушения композитной пластины при ударе пятью частицами льда выступает расслоение. Максимальное значение эквивалентных напряжений равно 67,82 МПа, достигается в первом слое по направлению удара. Разрушению волокна происходит в первом слое перпендикулярно его направлению. Область разрушения в глубь слоев формируется в виде конуса, затрагивает все слои композита.

4. Выполнена апробация предложенной методики моделирования множественного удара частицами града по композитной пластине на примере исследования повреждаемости передней кромки крыла регионального самолета при выпадении града на запаркованный летательный аппарат на аэродроме. Определены следующие зависимости: частицы льда малого диаметра не приводят к существенным разрушениям обшивки самолета. Рост диаметра градин увеличивает число поврежденных слоев панели из композиционного материала до восьми для скорости удара 130 м/с и до тринадцати для удара на скорости 170 м/с. Частицы града диаметром более 30 мм пробивают обшивку насквозь на любой из рассмотренных скоростей. Зависимость поврежденности панели обшивки от модуля упругости сохраняет слабый характер, как и в тестовой задаче (приложение [E](#)).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В диссертационной работе решена актуальная научно-практическая задача оценки повреждаемости композитных авиационных панелей при множественном низкоскоростном ударе.

1. Разработана расчетная модель для решения задачи контакта жесткого индентора в виде шара и многослойной композитной пластины в программном комплексе ANSYS Workbench.

С помощью критериев разрушения Хоффмана, Цая-Хилла, Цая-Ву и критерия максимального напряжения получены представления о механизме и видах разрушений связующего и волокон в слоях композитных пластин из углеродного волокна со схемами укладки волокон $[45^\circ/-45^\circ]_n$ и $[45^\circ/90^\circ/-45^\circ/0^\circ]_n$, тканевого стекловолоконного композита при вдавливании жестких инденторов различного радиуса.

Показано согласование результатов численных расчетов поврежденности углеволокнистого композита и композита из стекловолокна при вдавливании жесткого индентора, а также выявлено согласование результатов вычислительного эксперимента и реальных испытаний для тканевого стекловолоконного композита.

В качестве оценки поврежденности композитной пластины предложено использовать число разрушенных слоев композита.

2. В среде ANSYS LS-DYNA разработана расчетная модель низкоскоростного контакта ледяной градины с композитной пластиной, в которой ледяная частица моделируется с помощью метода частиц (SPH), пластина задана методом конечных элементов. Выбрана модель деформирования льда, экспериментальным путем определены параметры материала льда для численных расчетов. Сформулирован алгоритм численного решения задачи низкоскоростного контакта частицы града и композитной пластины. Подтверждена корректность разработанной расчетной модели единичного удара путем сопоставления численных расчетов: с результатами испытаний и расчетов пиковой нагрузки по опубликованным данным, с результатами натурных испытаний, проведенных

экспериментальной лабораторией ИТПМ СО РАН.

3. Методика формирования образца льда с помощью силиконовой формы с отводом воздуха позволяет получить образцы с малой долей дефектов: более прозрачные, с минимальным количеством пузырьков и трещин.

На испытательных машинах Instron 3369 и BiSS проведёны испытания на одноосное сжатие образцов льда при температуре замерзания -40°C , -30°C , -20°C . Механическое поведение льда является пластичным. Проведено сравнение автоматически рассчитанных модулей упругости ледяных образцов на одноосное сжатие и пересчитанных результатов. Значение модулей упругости образцов льда при одноосном сжатии варьируются от 154 МПа до 1214 МПа. Определены пять интервалов варьирования модуля упругости льда при одноосном сжатии, температура льда составила -20°C , рассчитано среднее значение модуля упругости льда для каждого интервала.

4. Проведены натурные испытания воздействия частиц града диаметром 35 мм на композитные панели из материала Toray T800-24K UD с целью подтверждения возникновения повреждений внутри панелей. Определено, что внешние и внутренние повреждения в пластинах возникают при скорости индентора от 130 м/с и выше.

5. Предложена методика моделирования множественного удара частицами града по композитной пластине на базе разработанной и протестированной модели одиночного низкоскоростного удара градиной по многослойной панели.

6. Апробация предложенной методики моделирования множественного удара частицами града выполнена при оценке повреждаемости композитной пластины при ударе пятью частицами града и исследовании поврежденности передней кромки крыла регионального самолета при высыпании града на запаркованный летательный аппарат на аэродроме. Для пластины определено, что значительное разрушение волокна происходит в первом слое перпендикулярно его направлению. Область разрушения вглубь слоев формируется в виде конуса и затрагивает все последующие слои композита.

Для обшивки передней кромки крыла регионального самолета показано, что

сочетание градин меньшего диаметра и скорости до 130 м/с не способно нанести существенные повреждения. Рост диаметра частиц льда приводит к росту поврежденности панели: происходит увеличение числа разрушенных слоев. Характер разрушения соответствует рассмотренной ранее тестовой задаче: продольное разрушение волокна фиксируется в меньшем числе поверхностных слоев, чем поперечное разрушение или расслоение.

Рекомендации и перспективы дальнейшей разработки темы

Перспективным направлением дальнейших исследований является разработка моделей для расчета высокоскоростных столкновений множества частиц града с конструкциями крыла из многослойных композиционных материалов или трехслойных сотовых композитных конструкций.

Перспективным направлением исследований является тестирование и оценка эффективности защитных решений от ударов града по композитной конструкции самолета в реальных условиях. Использование испытательной конструкции для моделирования ситуаций ударов града и оценки эффективности защитных решений.

Другим направлением исследований является создание базы данных о случаях столкновения самолетов с градом (включая как модельные, так и фактические данные) и анализ этих данных для всесторонней оценки воздействующих факторов и повреждений в композитной конструкции.

Список литературы

1. Григорьян А.Т. Генрих Герц: 1857 - 1894 / Григорьян А.Т., Вяльцев А.Н. – М. : Наука, 1968. – 312 с.
2. Храмов Ю.А. «Герц Генрих Рудольф» Физики: Биографический справочник / Храмов Ю.А; ред. А. И. Ахиезер. – 2. – М. : Наука, 1983. – 400 с.
3. Джонсон К. Механика контактного взаимодействия / Джонсон К. – Пер. с англ. – М. : Мир, 1989. – 510 с.
4. Колесников Ю. В. Механика контактного разрушения / Ю. В. Колесников, Е. М. Морозов. – М. : Наука, 1988. – 224 с.
5. Auerbach F. Absolute Härtemessung / F. Auerbach // Annalen der Physik. – 1891. – Vol. 279, № 5. – P. 61-100.
6. Raman C. V. Percussion figures in isotropic solids / C. V. Raman // Nature. – 1919. – Vol. 104. – P. 113-114.
7. Dalladay A. J. The stress conditions surrounding a diamond cut in glass / A. J. Dalladay, F. Twyman // Transactions of the Optical Society. – 1922. – Vol. 23, № 3. – P. 165-169.
8. Preston F. W. Study of the rupture of glass / F. W. Preston // Jour. Soc. Glass Technol. – 1926. – Vol. 10. – P. 234-269.
9. Preston F. W. The structure of abraded glass surfaces / F. W. Preston // Transactions of the Optical Society. – 1922. – Vol. 23, № 3. – P. 141-164.
10. Andrews D. H. The Relation Between the Raman Spectra and the Structure of Organic Molecules / D. H. Andrews // Physical Review. – 1930. – Vol. 36, № 3. – P. 544-554.
11. Кузнецов В.Д. Физика твердого тела / Кузнецов В.Д. – Томск : Красное знамя (Т.1-Т.3); Полиграфиздат (Т.4-Т.5), 1937.
12. Dawihl W. Über das Verfahren zur Bestimmung des Formänderungswiderstandes hochwarmfester Werkstoffe, insbesondere von Hartmetallen, durch die Reißbildungsarbeit / W. Dawihl, G. Altmeyer // International Journal of Materials Research. – 1964. – Vol. 55, № 5. – P. 231-237.

13. Dawihl W. Zusammenhang zwischen Verschleiß, Rißbildungswiderstand und Spannungsintensitätsfaktor hartspröder Werkstoffe / W. Dawihl, U. Dworak // Archiv für das Eisenhüttenwesen. – 1976. – Vol. 47, № 12. – P. 757-762.
14. Пинегин С.В. Работоспособность деталей подшипников / Пинегин С.В. – М. : Машгиз, 1949. – 135 с.
15. Пинегин С.В. Контактная прочность и сопротивление качению / Пинегин С.В. – М. : Машиностроение, 1969. – 244 с.
16. Орлов А.В. Остаточные деформации при контактном нагружении / Орлов А.В., Пинегин С.В. – М. : Наука, 1971. – 62 с.
17. Пинегин С.В. Контактная прочность ситаллов / Пинегин С.В., Орлов А.В., Гудченко В.М. – М. : Наука, 1970. – 80 с.
18. Влияние внешних факторов на контактную прочность при качении / Пинегин С. В., Шевелев И. А., Гудченко В. М. [и др.]. – М. : Наука, 1972. – 102 с.
19. Roesler F. C. Indentation Hardness of Glass as an Energy Scaling Law / F. C. Roesler // Proceedings of the Physical Society. Section B. – 1956. – Vol. 69, № 1. – P. 55-60.
20. Roesler F. C. Brittle Fractures near Equilibrium / F. C. Roesler // Proceedings of the Physical Society. Section B. – 1956. – Vol. 69, № 10. – P. 981-992.
21. Череланов Г. П. Одна задача о вдавливании индентора с образованием трещин / Г. П. Череланов // Прикл. Матем. и механика. – 1966. – Т. 30. – С. 82-93.
22. Баренблатт Г. И. Математическая теория равновесных трещин, образующихся при хрупком разрушении / Г. И. Баренблатт // Журн. прикл. матем. и техн. физики. – 1961. – Т. 4. – С. 3-56.
23. Frank F.C. On the theory of Hertzian fracture / Frank F.C., Lawn B.R. // Proceedings of the Royal Society of London. Series A. Mathematical and Physical Sciences. – 1967. – Vol. 299, № 1458. – P. 291-306.
24. Hertzian fracture of glass ceramics / B. R. Lawn, T. R. Wilshaw, T. I. Barry, R. Morrell // Journal of Materials Science. – 1975. – Vol. 10, № 1. – P. 179-182.
25. Lawn B. Indentation fracture: principles and applications / B. Lawn, R. Wilshaw // Journal of Materials Science. – 1975. – Vol. 10, № 6. – P. 1049-1081.

26. Gladwell G.M.L. Contact Problems in the Classical Theory of Elasticity / Gladwell G.M.L. – 1980. – 736 p.
27. Johnson K. L. Contact Mechanics / K. L. Johnson. – Cambridge University Press, 1985. – 452 p.
28. Галин Л. А. Контактные задачи теории упругости / Л. А. Галин. – М. : Гостехиздат, 1953. – 268 с.
29. Галин Л. . Развитие теории контактных задач в СССР / Л. . Галин. – М. : Наука, 1976. – 493 с.
30. Александров В. М. Неклассические пространственные задачи механики контактных взаимодействий упругих тел / В. М. Александров, Д. А. Пожарский. – М. : Факториал, 1998. – 288 с.
31. Морозов Е. М. Контактные задачи механики разрушения / Е. М. Морозов, М. В. Зернин. – М. : Машиностроение, 1999. – 544 с.
32. Кравчук А. С. Механика контактного взаимодействия тел с круговыми границами / А. С. Кравчук, А. В. Чигарев. – Минск : Технопринт, 2000. – 197 с.
33. Горячева И. Г. Механика фрикционного взаимодействия / И. Г. Горячева. – М. : Наука, 2001. – 478 с.
34. Контактные задачи теории упругости для неоднородных сред / С. М. Айзикович, В. М. Александров, А. В. Белоконь [и др.]. – М. : Физматлит, 2006. – 240 с.
35. Неустроева Н. В. Контактная задача для упругих тел разных размерностей / Н. В. Неустроева // Вестник НГУ. Серия: Математика. – 2008. – Т. 8, № 4. – С. 60-75.
36. Осипенко М. А. Особенности контактных задач для систем струн и балок со слабо закрепленными элементами / М. А. Осипенко, Ю. И. Няшин, А. А. Касаткин // PNRPU Mechanics Bulletin. – 2015. – № 1. – С. 121-129.
37. Попов В. Л. Механика контактного взаимодействия и физика трения. От нанотрибологии до динамики землетрясений / В. Л. Попов. – М. : Физматлит, 2013. – 352 с.
38. Souter R. K. Summary of available hail literature and the effect of hail on aircraft

in flight / R. K. Souter, J. B. Emerson. – 1952. – 162 p.

39. Roys G. P. Airborne instrumentation system for measuring meteorological phenomena inside thunderstorms / G. P. Roys. – 1963. – 59 p.

40. Hail threat standardisation / Field P.R., Hand W., Cappelluti G. [et al.]. – 2009. – 130 p.

41. Banhart J. Manufacture, characterisation and application of cellular metals and metal foams / J. Banhart // *Progress in Materials Science*. – 2001. – Vol. 46, № 6. – P. 559-632.

42. Metal Foams / M.F. Ashby, A.G. Evans, N.A. Fleck [et al.]. – Elsevier, 2000. – 251 p.

43. Gibson L. J. Cellular Solids / L. J. Gibson, M. F. Ashby. – Cambridge University Press, 1997. – 528 p.

44. Development of hail material model for high speed impacts on aircraft engine / Chuzel Y., Combescure A., Nucci M. [et al.] // 11th International LS-DYNA Users Conference. – 2010. – Vol. 1. – P. 17-26.

45. Render P. M. Experimental studies into hail impact characteristics / P. M. Render, H. Pan // *Journal of Propulsion and Power*. – 1995. – Vol. 11, № 6. – P. 1224-1230.

46. Lavoie M.-A. Development of an efficient numerical model for hail impact simulation based on experimental data obtained from pressure sensitive film / M.-A. Lavoie, M. Nejad Ensan, A. Gakwaya // *Mechanics Research Communications*. – 2011. – Vol. 38, № 1. – P. 72-76.

47. Kim H. Experimental and numerical analysis correlation of hail ice impacting composite structures / H. Kim, K. Kedward // 40th Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference and Exhibit. – Reston, Virginia : American Institute of Aeronautics and Astronautics, 1999. – P. 1416-1426.

48. Kim H. Modeling Hail Ice Impacts and Predicting Impact Damage Initiation in Composite Structures / H. Kim, K. T. Kedward // *AIAA Journal*. – 2000. – Vol. 38, № 7. – P. 1278-1288.

49. Numerical simulations of low-velocity impact on an aircraft sandwich panel / M. Meo, A. J. Morris, R. Vignjevic, G. Marengo // *Composite Structures*. – 2003. – Vol. 62,

№ 3-4. – P. 353-360.

50. Experiment assessment of the ballistic response of composite pyramidal lattice truss structures / C. J. Yungwirth, D. D. Radford, M. Aronson, H. N. G. Wadley // *Composites Part B: Engineering*. – 2008. – Vol. 39, № 3. – P. 556-569.

51. Appleby-Thomas G. J. On the response of two commercially-important CFRP structures to multiple ice impacts / G. J. Appleby-Thomas, P. J. Hazell, G. Dahini // *Composite Structures*. – 2011. – Vol. 93, № 10. – P. 2619-2627.

52. Numerical simulations for hail impact on lightweight sandwich structures / B. Han, F. X. Xin, F. Jin, T. J. Lu // *Advanced Materials Research*. – 2011. – Vol. 410. – P. 321-324.

53. Numerical and experimental modeling for bird and hail impacts on aircraft structure / M.-A. Lavoie, A. Gakwaya, M. J. Richard [et al.]. – 2011. – P. 1403-1410.

54. Experimental investigation of the kinematics of post-impact ice fragments / P. Guégan, R. Othman, D. Lebreton [et al.] // *International Journal of Impact Engineering*. – 2011. – Vol. 38, № 10. – P. 786-795.

55. Olsson R. High velocity hail impact on composite laminates – Modelling and testing / R. Olsson, R. Juntikka, L. E. Asp. – 2013. – P. 393-426.

56. Experimental analysis of ice sphere impacts on unidirectional carbon/epoxy laminates / J. Pernas-Sánchez, J. A. Artero-Guerrero, D. Varas, J. López-Puente // *International Journal of Impact Engineering*. – 2016. – Vol. 96. – P. 1-10.

57. Macdonald H. Repeated impact of simulated hail ice on glass fibre composite materials / H. Macdonald, D. Nash, M. M. Stack // *Wear*. – 2019. – Vols. 432-433. – P. 1-10.

58. Ice particles impacting on a flat plate: Temperature and velocity effect / M. M. Vargas, C. R. Ruggeri, M. Pereira, D. M. Revilock // *AIAA AVIATION 2020 FORUM*. – Reston, Virginia : American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2020. – P. 1-41.

59. Laursen T. A. Computational contact and impact mechanics / T. A. Laursen. – Berlin : Springer Berlin Heidelberg, 2003. – 454 p.

60. Fischer-Cripps A. C. Introduction to Contact Mechanics / A. C. Fischer-Cripps. – Boston, MA : Springer US, 2007. – 226 p.

61. Александров В.М. Введение в механику контактных взаимодействий / Александров В.М., Чебаков М.И. – Ростов-на-Дону : Изд. -во ООО «ЦВВР», 2007. – 114 с.
62. Sofonea M. Mathematical Models in Contact Mechanics / M. Sofonea, A. Matei. – Cambridge University Press, 2012. – 295 p.
63. Yastrebov V. A. Numerical Methods in Contact Mechanics / V. A. Yastrebov; eds. V. A. Yastrebov, P. Breitkopf. – Hoboken, NJ USA : John Wiley & Sons, Inc., 2013. – 416 p.
64. Zhong Z.-H. Finite Element Procedures for Contact-Impact Problems / Z.-H. Zhong. – Oxford University Press, 1993. – 384 p.
65. Malvern L. E. Introduction to the Mechanics of a Continuous Medium / L. E. Malvern. – Prentice-Hall, 1969. – 713 p.
66. Irons B. M. Lagrange multiplier techniques in structural analysis / B. M. Irons, K. J. Draper // AIAA Journal. – 1965. – Vol. 3, № 6. – P. 1172-1174.
67. Szabo B. A. Linear equality constraints in finite element approximation / B. A. Szabo, T. Kassos // International Journal for Numerical Methods in Engineering. – 1975. – Vol. 9, № 3. – P. 563-580.
68. Katona M. G. A simple contact-friction interface element with applications to buried culverts / M. G. Katona // International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics. – 1983. – Vol. 7, № 3. – P. 371-384.
69. Babuska I. The Finite Element Method with Penalty / I. Babuska // Mathematics of Computation. – 1973. – Vol. 27, № 122. – P. 221-228.
70. Zienkiewicz O. C. Constrained variational principles and penalty function methods in finite element analysis / O. C. Zienkiewicz. – Berlin : Springer, 1974. – P. 207-214.
71. Lötstedt P. A numerical method for the simulation of mechanical systems with unilateral constraints / P. Lötstedt. – Stockholm, 1979. – 70 p.
72. Lötstedt P. On a penalty function method for the simulation of mechanical systems subject to constraints / P. Lötstedt. – Stockholm, 1979. – 50 p.
73. Lötstedt P. Analysis of some difficulties encountered in the simulation of mechanical systems with constraints / P. Lötstedt. – Stockholm, 1979. – 74 p.

74. Ohtake K. Analysis of certain unilateral problems in von karman plate theory by a penalty method-part 1. A variational principle with penalty / K. Ohtake, J. T. Oden, N. Kikuchi // *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*. – 1980. – Vol. 24, № 2. – P. 187-213.
75. Kikuchi N. Penalty/finite-element approximations of a class of unilateral problems in linear elasticity / N. Kikuchi, Y. J. Song // *Quarterly of Applied Mathematics*. – 1981. – Vol. 39, № 1. – P. 1-22.
76. Kikuchi N. A smoothing technique for reduced integration penalty methods in contact problems / N. Kikuchi // *International Journal for Numerical Methods in Engineering*. – 1982. – Vol. 18, № 3. – P. 343-350.
77. Asano N. A Penalty Function Type of Virtual Work Principle for Impact Contact Problems of Two Bodies / N. Asano // *Bulletin of JSME*. – 1986. – Vol. 29, № 257. – P. 3701-3709.
78. Kulak R. F. Adaptive contact elements for three-dimensional explicit transient analysis / R. F. Kulak // *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*. – 1989. – Vol. 72, № 2. – P. 125-151.
79. Schäfer H. A contribution to the solution of contact problems with the aid of bond elements / H. Schäfer // *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*. – 1975. – Vol. 6, № 3. – P. 335-353.
80. Stadter J. T. Analysis of contact through finite element gaps / J. T. Stadter, R. O. Weiss // *Computers & Structures*. – 1979. – Vol. 10, № 6. – P. 867-873.
81. Development of special fastener elements / B. Dattaguru, A. C. B. Naidu, T. Krishnamurthy, T. S. Ramamurthy // *Computers & Structures*. – 1986. – Vol. 24, № 1. – P. 127-134.
82. Xinli B. Analysis of large deformation elastoplastic contact through finite gap elements / B. Xinli, Z. Xinghua // *Computers & Structures*. – 1988. – Vol. 30, № 4. – P. 975-978.
83. Fortin M. Augmented Lagrangian Methods: Applications to the Numerical Solution of Boundary-Value Problems. Vol. 15 / M. Fortin, R. Glowinski. – Elsevier, 1983. – 340 p.

84. Glowinski R. Augmented Lagrangian techniques for solving frictionless contact problems infinite elasticity / Glowinski R., Vidrascu M., Letallec P. // Proc., US-Europe Symp. on Finite-Element Methods for Non-Linear Problems. – Trondheim : The Norwegian Institute of Technology, 1985. – P. 745-758.
85. King J.E. Failure in composite materials / King J.E. // Metals and Materials. – 1989. – Vol. 5, № 12. – P. 720-726.
86. Hinton M. J. The world-wide failure exercise / M. J. Hinton, A. S. Kaddour, P. D. Soden // Failure Criteria in Fibre-Reinforced-Polymer Composites. – Elsevier, 2004. – P. 2-28.
87. Kaddour A. S. Predictive capabilities of nineteen failure theories and design methodologies for polymer composite laminates. Part B: Comparison with experiments / A. S. Kaddour, M. J. Hinton, P. D. Soden // Failure Criteria in Fibre-Reinforced-Polymer Composites. – 2004. – P. 1073-1221.
88. Liu K. S. A progressive quadratic failure criterion for a laminate / K. S. Liu, S. W. Tsai // Composites Science and Technology. – 1998. – Vol. 58, № 7. – P. 1023-1032.
89. Hashin Z. Failure Criteria for Unidirectional Fiber Composites / Z. Hashin // Journal of Applied Mechanics. – 1980. – Vol. 47, № 2. – P. 329-334.
90. Puck A. Failure analysis of FRP laminates by means of physically based phenomenological models / A. Puck, H. Schürmann // Composites Science and Technology. – 1998. – Vol. 58, № 7. – P. 1045-1067.
91. Dávila C. G. Failure Criteria for FRP Laminates / C. G. Dávila, P. P. Camanho, C. A. Rose // Journal of Composite Materials. – 2005. – Vol. 39, № 4. – P. 323-345.
92. Rankine W. J. M. On the Mechanical Action of Heat, especially in Gases and Vapours / W. J. M. Rankine // Transactions of the Royal Society of Edinburgh. – 1953. – Vol. 20, № 1. – P. 147-190.
93. Jenkin C. F. Report on Materials of Construction Used in Aircraft and Aircraft Engines / C. F. Jenkin. – London : Great Britain Aeronautical Research Committee, 1920. – 162 p.
94. Hill R. A theory of the yielding and plastic flow of anisotropic metals / R. Hill // Proceedings of the Royal Society of London. Series A. Mathematical and Physical

Sciences. – 1948. – Vol. 193, № 1033. – P. 281-297.

95. Azzi V. D. Anisotropic strength of composites / V. D. Azzi, S. W. Tsai // *Experimental Mechanics*. – 1965. – Vol. 5, № 9. – P. 283-288.

96. Agarwal B. D. Strength and failure mechanism of anisotropic composites / B. D. Agarwal, J. N. Narang // *Fibre Science and Technology*. – 1977. – Vol. 10, № 1. – P. 37-52.

97. Tsai S. W. Strength Theories of Filamentary Structures Fundamental Aspects of Fiber Reinforced Plastic Composites / S. W. Tsai // *Fundamental aspects of fiber reinforced plastic composites*. – 1968. – Vol. 1. – P. 3-11.

98. Tsai S. W. A General Theory of Strength for Anisotropic Materials / S. W. Tsai, E. M. Wu // *Journal of Composite Materials*. – 1971. – Vol. 5, № 1. – P. 58-80.

99. Pipes R. B. On the Off-Axis Strength Test for Anisotropic Materials / R. B. Pipes, B. W. Cole // *Journal of Composite Materials*. – 1973. – Vol. 7, № 2. – P. 246-256.

100. Ion F. Experimental validation of Tsai-Wu failure criteria / F. Ion, G. Dumitrita // *INCAS Bulletin*. – 2012. – Vol. 4, № 1. – P. 43-50.

101. Hoffman O. The Brittle Strength of Orthotropic Materials / O. Hoffman // *Journal of Composite Materials*. – 1967. – Vol. 1, № 2. – P. 200-206.

102. Агапов В. П. Метод конечных элементов в статике, динамике и устойчивости пространственных тонкостенных подкрепленных конструкций / В. П. Агапов. – М. : Изд. АСВ, 2000. – 152 с.

103. Основы работы в ANSYS 17 / Н. Н. Федорова, С. А. Вальгер, М. Н. Данилов, Ю. В. Захарова. – М. : ДМК Пресс, 2017. – 210 с.

104. Система расчета и проектирования деталей и конструкций методом конечных элементов. – URL: <http://www.apm.ru> (дата обращения: 16.06.2023). – Текст : электронный.

105. SolidWorks ® 2012. – Dassault Systèmes SolidWorks Corporation, 2011. – 510 p.

106. Anderson W. J. MSC/Nastran Interactive Training Program / W. J. Anderson. – John Wiley & Sons, 1983. – 482 p.

107. Symonov V. Bird strike simulations in MSC.Software: correlation between the experiments and simulations / Symonov V., Juračka J. // *International Council of the*

Aeronautical Sciences. – Shanghai, 2021. – P. 1-11.

108. Stephen K. Solving Contact Problems with Abaqus / K. Stephen, R. Tony. – Dassault Systemes, 2013. – 325 p.

109. Kreculj Dr. Review of impact damages modelling in laminated composite aircraft structures / Kreculj Dr., B. Rasuo // Tehnicki Vjesnik. – 2013. – Vol. 20, № 3. – P. 485-495.

110. ANSYS Mechanical APDL Element Reference. Release 14.0. – Pennsylvania : ANSYS, Inc, 2011. – 1426 p.

111. ANSYS Contact Technology Guide, ANSYS Release 9.0. – Pennsylvania : ANSYS, Inc., 2004. – 105 p.

112. Федорова Н. В. Определение напряженно-деформированного состояния контактирующих тел и моделирование их хрупкого разрушения / Н. В. Федорова. – Новосибирск, 2020. – 135 с.

113. Карпов Е. В. Повреждение многослойного тканого композита низкоскоростным вдавливанием жёсткого сферического индентора / Е. В. Карпов // Доклады Академии Наук. – 2018. – № 3. – С. 287-292.

114. Aslan Z. Behavior of laminated composite structures subjected to low velocity impact / Z. Aslan. – 2002. – 169 p.

115. Material Designer User's Guide, Release 2020 R1. – Pennsylvania : ANSYS, Inc., 2020. – 88 p.

116. Максименко В. Н. Методы расчета на прочность и жесткость элементов конструкций из композитов / В. Н. Максименко, И. П. Олегин, Н. В. Пустовой. – Новосибирск : Изд-во НГТУ, 2015. – 424 с.

117. Ле В. Т. Моделирование разрушения композитной пластины при низкоскоростном контакте с жестким телом / В. Т. Ле // Наука. Технологии. Инновации. – Новосибирск : Изд-во НГТУ, 2020. – Т. 9. – С. 27-28.

118. Ле В. Т. Численное моделирование разрушения слоев тканевого композитна при низкоскоростном контакте / В. Т. Ле // XLI Всероссийскую конференцию по проблемам науки и технологий, посвященную 60-летию полета Ю.А. Гагарина в космос. – Миасс, 2021. – Т. 1. – С. 84-89.

119. Ле В. Т. О моделировании разрушения тканевого композита при точечном воздействии / В. Т. Ле, Т. В. Бурнышева // Наука. Промышленность. Оборона : тр. 22 Все рос. науч.-техн. конф., посвящ. 60-летию со дня первого полета человека в космос. – Новосибирск : Изд-во НГТУ, 2021. – Т. 1. – С. 116-120.
120. Ле В. Т. Деформирование слоистых композитных пластин при низкоскоростном контакте с жестким индентором / В. Т. Ле // Инженерный журнал: наука и инновации. – 2023. – Т. 142, № 10. – С. 1-13.
121. Tan T. M. Use of Statical Indentation Laws in the Impact Analysis of Laminated Composite Plates / T. M. Tan, C. T. Sun // Journal of Applied Mechanics. – 1985. – Vol. 52, № 1. – P. 6-12.
122. Keegan M. H. Numerical modelling of hailstone impact on the leading edge of a wind turbine blade / M. H. Keegan, D. Nash, M. Stack // The European Wind Energy Association. – 2013. – Vol. 1. – P. 1-11.
123. Schulson E. M. Brittle failure of ice / E. M. Schulson // Engineering Fracture Mechanics. – 2001. – Vol. 68, № 17-18. – P. 1839-1887.
124. A phenomenological high strain rate model with failure for ice / K. S. Carney, D. J. Benson, P. DuBois, R. Lee // International Journal of Solids and Structures. – 2006. – Vol. 43, № 25-26. – P. 7820-7839.
125. A survey of numerical models for hail impact analysis using explicit finite element codes / M. Anghileri, L.-M. L. Castelletti, F. Invernizzi, M. Mascheroni // International Journal of Impact Engineering. – 2005. – Vol. 31, № 8. – P. 929-944.
126. Lucy L. B. A numerical approach to the testing of the fission hypothesis / L. B. Lucy // The Astronomical Journal. – 1977. – Vol. 82. – P. 1013-1024.
127. Gingold R. A. Smoothed particle hydrodynamics: theory and application to non-spherical stars / R. A. Gingold, J. J. Monaghan // Monthly Notices of the Royal Astronomical Society. – 1977. – Vol. 181, № 3. – P. 375-389.
128. Hallquist J. O. LS-DYNA Theory Manual / J. O. Hallquist. – 2006. – 680 p.
129. Liu M. B. Smoothed Particle Hydrodynamics (SPH): an Overview and Recent Developments / M. B. Liu, G. R. Liu // Archives of Computational Methods in Engineering. – 2010. – Vol. 17, № 1. – P. 25-76.

130. Monaghan J. J. A refined particle method for astrophysical problems / J. J. Monaghan, J. C. Lattanzio // *Astronomy and Astrophysics*. – 1985. – Vol. 149, № 1. – P. 135-143.
131. Benz W. Simulations of brittle solids using smooth particle hydrodynamics / W. Benz, E. Asphaug // *Computer Physics Communications*. – 1995. – Vol. 87, № 1-2. – P. 253-265.
132. Libersky L. D. Smooth particle hydrodynamics with strength of materials / L. D. Libersky, A. G. Petschek // *Advances in the Free-Lagrange Method Including Contributions on Adaptive Gridding and the Smooth Particle Hydrodynamics Method*. – Berlin, Heidelberg : Springer Berlin Heidelberg, 1990. – С. 248-257.
133. Tippmann J. D. Experimentally validated strain rate dependent material model for spherical ice impact simulation / J. D. Tippmann, H. Kim, J. D. Rhymer // *International Journal of Impact Engineering*. – 2013. – Vol. 57. – P. 43-54.
134. Tong L. Recent Advances in Structural Joints and Repairs for Composite Materials / L. Tong, C. Soutis; eds. L. Tong, C. Soutis. – Dordrecht : Springer Netherlands, 2003. – 254 p.
135. Ле В. Т. Численное моделирование воздействия града на композитную пластину / В. Т. Ле // *Промышленность. Оборона: тр. 19 Всерос. науч.-техн. конф.* – Новосибирск : Изд-во НГТУ, 2023. – Т. 1. – С. 63-67.
136. Ле В. Т. Модель с высокой скоростью деформации с разрушением для льда / В. Т. Ле // *Наука. Технологии. Инновации*. – Новосибирск : Изд-во НГТУ, 2023. – Т. 10. – С. 61-64.
137. Ле В. Т. Численное моделирование ударных повреждений льдом композитных панелей самолета / В. Т. Ле // *Вестник московского авиационного института*. – 2023. – Т. 30, № 4. – С. 120-129.
138. Qi S. The effect of temperature on the ductile-to-brittle transition in columnar ice / S. Qi, E. M. Schulson // *Ice in surface waters: proceedings of the 14th international symposium on ice*. – New York, 1998. – P. 521-527.
139. Wu X. Dynamic compressive behavior of ice at cryogenic temperatures / X. Wu, V. Prakash // *Cold Regions Science and Technology*. – 2015. – Vol. 118. – P. 1-13.

140. Large Hail Incidence and Its Economic and Societal Impacts across Europe / T. Púčik, C. Castellano, P. Groenemeijer [et al.] // *Monthly Weather Review*. – 2019. – Vol. 147, № 11. – P. 3901-3916.
141. Shah Q. H. Modeling Large Deformation and Failure of Expanded Polystyrene Crushable Foam Using LS-DYNA / Q. H. Shah, A. Topa // *Modelling and Simulation in Engineering*. – 2014. – Vol. 2014. – P. 1-7.

Приложение А

**МАКСИМАЛЬНЫЕ ЗНАЧЕНИЯ КОЭФФИЦИЕНТА ЗАПАСА
ПРОЧНОСТИ В КОМПОЗИТНЫХ СЛОЯХ ПЛАСТИНЫ ПРИ
ВДАВЛИВАНИИ СТАЛЬНОЙ СФЕРЫ**

А.1 Тканевый стекловолоконный композит

Таблица А.1 – Максимальное значение коэффициента запаса прочности (f_{\max}) в композитных слоях с радиусом стальной сферы 1,5 мм

№ слоя	Критерий Хоффмана		Критерий Цая–Ву		Критерий Цая–Хилла		Критерий максимального напряжения	
	f_{\max}	вывод	f_{\max}	вывод	f_{\max}	вывод	f_{\max}	вывод
1	45,50	разрушение в слое	46,24	разрушение в слое	47,36	разрушение в слое	35,29	обрыв волокна, разрушение матрицы и расслоение
2	12,52		11,42		15,16		7,94	
3	5,84		5,6		5,85		4,29	расслоение

Таблица А.2 – Максимальное значение коэффициента запаса прочности (f_{\max}) в композитных слоях с радиусом стальной сферы 5 мм

№ слоя	Критерий Хоффмана		Критерий Цая–Ву		Критерий Цая–Хилла		Критерий максимального напряжения	
	f_{\max}	вывод	f_{\max}	вывод	f_{\max}	вывод	f_{\max}	вывод
1	33,62	разрушение в слое	34,38	разрушение в слое	35,34	разрушение в слое	29,54	обрыв волокна, разрушение матрицы и расслоение
2	22,10		22,62		23,48		20,33	
3	12,52		12,46		13,15		10,93	
4	6,62		6,66		6,98		6,36	
5	4,24		4,27		4,47		4,07	
6	2,91		2,93		3,07		2,79	
7	2,11		2,13		2,23		2,03	
8	1,60		1,62		1,69		1,54	
9	1,25		1,27		1,32		1,21	
10	1,01		1,03		1,07		1,00	
11	0,84	слой не разрушен	0,85	слой не разрушен	0,88	слой не разрушен	0,81	слой не разрушен

Таблица А.3 – Максимальное значение коэффициента запаса прочности (f_{\max}) в композитных слоях с радиусом стальной сферы 8,5 мм

№ слоя	Критерий Хоффмана		Критерий Цая–Ву		Критерий Цая–Хилла		Критерий максимального напряжения	
	f_{\max}	ВЫВОД	f_{\max}	ВЫВОД	f_{\max}	ВЫВОД	f_{\max}	ВЫВОД
1	24,25	разрушение в слое	24,65	разрушение в слое	24,93	разрушение в слое	20,93	обрыв волокна, разрушение матрицы и расслоение в слое
2	20,00		20,92		21,48		14,16	
3	13,47		13,83		14,17		12,73	
4	8,27		8,29		8,62		7,58	расслоение в слое
5	5,34		5,37		5,57		3,85	
6	3,76		3,81		3,96		3,27	
7	2,79		2,83		2,94		2,44	
8	2,14		2,17		2,26		2,03	
9	1,69		1,72		1,78		1,69	
10	1,37		1,40		1,45		1,56	
11	1,14		1,16		1,20		1,22	
12	0,98		0,99		1,03		1,05	
13	0,90	слой не разрушен	0,88	слой не разрушен	0,95	слой не разрушен	0,94	слой не разрушен

Таблица А.4 – Максимальное значение коэффициента запаса прочности (f_{max}) в композитных слоях с радиусом стальной сферы 12,5 мм

№ слоя	Критерий Хоффмана		Критерий Цая–Ву		Критерий Цая–Хилла		Критерий максимального напряжения	
	f_{max}	ВЫВОД	f_{max}	ВЫВОД	f_{max}	ВЫВОД	f_{max}	ВЫВОД
1	23,78		24,43		24,79		22,74	обрыв волокна, разрушение матрицы и расслоение в слое
2	20,03		20,55		21,36		19,59	
3	13,32		13,48		14,46		16,42	
4	8,20		8,25		8,75		14,36	расслоение в слое
5	5,35		5,53		5,82		8,25	
6	4,20		3,89		4,99		6,78	
7	3,79	разрушение в слое	3,52	разрушение в слое	4,36	разрушение в слое	4,33	
8	2,73		2,87		3,93		3,67	
9	2,58		2,64		3,46		2,54	
10	2,16		2,33		2,41		1,75	
11	1,72		1,86		1,97		1,63	
12	1,45		1,35		1,84		1,46	
13	1,38		1,27		1,75		1,39	
14	1,24		1,13		1,48		1,31	
15	1,06		1,00		1,03		1,26	
16	0,97	слой не разрушен	0,89	слой не разрушен	0,95	слой не разрушен	1,17	
17	0,91		0,82		0,84		1,12	
18	0,83		0,76		0,69		1,06	
19	0,67		0,71		0,62		0,98	слой не разрушен

А.2 Однонаправленный углеволоконный композит [45°,-45°]_n

Таблица А.5 – Максимальное значение коэффициента запаса прочности (f_{\max}) в композитных слоях с радиусом стальной сферы 3 мм

№ слоя	Критерий Хоффмана		Критерий Цая–Ву		Критерий Цая–Хилла		Критерий максимального напряжения	
	f_{\max}	ВЫВОД	f_{\max}	ВЫВОД	f_{\max}	ВЫВОД	f_{\max}	ВЫВОД
1	14,34	разрушение в слое	15,32	разрушение в слое	26,57	разрушение в слое	23,84	обрыв волокна, разрушение матрицы и расслоение в слое
2	5,25		8,66		10,02		13,22	
3	2,96		5,06		5,11		7,38	
4	1,78		2,99		3,04		4,39	
5	1,16		1,96		1,98		2,88	
6	0,82	слой не разрушен	1,39	слой не разрушен	1,40	слой не разрушен	2,05	расслоение в слое
7	0,62		1,06		1,06		1,56	
8	0,49		0,85		0,85		1,26	
9	0,41		0,72		0,73		1,09	
10	0,35		0,64		0,64		0,99	слой не разрушен

Таблица А.6 – Максимальное значение коэффициента запаса прочности (f_{\max}) в композитных слоях с радиусом стальной сферы 5 мм

№ слоя	Критерий Хоффмана		Критерий Цая–Ву		Критерий Цая–Хилла		Критерий максимального напряжения	
	f_{\max}	ВЫВОД	f_{\max}	ВЫВОД	f_{\max}	ВЫВОД	f_{\max}	ВЫВОД
1	14,60	разрушение в слое	15,48	разрушение в слое	34,02	разрушение в слое	22,01	обрыв волокна, разрушение матрицы и расслоение в слое
2	5,86		9,84		12,38		15,79	
3	4,18		7,19		8,35		10,83	
4	2,96		4,99		5,49		7,45	разрушение матрицы и расслоение в слое
5	2,11		3,57		3,96		5,29	
6	1,55		2,61		2,85		3,88	
7	1,17		1,99		2,25		2,94	расслоение в слое
8	0,91	1,54	1,70	2,29				
9	0,72	1,24	1,41	1,83				
10	0,59	1,01	1,12	1,49				
11	0,49	0,84	слои не разрушен	0,95	слои не разрушен	1,24		
12	0,41	0,71	слои не разрушен	0,78	слои не разрушен	1,04		

Таблица А.7 Максимальное значение коэффициента запаса прочности (f_{\max}) в
композиционных слоях с радиусом стальной сферы 8,5 мм

№ слоя	Критерий Хоффмана		Критерий Цая–Ву		Критерий Цая–Хилла		Критерий максимального напряжения	
	f_{\max}	ВЫВОД	f_{\max}	ВЫВОД	f_{\max}	ВЫВОД	f_{\max}	ВЫВОД
1	17,64	разрушение в слое	19,15	разрушение в слое	22,51	разрушение в слое	16,84	обрыв волокна, разрушение матрицы и расслоение
2	5,18		8,18		11,89		13,64	
3	3,89		6,79		8,58		10,41	
4	3,07		5,02		6,05		7,83	разрушение матрицы и расслоение
5	2,35		3,99		4,67		5,95	
6	1,82		3,09		3,46		4,60	
7	1,44		2,45		2,78		3,63	
8	1,16		1,97		2,14		2,92	
9	0,95	слой не разрушен	1,62	слой не разрушен	1,78	слой не разрушен	2,41	расслоение
10	0,79		1,36		1,43		2,02	
11	0,68		1,16		1,21		1,72	
12	0,58		1,01		1,02		1,50	
13	0,51		0,89		0,89		1,33	
14	0,46		0,80		0,80		1,19	
15	0,41		0,73		0,73		1,08	
16	0,38		0,67		0,67		1,01	
17	0,35		0,62		0,63		0,92	слой не разрушен

Таблица А.8 – Максимальное значение коэффициента запаса прочности (f_{\max}) в композитных слоях с радиусом стальной сферы 12,5 мм

№ слоя	Критерий Хоффмана		Критерий Цая–Ву		Критерий Цая–Хилла		Критерий максимального напряжения	
	f_{\max}	ВЫВОД	f_{\max}	ВЫВОД	f_{\max}	ВЫВОД	f_{\max}	ВЫВОД
1	12,06	разрушение в слое	12,93	разрушение в слое	15,11	разрушение в слое	13,52	обрыв волокна, разрушение матрицы и расслоение
2	4,53		6,75		10,53		11,57	
3	3,41		5,98		8,00		9,31	
4	2,83		4,83		5,98		7,36	разрушение матрицы и расслоение
5	2,27		3,88		4,71		5,82	
6	1,83		3,11		3,59		4,65	
7	1,49		2,54		2,93		3,77	
8	1,22		2,09		2,31		3,11	
9	1,02		1,75		1,94		2,60	
10	0,86	слой не разрушен	1,49	слой не разрушен	1,58	слой не разрушен	2,21	расслоение
11	0,75		1,28		1,35		1,91	
12	0,65		1,12		1,14		1,67	
13	0,58		0,99		1,01		1,49	
14	0,51		0,90		0,90		1,35	
15	0,47		0,82		0,83		1,24	
16	0,43		0,76		0,76		1,15	
17	0,40		0,71		0,71		1,09	
18	0,37		0,67		0,67		1,04	
19	0,34		0,63		0,63		1,01	

А.3 Однонаправленный углеволоконный композит $[45^\circ, 90^\circ, -45^\circ, 0^\circ]_n$

Таблица А.9 – Максимальное значение коэффициента запаса прочности (f_{\max}) в композитных слоях с радиусом стальной сферы 1,5 мм

№ слоя	Критерий Хоффмана		Критерий Цая–Ву		Критерий Цая–Хилла		Критерий максимального напряжения		
	f_{\max}	вывод	f_{\max}	вывод	f_{\max}	вывод	f_{\max}	вывод	
1	17,12	разрушение в слое	19,38	разрушение в слое	24,96	разрушение в слое	30,38	обрыв волокна, разрушение матрицы и расслоение	
2	5,34		6,81		9,19		8,74		разрушение матрицы и расслоение
3	2,02		2,54		2,75		3,20		
4	0,95	слой не разрушен	1,28	слой не разрушен	1,35	слой не разрушен	1,70	расслоение	
5	0,54		0,77		0,80		1,05		
6	0,35		0,53		0,55		0,74	слой не разрушен	
7	0,27		0,41		0,42		0,58		
8	0,20		0,34		0,34		0,50		

Таблица А.10 – Максимальное значение коэффициента запаса прочности (f_{\max}) в композитных слоях с радиусом стальной сферы 3 мм

№ слоя	Критерий Хоффмана		Критерий Цая–Бу		Критерий Цая–Хилла		Критерий максимального напряжения	
	f_{\max}	ВЫВОД	f_{\max}	ВЫВОД	f_{\max}	ВЫВОД	f_{\max}	ВЫВОД
1	13,88	разрушение в слое	14,73	разрушение в слое	27,02	разрушение в слое	23,56	обрыв волокна, разрушение матрицы и расслоение
2	6,75		9,28		11,25		13,14	разрушение матрицы и расслоение
3	4,05		5,41		5,89		7,26	
4	2,27		3,17		3,39		4,27	
5	1,39		2,03		2,14		2,80	
6	0,93	слой не разрушен	1,42	слой не разрушен	1,47	слой не разрушен	1,99	расслоение
7	0,68		1,06		1,09		1,52	
8	0,53		0,85		0,87		1,24	
9	0,44		0,73		0,74		1,07	
10	0,36		0,64		0,65		0,97	слой не разрушен

Таблица А.11 – Максимальное значение коэффициента запаса прочности (f_{\max}) в композитных слоях с радиусом стальной сферы 5 мм

№ слоя	Критерий Хоффмана		Критерий Цая–Ву		Критерий Цая–Хилла		Критерий максимального напряжения	
	f_{\max}	ВЫВОД	f_{\max}	ВЫВОД	f_{\max}	ВЫВОД	f_{\max}	ВЫВОД
1	13,99	разрушение в слое	15,19	разрушение в слое	41,40	разрушение в слое	21,86	обрыв волокна, разрушение матрицы и расслоение
2	6,70		10,20		12,70		15,72	
3	5,35		7,57		8,79		10,79	
4	3,60		5,28		5,91		7,39	разрушение матрицы и расслоение
5	2,44		3,71		4,08		5,22	
6	1,74		2,69		2,94		3,84	расслоение
7	1,29		2,02		2,17		2,92	
8	0,99	1,58	1,69	1,85				
9	0,79	1,27	1,36	1,53				
10	0,64	слой не разрушен	1,05	слой не разрушен	1,11	слой не разрушен	1,30	расслоение
11	0,53		0,88		0,91		1,12	
12	0,45		0,76		0,78		1,01	
13	0,40		0,68		0,68		0,88	
14	0,35		0,59		0,60		0,80	слой не разрушен

Таблица А.12 – Максимальное значение коэффициента запаса прочности (f_{\max}) в композитных слоях с радиусом стальной сферы 8,5 мм

№ слоя	Критерий Хоффмана		Критерий Цая–Ву		Критерий Цая–Хилла		Критерий максимального напряжения	
	f_{\max}	ВЫВОД	f_{\max}	ВЫВОД	f_{\max}	ВЫВОД	f_{\max}	ВЫВОД
1	10,99	разрушение в слое	11,83	разрушение в слое	23,78	разрушение в слое	16,67	обрыв волокна, разрушение матрицы и расслоение
2	4,96		8,23		10,75		13,48	
3	4,69		6,95		8,54		10,35	
4	3,54		5,39		6,26		7,77	разрушение матрицы и расслоение
5	2,61		4,08		4,63		5,88	
6	1,98		3,13		3,48		4,53	
7	1,54		2,45		2,68		3,57	расслоение
8	1,23		1,97		2,13		2,88	
9	1,00		1,62		1,76		2,37	
10	0,82	1,36	1,44	1,99				
11	0,69	1,15	1,19	1,70				
12	0,60	1,00	1,02	1,48				
13	0,53	0,88	0,90	1,32				
14	0,47	0,79	0,80	1,19				
15	0,42	0,72	0,73	1,08				
16	0,38	0,67	0,67	1,01	слой не разрушен			
17	0,36	0,62	0,63	0,95				
18	0,33	0,59	0,59	0,91				
19	0,28	0,53	0,51	0,84				

Таблица А.13 – Максимальное значение коэффициента запаса прочности (f_{\max}) в композитных слоях с радиусом стальной сферы 12,5 мм

№ слоя	Критерий Хоффмана		Критерий Цая–Ву		Критерий Цая–Хилла		Критерий максимального напряжения	
	f_{\max}	ВЫВОД	f_{\max}	ВЫВОД	f_{\max}	ВЫВОД	f_{\max}	ВЫВОД
1	10,89	разрушение в слое	11,72	разрушение в слое	17,10	разрушение в слое	14,43	обрыв волокна, разрушение матрицы и расслоение
2	3,92		6,75		9,54		11,49	
3	3,99		6,08		7,87		9,34	
4	3,21		5,01		6,08		7,38	разрушение матрицы и расслоение
5	2,48		3,98		4,65		5,82	
6	1,97		3,17		3,61		4,63	
7	1,59		2,56		2,83		3,75	
8	1,30		2,10		2,31		3,08	
9	1,07		1,76		1,93		2,58	
10	0,90	слой не разрушен	1,49	слой не разрушен	1,59	слой не разрушен	2,19	расслоение
11	0,77		1,28		1,33		1,89	
12	0,67		1,12		1,15		1,66	
13	0,59		0,99		1,01		1,48	
14	0,53		0,90		0,91		1,34	
15	0,47		0,82		0,83		1,23	
16	0,44		0,76		0,77		1,15	
17	0,41		0,71		0,72		1,09	
18	0,38		0,67		0,68		1,04	
19	0,34		0,63		0,64		1,01	

Приложение Б
РЕЗУЛЬТАТЫ ИСПЫТАНИЙ ОБРАЗЦОВ ЛЬДА
ПРИ СЖАТИ

Таблица Б.1 – Физические параметры образца льда типа 1 при температуре
замерзания -20°C

№ образца	Ширина, мм	Длина, мм	Высота, мм	Масса, г	Плотность, кг/м ³
1	27,95	27,72	29,11	22	975,45
2	31,76	29,28	28,56	22	828,35
3	29,34	28,07	28,34	22	942,58
4	28,21	28,74	29,53	22	918,90
5	28,8	28,01	28,64	22	952,23
6	28,61	28,22	29,15	22	934,78
7	28,83	28,33	29,82	22	903,28
8	27,72	26,93	29,57	22	996,65
9	27,55	29,96	29,8	22	894,42
10	28,77	27,65	28,96	22	954,97
11	27,9	27,96	29,45	22	957,63
12	28,3	30,39	29,72	22	860,71
13	27,27	31,66	29,94	22	851,09
14	28,53	30,66	29,62	22	849,11
15	28,54	27,37	30,84	22	913,23
16	27,6	29,4	31,14	22	870,66
Среднее	28,48	28,77	29,51	22,00	912,75

Таблица Б.2 – Физические параметры образца льда типа 1 при температуре
замерзания -30°C

№ образца	Ширина, мм	Длина, мм	Высота, мм	Масса, г	Плотность, кг/м ³
1	29,19	29,96	30,45	26	976,36
2	28,65	27,8	29,74	21	886,56
3	28,4	31,5	28,98	24	925,73
4	29,31	31,14	29,54	24	890,16
5	28,19	29,8	28,83	22	908,38
6	27,8	29,42	30,02	22	896,03
7	28,2	31,9	28,29	22	864,47
8	28,42	29,11	29,93	24	969,26
9	28,62	28,69	30,21	24	967,52
10	29,34	27,45	29,38	22	929,75
11	27,56	26,41	31,41	22	962,29
12	28,21	28,37	27,67	20	903,15
13	28,97	27,68	28,78	20	866,61
14	28,69	28,14	30,42	24	977,23
15	27,65	28,14	29,86	22	946,92
16	27,4	25,33	28,82	18	899,90
Среднее	28,41	28,80	29,52	22,31	923,15

Таблица Б.3 – Физические параметры образца льда типа 1 при температуре
замерзания -40°C

№ образца	Ширина, мм	Длина, мм	Высота, мм	Масса, г	Плотность, кг/м ³
1	29,3	28,62	28,94	24	988,95
2	28,17	31,02	29,15	24	942,20
3	29,39	28,95	29,41	24	959,11
4	29,92	28,03	28,55	22	918,82
5	28,17	29,99	29,37	22	886,66
6	28,13	31,3	29,14	24	935,42
7	29,51	28,97	28,68	24	978,85
8	27,52	30,1	29,35	22	904,90
9	28,54	28,59	29,3	20	836,55
10	29,87	28,27	29,26	22	890,40
11	28,07	29,29	28,35	22	943,86
12	30,61	28,24	29,25	22	870,10
13	29,37	28,37	28,62	22	838,68
14	28,29	29,68	29,33	20	974,55
15	28,86	29,73	28,42	24	984,23
16	28,54	29,49	29,01	24	982,96
Среднее	28,89	29,29	29,01	22,63	927,27

Таблица Б.4 – Физические параметры образца льда типа 2 при температуре
замерзания -20°С

№ образца	Ширина, мм	Длина, мм	Высота, мм	Масса, г	Плотность, кг/м ³
1	29,32	29,87	29,64	24	924,56
2	28,97	29,87	29,82	24	930,08
3	29,94	29,71	30,27	24	891,34
4	29,78	29,68	30,42	25	929,81
5	29,28	29,84	29,38	24	934,95
6	30,43	29,88	29,57	24	892,64
7	29,81	30,05	29,33	24	913,47
8	30,01	30,14	29,32	24	904,98
9	31,17	29,73	29,29	24	884,22
10	29,57	29,71	29,63	24	921,99
11	29,51	29,84	30,18	24	903,08
12	29,52	30,04	28,82	24	939,08
13	29,91	31,57	29,03	25	912,01
14	29,9	30,2	30,22	25	916,15
15	29,47	29,97	29,74	24	913,70
16	30,24	29,66	29,88	24	895,53
Среднее	29,80	29,99	29,66	24,19	912,97

Таблица Б.5 – Значения характеристик образцов типа 1 по результатам испытаний при сжатии при температурах -20°C

№ образца	Максимум нагрузка, кН	Напряжение при сжатии при максимум нагрузка, МПа	Модуль (Автоматический), МПа
1	1,12648	1,38942	349,05703
2	1,36644	1,69389	170,83062
3	1,44953	1,79536	135,25034
4	1,49609	1,83240	152,46236
5	1,96374	2,62767	301,14235
6	1,95392	2,36725	415,06628
7	2,57239	3,23371	383,99840
8	2,50861	3,21582	373,22192
Среднее	1,80465	2,26944	285,12866

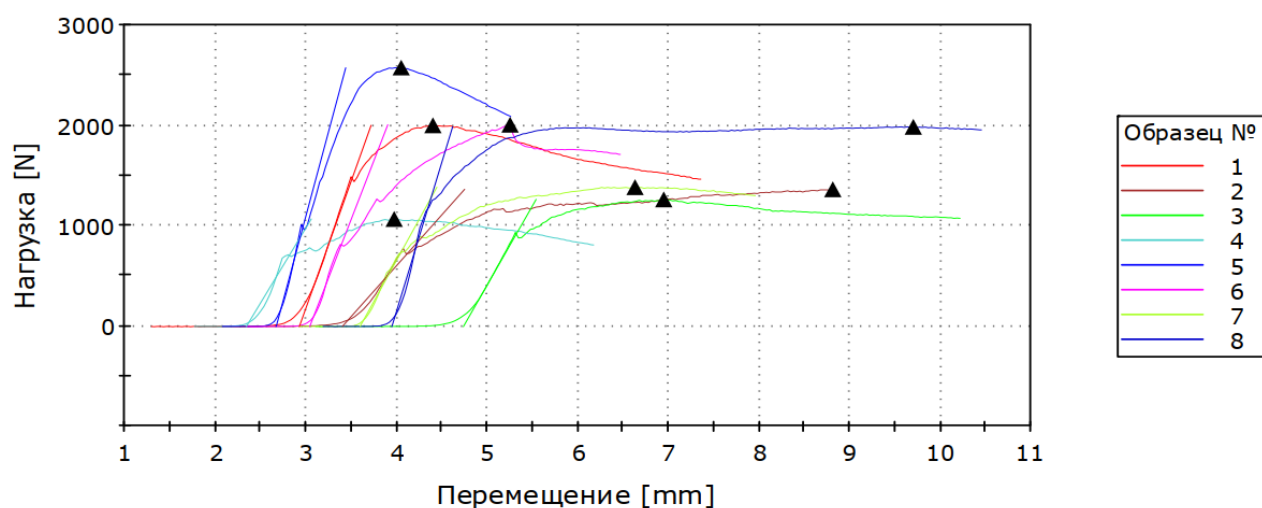


Рисунок Б.1 – График состояния нагрузки в зависимости от перемещения при сжатии образцов льда типа 1 с учетом температур заморозания -20°C

Таблица Б.6 – Значения характеристик образцов типа 1 по результатам испытаний при сжатии при температурах -30°C

№ образца	Максимум нагрузка, кН	Напряжение при сжатии при максимум нагрузка, МПа	Модуль (Автоматический), МПа
1	3,43877	4,21339	228,93957
2	2,76837	3,47581	426,36526
3	3,63618	4,06458	369,09872
4	2,85894	3,13235	299,70476
5	2,39352	2,84922	441,62863
6	1,94658	2,38004	276,55782
7	1,93683	2,15304	308,72770
8	3,02075	3,78121	599,67482
9	1,78238	2,17070	243,79922
10	2,17761	2,70382	438,23611
11	2,68229	3,98712	1025,46556
12	3,94737	4,93225	817,37539
13	1,20723	1,50548	466,29378
14	2,24429	2,22611	325,22848
15	1,83364	2,35664	512,44950
16	1,65329	2,38212	253,00783
Среднее	2,47050	3,01962	439,53457

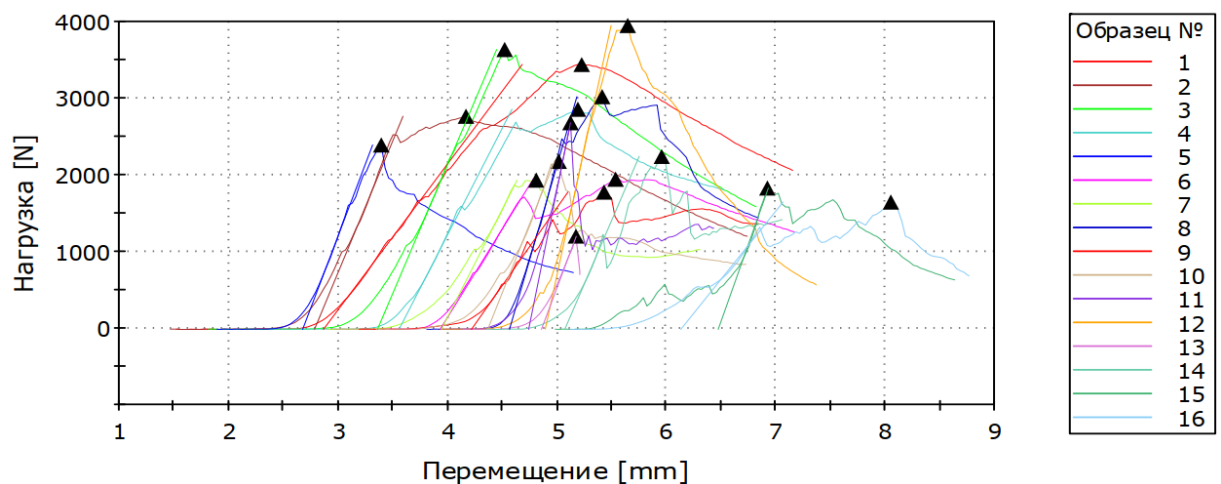


Рисунок Б.2 – График состояния нагрузки в зависимости от перемещения при сжатии образцов льда типа 1 с учетом температур замерзания -30°C

Таблица Б.7 – Значения характеристик образцов типа 1 по результатам испытаний при сжатии при температурах -40°C

№ образца	Максимум нагрузка, кН	Напряжение при сжатии при максимум нагрузка, МПа	Модуль (Автоматический), МПа
1	3,00717	3,34130	343,04516
2	2,70655	3,00728	356,82281
4	2,23692	2,48547	353,97510
5	1,91510	2,12789	351,26687
7	2,27873	2,53192	349,88579
8	3,81184	4,23538	374,81787
10	3,78295	4,20328	413,05589
11	2,15790	2,39767	319,38324
12	1,93595	2,15105	422,48770
14	1,88482	2,09425	436,36295
16	2,33328	2,59253	428,61493
Среднее	2,55011	2,83346	377,24712

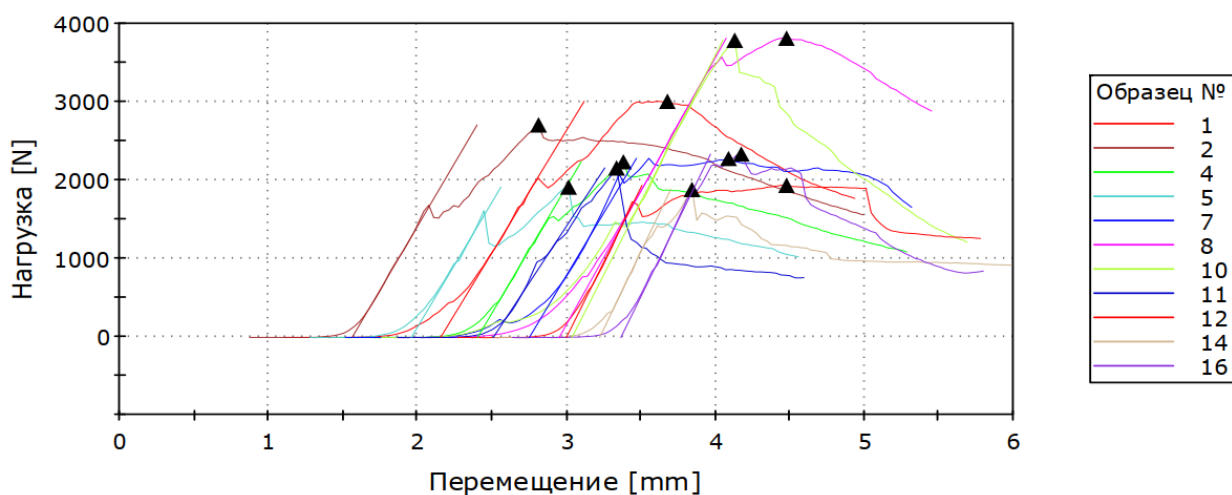


Рисунок Б.3 – График состояния нагрузки в зависимости от перемещения при сжатии образцов льда типа 1 с учетом температур заморозания -40°C

188
(BISS VI 00-101)

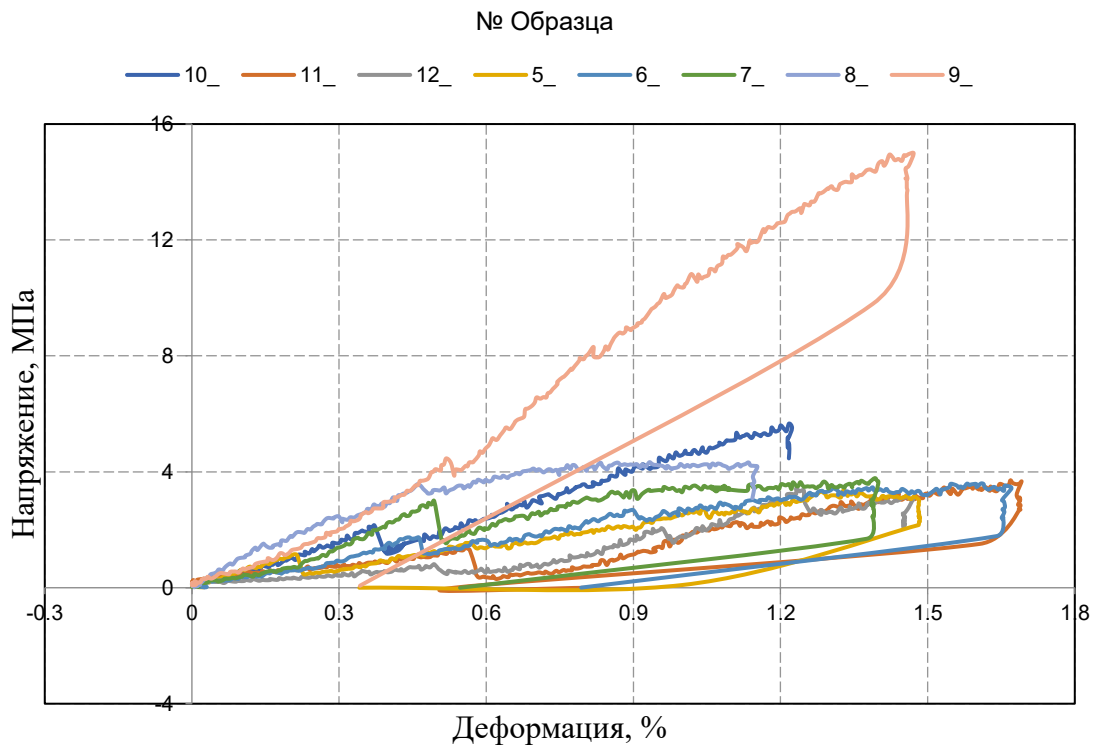


Рисунок Б.4 – Графики НДС образцов льда тип 2 при сжатии при температуре замерзания -20°C

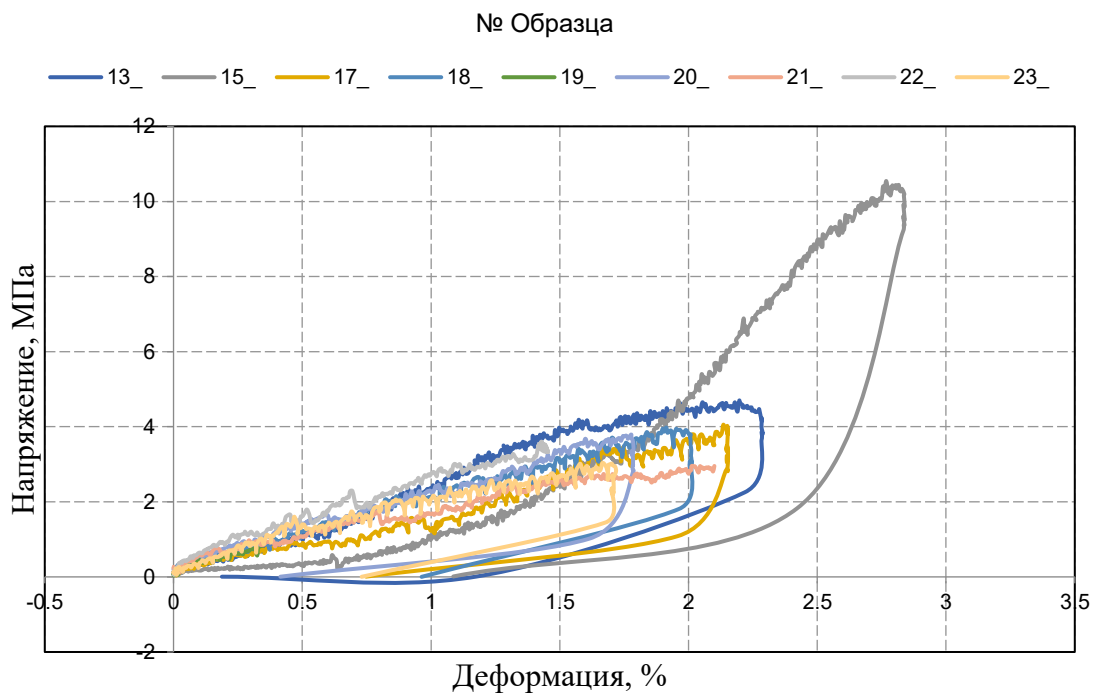


Рисунок Б.5 – Графики НДС образцов льда тип 2 при сжатии при температуре замерзания -20°C

Приложение В
РЕЗУЛЬТАТЫ ИСПЫТАНИЙ ОБРАЗЦОВ КОМПОЗИТНЫХ ПЛАСТИН
НА УДАР

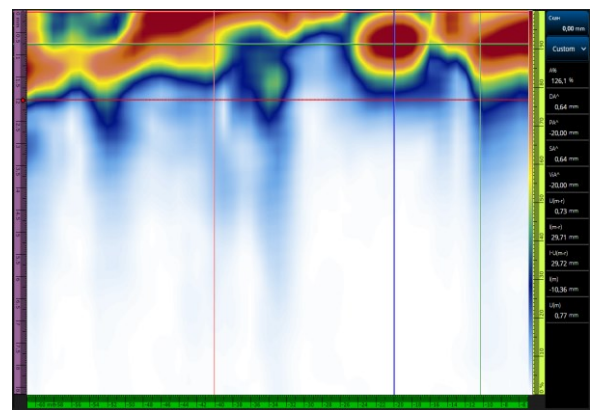
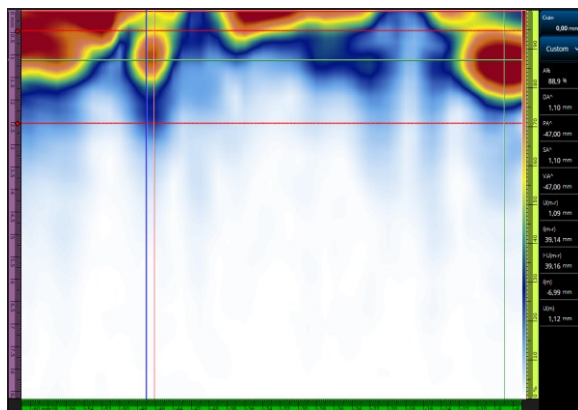
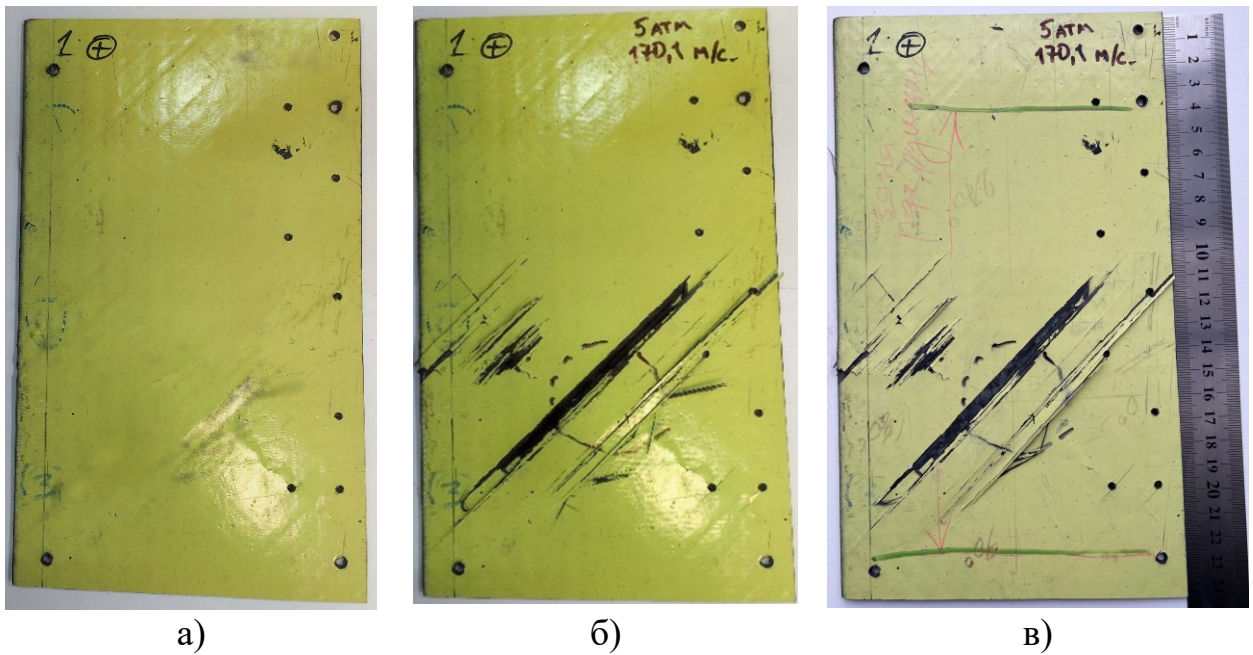


Рисунок В.1 – Образец композитной пластины № 1:

а - перед ударом; б - после удара; в – после УЗК;

г- результаты УЗК пластины в месте удара в поперечном направлении;

д - результаты УЗК пластины в месте удара в продольном направлении

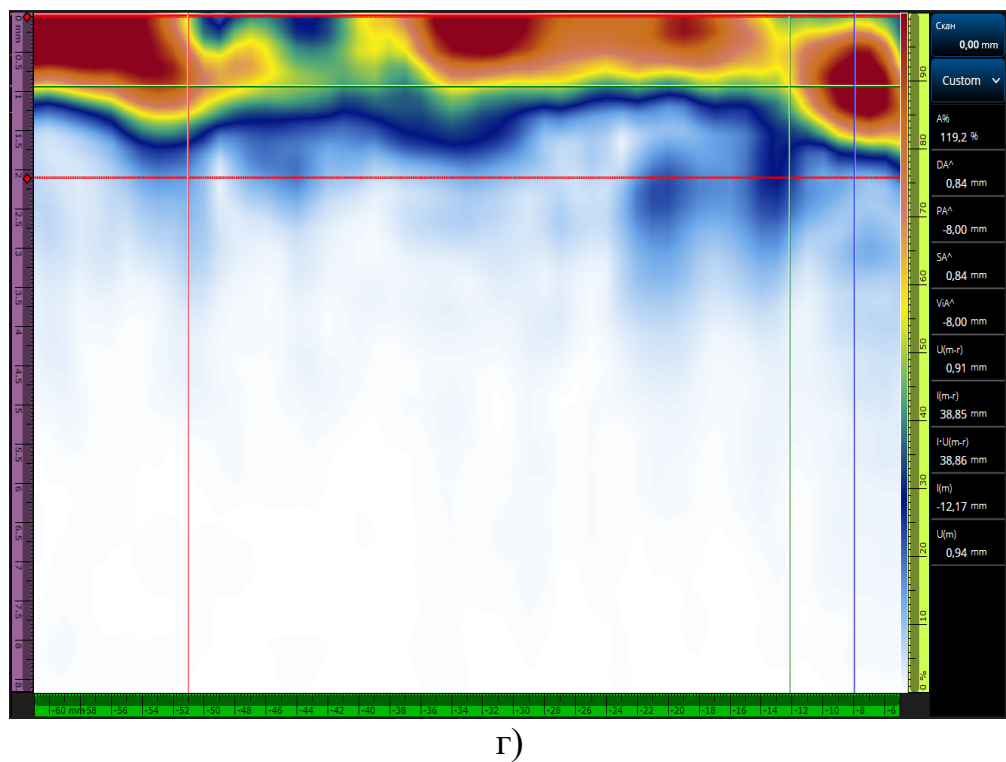
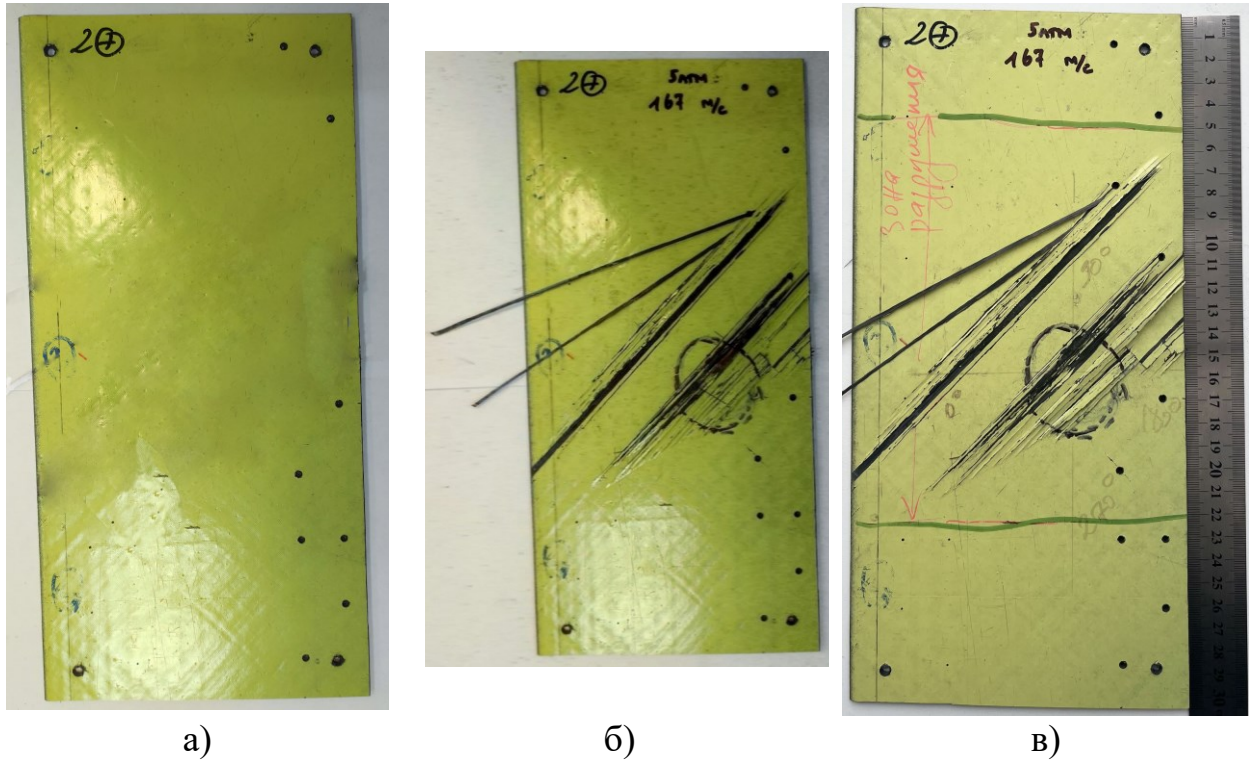


Рисунок В.2 – Образец композитной пластины № 2:
 а - перед ударом; б - после удара; в – после УЗК;
 г- результаты УЗК пластины в месте удара в поперечном направлении;

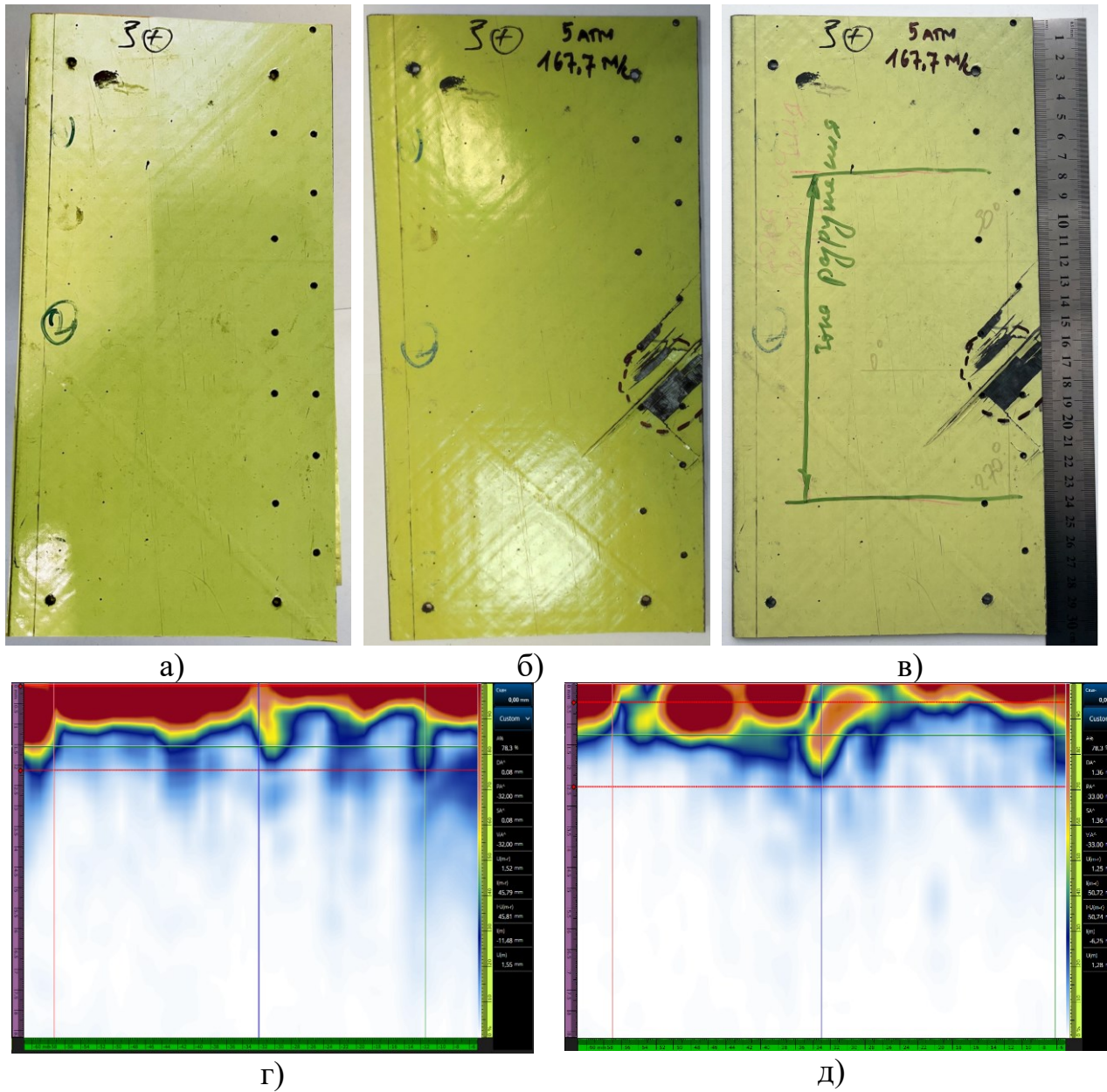


Рисунок В.3 – Образец композитной пластины № 3:

а - перед ударом; б - после удара; в – после УЗК;

г- результаты УЗК пластины в месте удара в поперечном направлении;

д - результаты УЗК пластины в месте удара в продольном направлении.

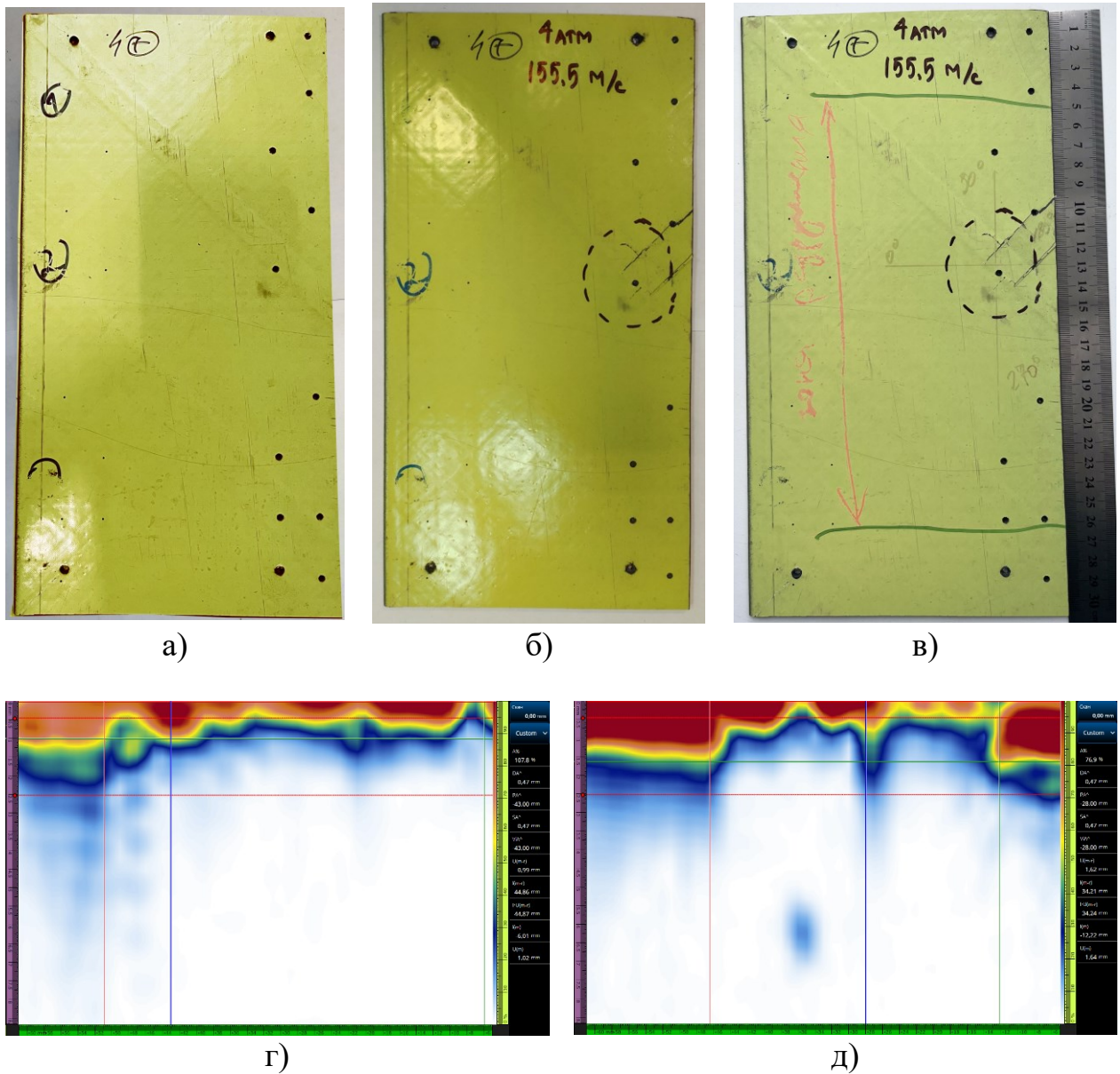
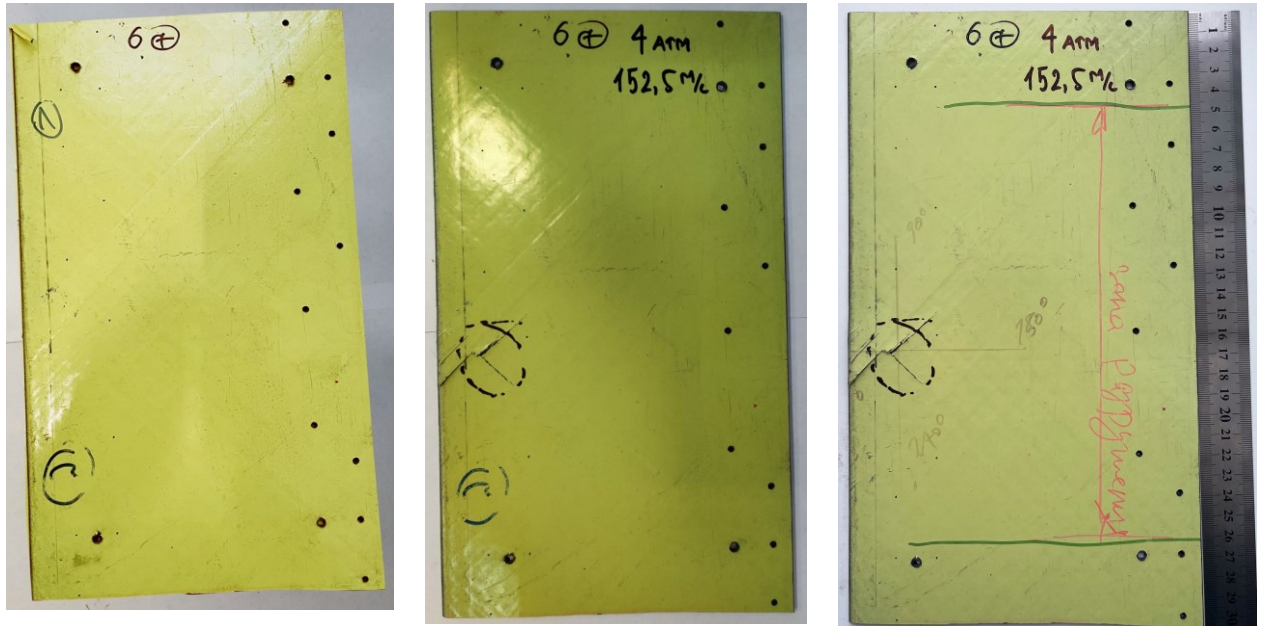


Рисунок В.4 – Образец композитной пластины № 4:

а - перед ударом; б - после удара; в – после УЗК;

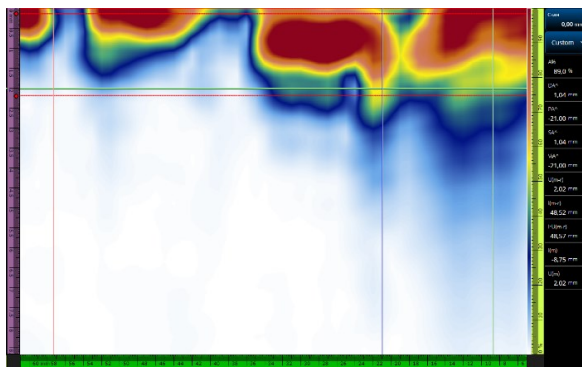
г- результаты УЗК пластины в месте удара в поперечном направлении;
 д - результаты УЗК пластины в месте удара в продольном направлении.



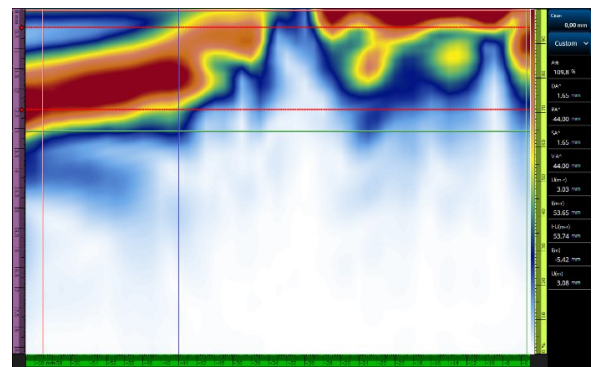
а)

б)

в)



г)



д)

Рисунок В.5 – Образец композитной пластины № 6:

а - перед ударом; б - после удара; в – после УЗК;

г- результаты УЗК пластины в месте удара в поперечном направлении;
д - результаты УЗК пластины в месте удара в продольном направлении.

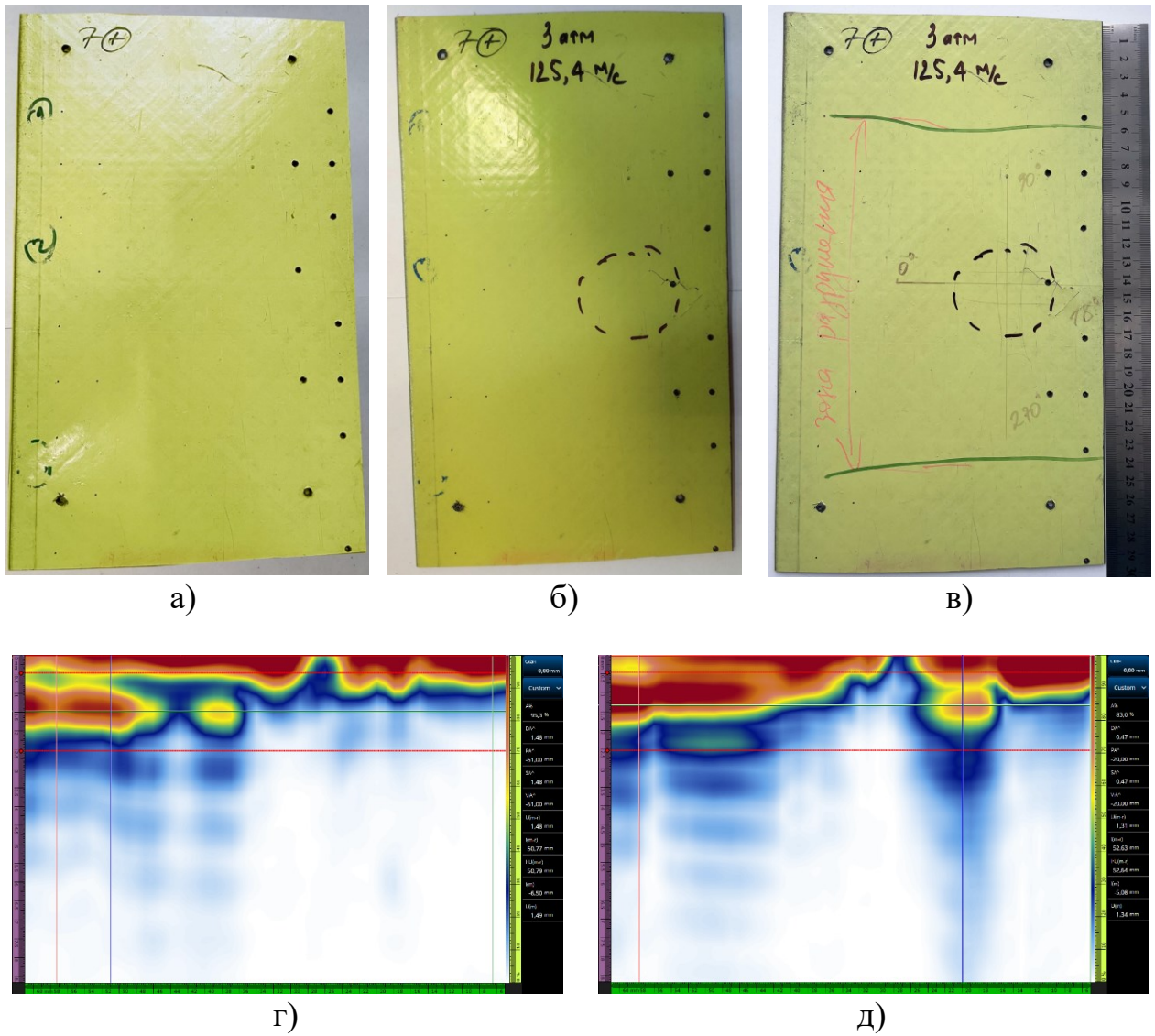
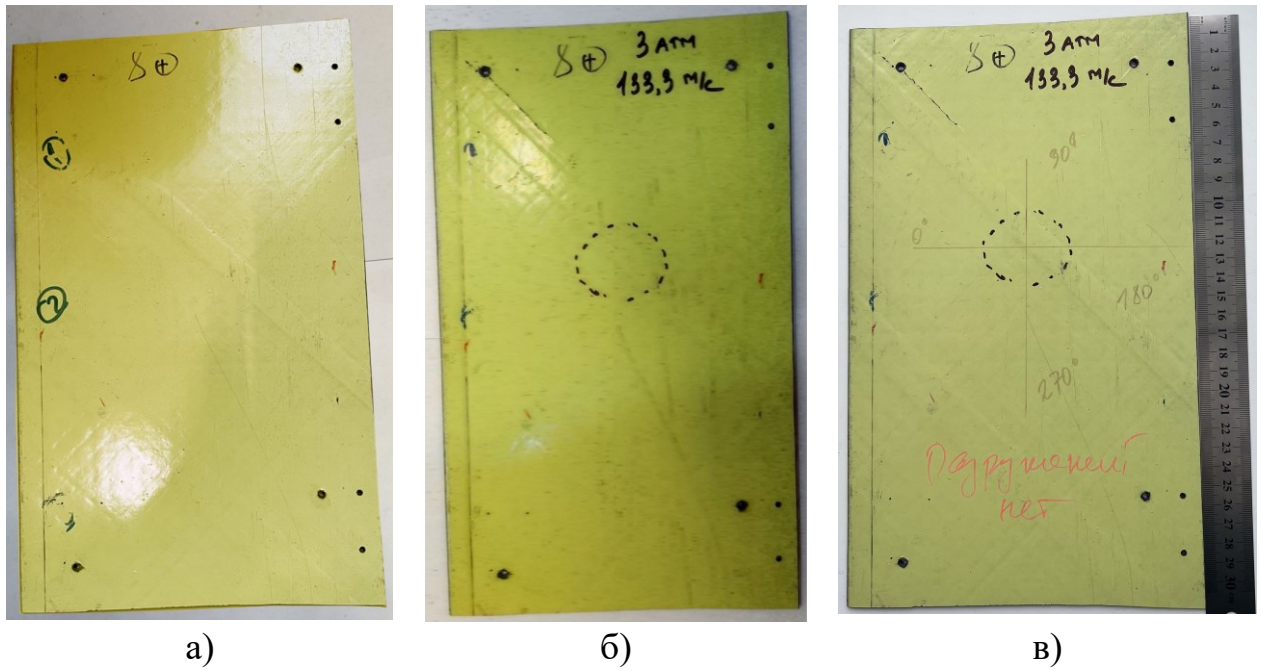


Рисунок В.6 – Образец композитной пластины № 7:

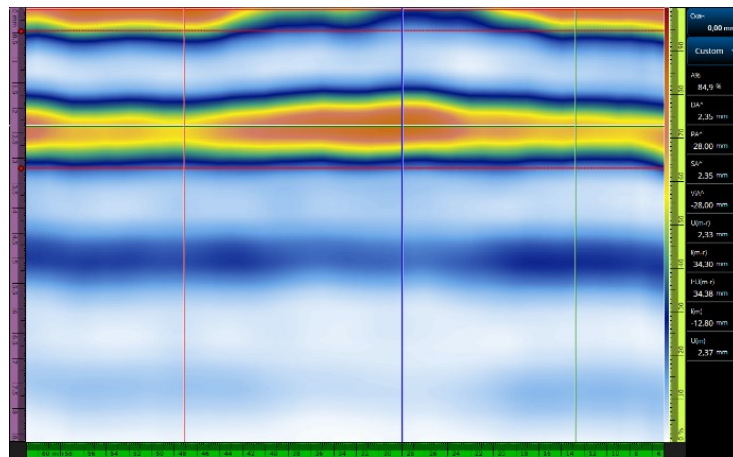
а - перед ударом; б - после удара; в – после УЗК;
 г- результаты УЗК пластины в месте удара в поперечном направлении;
 д - результаты УЗК пластины в месте удара в продольном направлении



а)

б)

в)

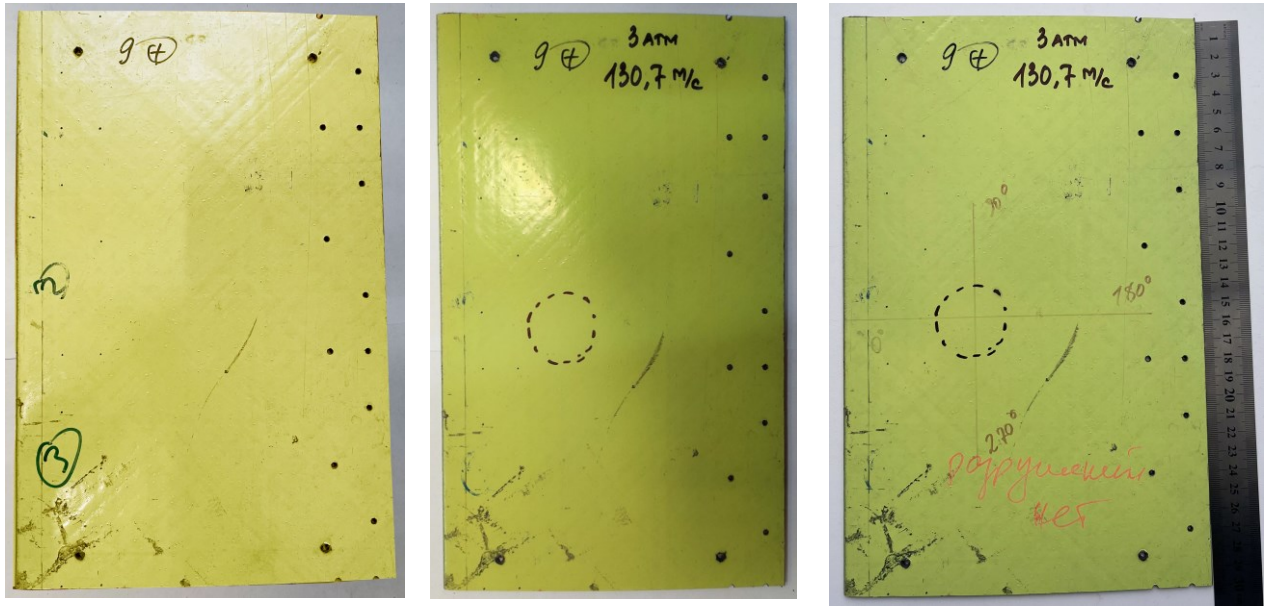


г)

Рисунок В.7 – Образец композитной пластины № 8:

а - перед ударом; б - после удара; в – после УЗК;

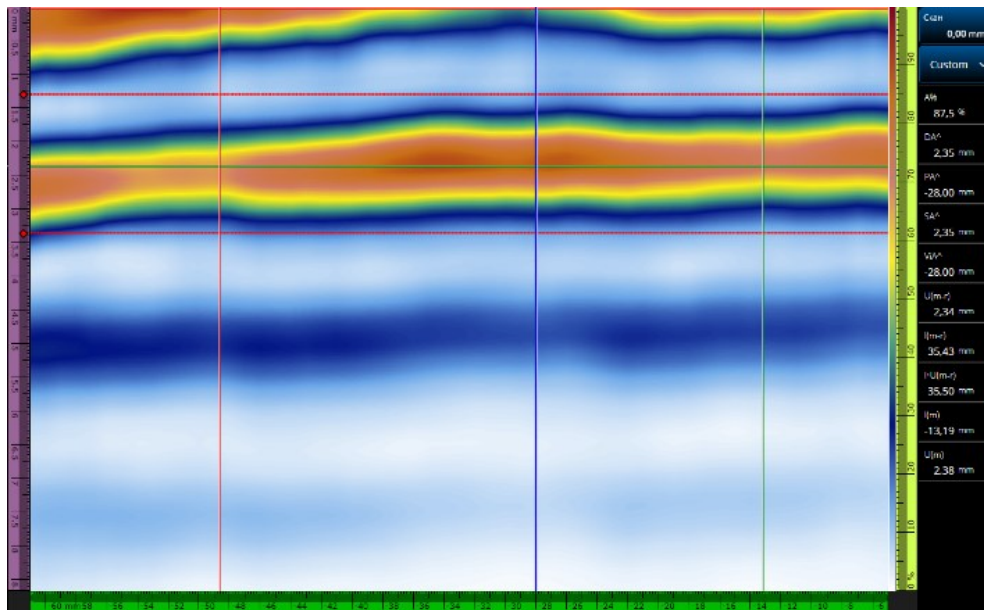
г- результаты УЗК пластины в месте удара в поперечном направлении.



а)

б)

в)



г)

Рисунок В.8 – Образец композитной пластины № 9:

а - перед ударом; б - после удара; в – после УЗК;

г- результаты УЗК пластины в месте удара в поперечном направлении.

Образец композитной пластины № 10

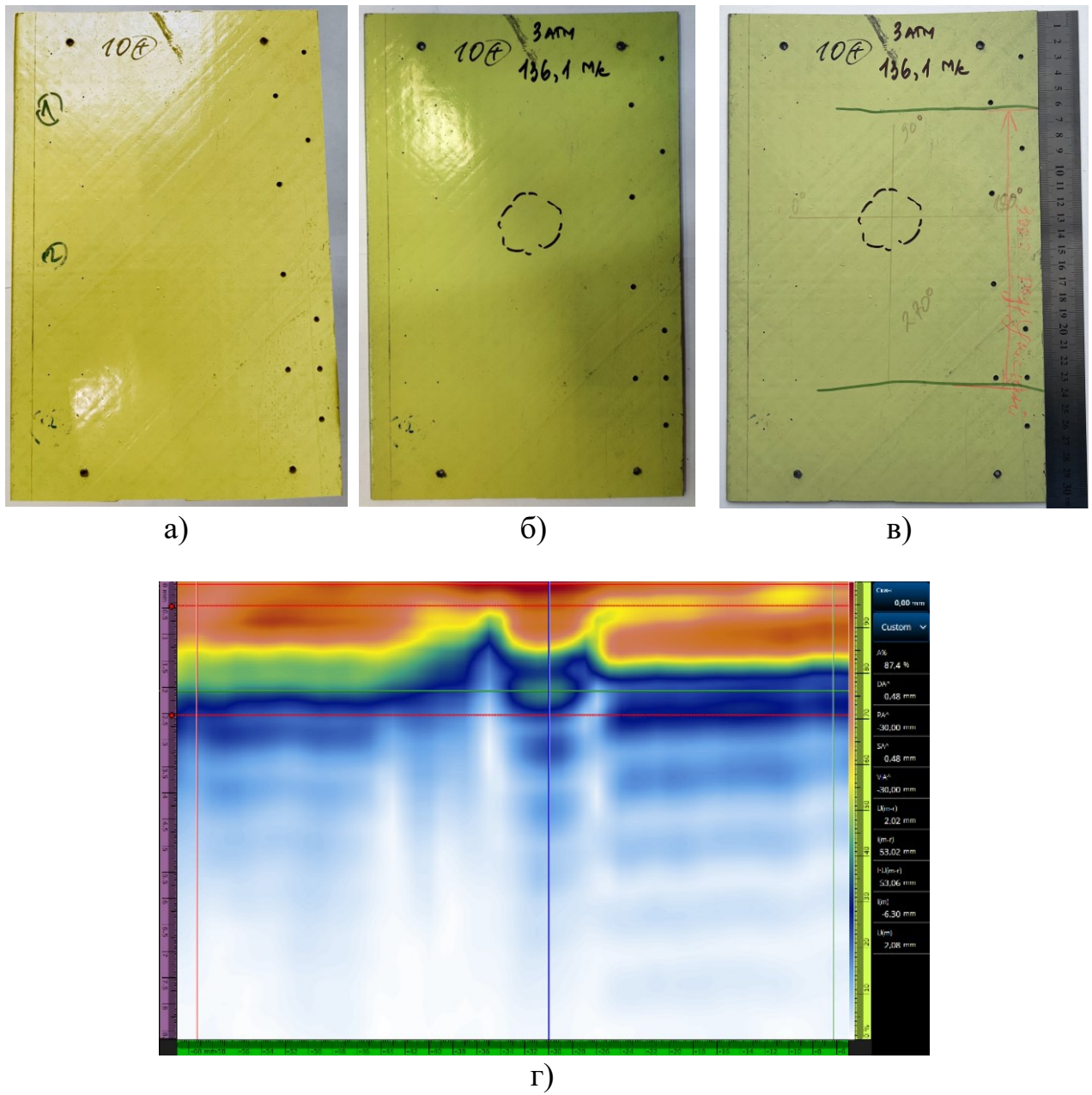
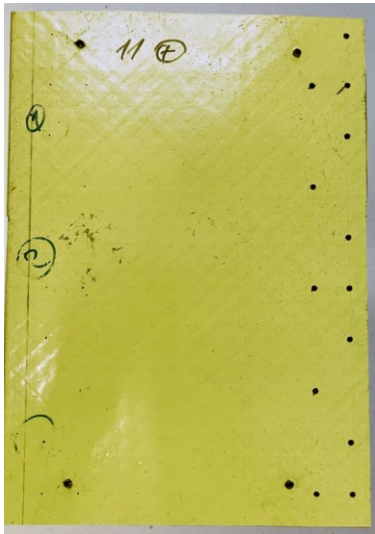


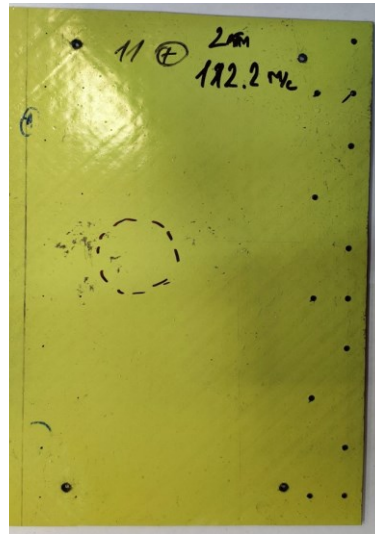
Рисунок В.9 – Образец композитной пластины № 10:

а - перед ударом; б - после удара; в – после УЗК;

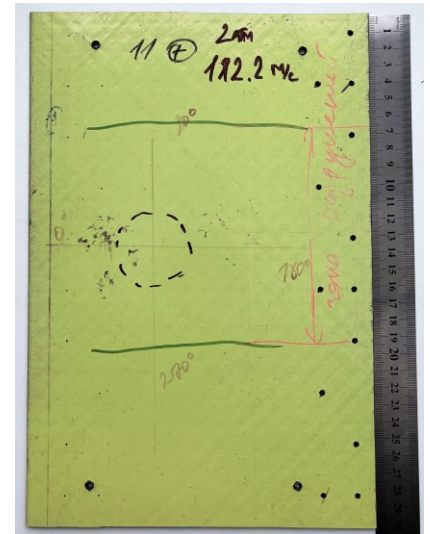
г- результаты УЗК пластины в месте удара в поперечном направлении.



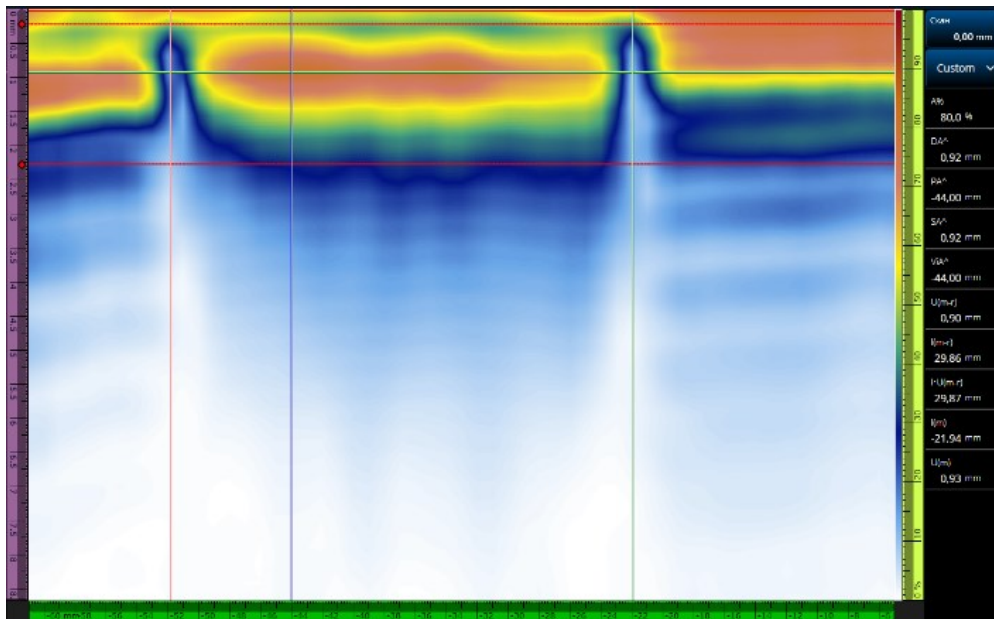
а)



б)



в)



г)

Рисунок В.10 – Образец композитной пластины № 11:
 а - перед ударом; б - после удара; в – после УЗК;
 г- результаты УЗК пластины в месте удара в поперечном направлении.

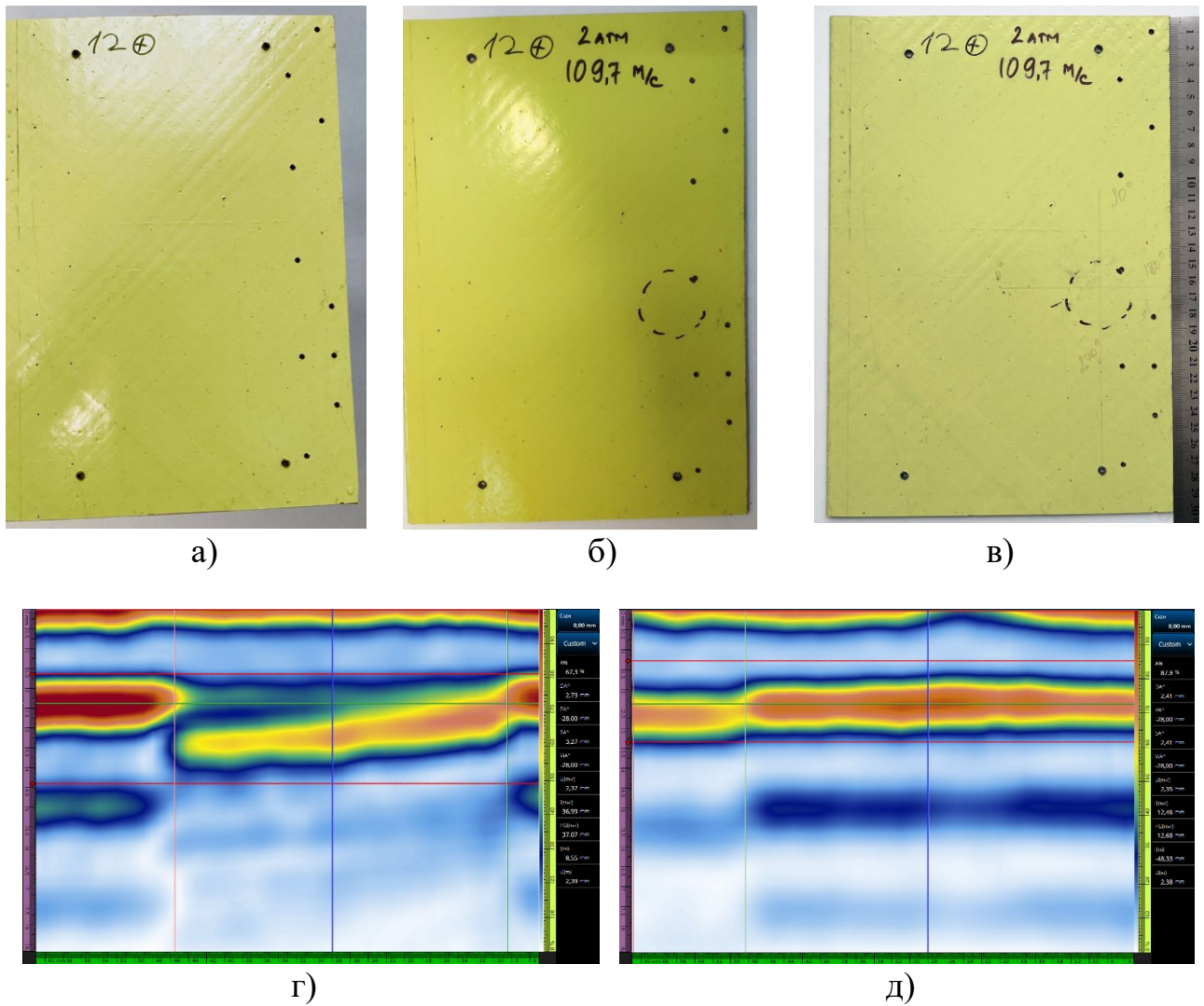


Рисунок В.11 – Образец композитной пластины № 12:

а - перед ударом; б - после удара; в – после УЗК;
 г- результаты УЗК пластины в месте удара в поперечном направлении;
 д - результаты УЗК пластины в месте удара в продольном направлении.

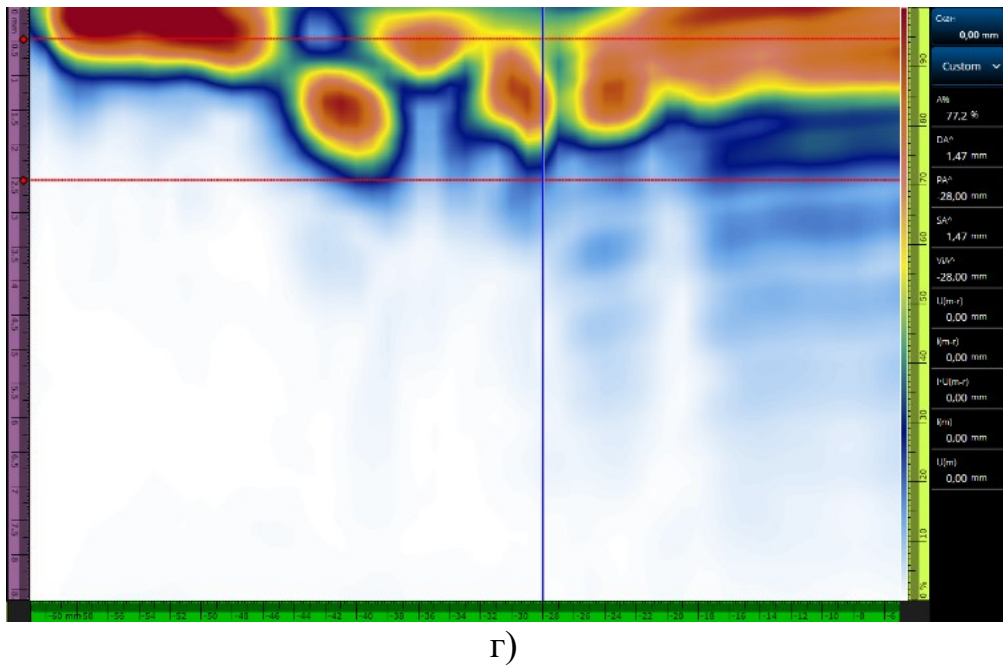
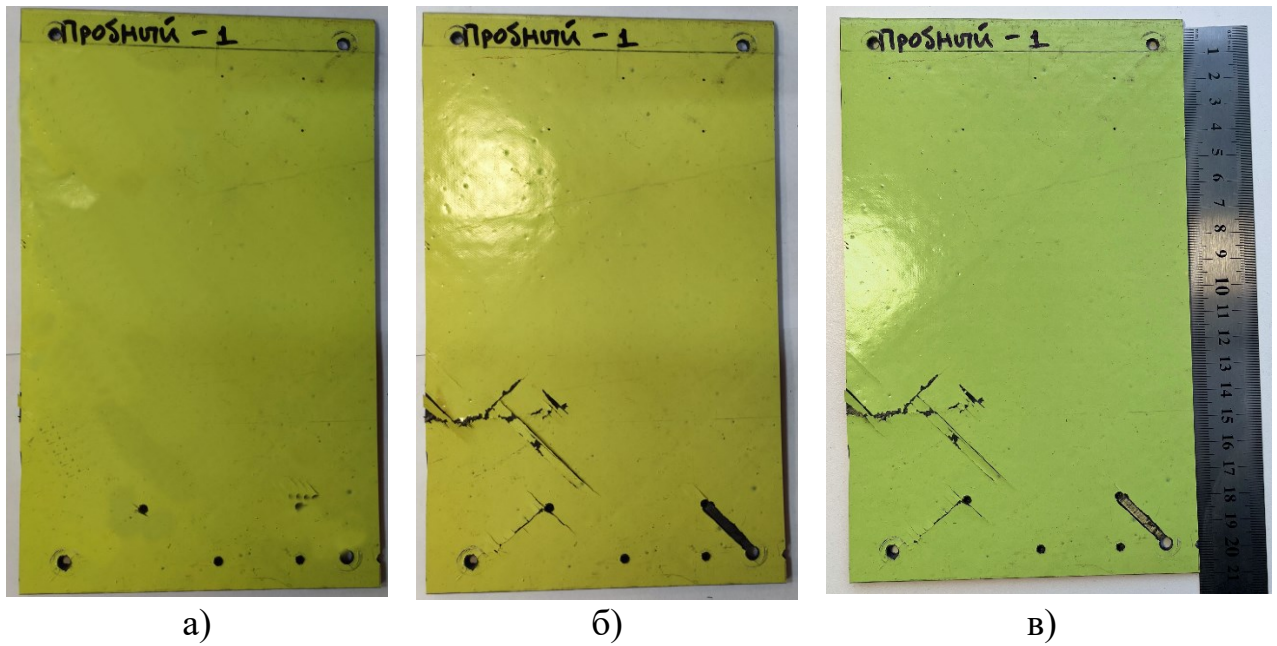


Рисунок В.12 – Пробный образец композитной пластины №1 :
 а - перед ударом; б - после удара; в – после УЗК;
 г- результаты УЗК пластины в месте удара в поперечном направлении.

Приложение Г
РАСЧЕТ АППРОКСИМИРУЮЩИХ ФУНКЦИЙ

Г.1 Определение линейной аппроксимирующей функции \tilde{Z}

Таблица Г.1 – Значения факторов, отклика и линейной аппроксимации

№ эксп.	X1	X2	Z	X1 ²	X2 ²	X1·X2	X1·Z	X2·Z	\tilde{Z}	Погрешность
1	150	90	0	22500	8100	13500	0	0	-2,01	0,31
2	150	130	2	22500	16900	19500	300	260	4,92	0,65
3	150	170	14	22500	28900	25500	2100	2380	11,85	0,36
4	425	110	1	180625	12100	46750	425	110	2,42	0,15
5	425	150	8	180625	22500	63750	3400	1200	9,35	0,14
6	700	90	2	490000	8100	63000	1400	180	-0,08	0,33
7	700	130	6	490000	16900	91000	4200	780	6,85	0,06
8	700	170	15	490000	28900	119000	10500	2550	13,77	0,12
9	975	110	3	950625	12100	107250	2925	330	4,35	0,14
10	975	150	11	950625	22500	146250	10725	1650	11,27	0,01
11	1250	90	2	1562500	8100	112500	2500	180	1,85	0,00
12	1250	130	9	1562500	16900	162500	11250	1170	8,77	0,00
13	1250	170	16	1562500	28900	212500	20000	2720	15,70	0,01
Сумма	9100	1690	89	8487500	230900	1183000	69725	13510	-	2,28

$$\begin{pmatrix} 8,297 \cdot 10^6 & 1,183 \cdot 10^6 & 9,1 \cdot 10^3 \\ 1,183 \cdot 10^6 & 2,309 \cdot 10^5 & 1,69 \cdot 10^3 \\ 9,1 \cdot 10^3 & 1,69 \cdot 10^3 & 13 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6,902 \cdot 10^4 \\ 1,351 \cdot 10^4 \\ 89 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3,506 \cdot 10^{-3} \\ 0,173 \\ -18,126 \end{pmatrix}$$

Г.2 Определение квадратичной аппроксимирующей функции \tilde{Z}

Таблица Г.2 – Значения факторов, отклика и квадратичной аппроксимации

№ эксп.	X1	X2	Z	X1^4	X2^4	X1^2×X2^2	X1^3×X2	X1·X2^3	X1^3	X2^3	X1^2·X2	X1·X2^2
1	150	90	0	506250000	65610000	182250000	303750000	109350000	3375000	729000	2025000	1215000.00
2	150	130	2	506250000	285610000	380250000	438750000	329550000	3375000	2197000	2925000	2535000.00
3	150	170	14	506250000	835210000	650250000	573750000	736950000	3375000	4913000	3825000	4335000.00
4	425	110	1	3,263E+10	146410000	2185562500	8444218750	565675000	76765625	1331000	19868750	5142500.00
5	425	150	8	3,263E+10	506250000	4064062500	11514843750	1434375000	76765625	3375000	27093750	9562500.00
6	700	90	2	2,401E+11	65610000	3969000000	30870000000	510300000	343000000	729000	44100000	5670000.00
7	700	130	6	2,401E+11	285610000	8281000000	44590000000	1537900000	343000000	2197000	63700000	11830000.00
8	700	170	15	2,401E+11	835210000	14161000000	58310000000	3439100000	343000000	4913000	83300000	20230000.00
9	975	110	3	9,037E+11	146410000	11502562500	1,01955E+11	1297725000	926859375	1331000	104568750	11797500.00
10	975	150	11	9,037E+11	506250000	21389062500	1,39029E+11	3290625000	926859375	3375000	142593750	21937500.00
11	1250	90	2	2,441E+12	65610000	12656250000	1,75781E+11	911250000	1,953E+09	729000	140625000	10125000.00
12	1250	130	9	2,441E+12	285610000	26406250000	2,53906E+11	2746250000	1,953E+09	2197000	203125000	21125000.00
13	1250	170	16	2,441E+12	835210000	45156250000	3,32031E+11	6141250000	1,953E+09	4913000	265625000	36125000.00
Сумма	9100	1690	89	9,919E+12	4864610000	1,50984E+11	1,15775E+12	2,305E+10	8,906E+09	3,3E+07	1103375000	161630000

№ эксп.	X1	X2	Z	X1^2	X2^2	X1·X2	Z·X1^2	Z·X2^2	Z·X1·X2	Z·X1	Z·X2	\tilde{Z}	Погрешность
1	150	90	0	2.3E+04	8.1E+03	1.4E+04	0	0	0	0	0	-0.7247	0.040
2	150	130	2	2.3E+04	1.7E+04	2.0E+04	45000	33800	39000	300	260	3.3673	0.144
3	150	170	14	2.3E+04	2.9E+04	2.6E+04	315000	404600	357000	2100	2380	13.0434	0.070
4	425	110	1	1.8E+05	1.2E+04	4.7E+04	180625	12100	46750	425	110	1.7289	0.041
5	425	150	8	1.8E+05	2.3E+04	6.4E+04	1445000	180000	510000	3400	1200	8.6423	0.032
6	700	90	2	4.9E+05	8.1E+03	6.3E+04	980000	16200	126000	1400	180	1.3531	0.032
7	700	130	6	4.9E+05	1.7E+04	9.1E+04	2940000	101400	546000	4200	780	5.5040	0.019
8	700	170	15	4.9E+05	2.9E+04	1.2E+05	7350000	433500	1785000	10500	2550	15.2388	0.004
9	975	110	3	9.5E+05	1.2E+04	1.1E+05	2851875	36300	321750	2925	330	3.6283	0.030
10	975	150	11	9.5E+05	2.3E+04	1.5E+05	1E+07	247500	1608750	10725	1650	10.6006	0.012
11	1250	90	2	1.6E+06	8.1E+03	1.1E+05	3125000	16200	225000	2500	180	3.0153	0.079
12	1250	130	9	1.6E+06	1.7E+04	1.6E+05	1.4E+07	152100	1462500	11250	1170	7.2250	0.242
13	1250	170	16	1.6E+06	2.9E+04	2.1E+05	2.5E+07	462400	3400000	20000	2720	17.0187	0.080
Сумма	9100	1690	89	8487500	230900	1183000	6.9E+07	2E+06	1E+07	69725	13510	-	0.827

$$\begin{pmatrix} 9,919 \cdot 10^{12} & 1,51 \cdot 10^{11} & 1,158 \cdot 10^{12} & 8,906 \cdot 10^9 & 1,103 \cdot 10^9 & 8,488 \cdot 10^6 \\ & 4,865 \cdot 10^9 & 2,305 \cdot 10^{10} & 1,616 \cdot 10^8 & 3,293 \cdot 10^7 & 2,309 \cdot 10^5 \\ & & 1,51 \cdot 10^{11} & 1,103 \cdot 10^9 & 1,616 \cdot 10^8 & 1,183 \cdot 10^6 \\ & & & 8,297 \cdot 10^6 & 1,183 \cdot 10^6 & 9,1 \cdot 10^3 \\ & & & & 2,309 \cdot 10^5 & 1,69 \cdot 10^3 \\ & & & & & 13 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} b_{11} \\ b_{22} \\ b_{12} \\ b_1 \\ b_2 \\ b_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6,875 \cdot 10^7 \\ 2,096 \cdot 10^6 \\ 1,043 \cdot 10^7 \\ 6,973 \cdot 10^4 \\ 1,351 \cdot 10^4 \\ 89 \end{pmatrix}$$

Симметрии

$$\begin{pmatrix} b_{11} \\ b_{22} \\ b_{12} \\ b_1 \\ b_2 \\ b_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -6,869 \cdot 10^{-7} \\ 1,745 \cdot 10^{-3} \\ 2,674 \cdot 10^{-6} \\ 4,121 \cdot 10^{-3} \\ -0,282 \\ 9,882 \end{pmatrix}$$

Г.3 Определение кубической аппроксимирующей функции \tilde{Z}

Таблица Г.2 – Значения факторов, отклика и кубической аппроксимации

№ эксп.	X1	X2	Z	X1 ⁶	X2 ⁶	X1 ⁵	X2 ⁵	X1 ⁵ ·X2	X2 ⁵ ·X1	X1 ³ ·X2 ³
1	150	90	0	1,139E+13	5,31441E+11	75937500000	5904900000	6,83438E+12	8,857E+11	2,46038E+12
2	150	130	2	1,139E+13	4,82681E+12	75937500000	37129300000	9,87188E+12	5,569E+12	7,41488E+12
3	150	170	14	1,139E+13	2,41376E+13	75937500000	1,41986E+11	1,29094E+13	2,13E+13	1,65814E+13
4	425	110	1	5,893E+15	1,77156E+12	1,38658E+13	16105100000	1,52524E+15	6,845E+12	1,02175E+14
5	425	150	8	5,893E+15	1,13906E+13	1,38658E+13	75937500000	2,07987E+15	3,227E+13	2,59084E+14
6	700	90	2	1,176E+17	5,31441E+11	1,6807E+14	5904900000	1,51263E+16	4,133E+12	2,50047E+14
7	700	130	6	1,176E+17	4,82681E+12	1,6807E+14	37129300000	2,18491E+16	2,599E+13	7,53571E+14
8	700	170	15	1,176E+17	2,41376E+13	1,6807E+14	1,41986E+11	2,85719E+16	9,939E+13	1,68516E+15
9	975	110	3	8,591E+17	1,77156E+12	8,81096E+14	16105100000	9,69205E+16	1,57E+13	1,23365E+15
10	975	150	11	8,591E+17	1,13906E+13	8,81096E+14	75937500000	1,32164E+17	7,404E+13	3,12815E+15
11	1250	90	2	3,815E+18	5,31441E+11	3,05176E+15	5904900000	2,74658E+17	7,381E+12	1,42383E+15
12	1250	130	9	3,815E+18	4,82681E+12	3,05176E+15	37129300000	3,96729E+17	4,641E+13	4,29102E+15
13	1250	170	16	3,815E+18	2,41376E+13	3,05176E+15	1,41986E+11	5,18799E+17	1,775E+14	9,5957E+15
Сумма	9100	1690	89	1,353E+19	1,14812E+14	1,14496E+16	7,39145E+11	1,48845E+18	5,174E+14	2,27488E+16

№ эксп.	X1	X2	Z	X1 ⁴ ·X2 ²	X1 ² ·X2 ⁴	X1 ³ ·X2 ²	X1 ² ·X2 ³	X1 ⁴ ·X2	X1·X2 ⁴
1	150	90	0	4,1006E+12	1,47623E+12	27337500000	1,6403E+10	0	9841500000
2	150	130	2	8,5556E+12	6,42623E+12	57037500000	4,9433E+10	1,8225E+14	42841500000
3	150	170	14	1,4631E+13	1,87922E+13	97537500000	1,1054E+11	4,3758E+17	1,25282E+11
4	425	110	1	3,9477E+14	2,64453E+13	9,28864E+11	2,4041E+11	5,893E+15	62224250000
5	425	150	8	7,3407E+14	9,14414E+13	1,72723E+12	6,0961E+11	2,4138E+19	2,15156E+11
6	700	90	2	1,9448E+15	3,21489E+13	2,7783E+12	3,5721E+11	1,8824E+18	45927000000
7	700	130	6	4,0577E+15	1,39949E+14	5,7967E+12	1,0765E+12	1,5247E+20	1,99927E+11
8	700	170	15	6,9389E+15	4,09253E+14	9,9127E+12	2,4074E+12	5,956E+21	5,84647E+11
9	975	110	3	1,0935E+16	1,39181E+14	1,1215E+13	1,2653E+12	6,9585E+19	1,4275E+11
10	975	150	11	2,0333E+16	4,81254E+14	2,08543E+13	3,2084E+12	1,2578E+22	4,93594E+11
11	1250	90	2	1,9775E+16	1,02516E+14	1,58203E+13	1,1391E+12	6,1035E+19	82012500000
12	1250	130	9	4,126E+16	4,46266E+14	3,30078E+13	3,4328E+12	2,5028E+22	3,57013E+11
13	1250	170	16	7,0557E+16	1,30502E+15	5,64453E+13	7,6766E+12	2,5E+23	1,04401E+12
Сумма	9100	1690	89	1,7696E+17	3,20016E+15	1,58668E+14	2,159E+13	2,9387E+23	3,40523E+12

№ эксп.	X1	X2	Z	X1 ⁴	X2 ⁴	X1 ² ·X2 ²	X1 ³ ·X2	X1·X2 ³	X1 ³	X2 ³	X1 ² ·X2	X1·X2 ²
1	150	90	0	506250000	65610000	182250000	303750000	1,1E+08	3375000	729000	2025000	1215000,00
2	150	130	2	506250000	285610000	380250000	438750000	3,3E+08	3375000	2197000	2925000	2535000,00
3	150	170	14	506250000	835210000	650250000	573750000	7,4E+08	3375000	4913000	3825000	4335000,00
4	425	110	1	3,263E+10	146410000	2185562500	8,444E+09	5,7E+08	76765625	1331000	19868750	5142500,00
5	425	150	8	3,263E+10	506250000	4064062500	1,151E+10	1,4E+09	76765625	3375000	27093750	9562500,00
6	700	90	2	2,401E+11	65610000	3969000000	3,087E+10	5,1E+08	343000000	729000	44100000	5670000,00
7	700	130	6	2,401E+11	285610000	8281000000	4,459E+10	1,5E+09	343000000	2197000	63700000	11830000,00
8	700	170	15	2,401E+11	835210000	1,4161E+10	5,831E+10	3,4E+09	343000000	4913000	83300000	20230000,00
9	975	110	3	9,037E+11	146410000	1,1503E+10	1,02E+11	1,3E+09	926859375	1331000	104568750	11797500,00
10	975	150	11	9,037E+11	506250000	2,1389E+10	1,39E+11	3,3E+09	926859375	3375000	142593750	21937500,00
11	1250	90	2	2,441E+12	65610000	1,2656E+10	1,758E+11	9,1E+08	1,953E+09	729000	140625000	10125000,00
12	1250	130	9	2,441E+12	285610000	2,6406E+10	2,539E+11	2,7E+09	1,953E+09	2197000	203125000	21125000,00
13	1250	170	16	2,441E+12	835210000	4,5156E+10	3,32E+11	6,1E+09	1,953E+09	4913000	265625000	36125000,00
Сумма	9100	1690	89	9,919E+12	4,865E+09	1,5098E+11	1,158E+12	2,3E+10	8,906E+09	3,3E+07	1,103E+09	161630000

№ эксп.	X1	X2	Z	X1^2	X2^2	X1·X2	Z·X1^3	Z·X2^3	Z·X1^2·X2	Z·X1·X2^2
1	150	90	0	2.3E+04	8.1E+03	1.4E+04	0.0E+00	0	0	0
2	150	130	2	2.3E+04	1.7E+04	2.0E+04	6.8E+06	4.4E+06	5.9E+06	5070000
3	150	170	14	2.3E+04	2.9E+04	2.6E+04	4.7E+07	6.9E+07	5.4E+07	60690000
4	425	110	1	1.8E+05	1.2E+04	4.7E+04	7.7E+07	1.3E+06	2.0E+07	5142500
5	425	150	8	1.8E+05	2.3E+04	6.4E+04	6.1E+08	2.7E+07	2.2E+08	76500000
6	700	90	2	4.9E+05	8.1E+03	6.3E+04	6.9E+08	1.5E+06	8.8E+07	11340000
7	700	130	6	4.9E+05	1.7E+04	9.1E+04	2.1E+09	1.3E+07	3.8E+08	70980000
8	700	170	15	4.9E+05	2.9E+04	1.2E+05	5.1E+09	7.4E+07	1.2E+09	303450000
9	975	110	3	9.5E+05	1.2E+04	1.1E+05	2.8E+09	4.0E+06	3.1E+08	35392500
10	975	150	11	9.5E+05	2.3E+04	1.5E+05	1.0E+10	3.7E+07	1.6E+09	241312500
11	1250	90	2	1.6E+06	8.1E+03	1.1E+05	3.9E+09	1.5E+06	2.8E+08	20250000
12	1250	130	9	1.6E+06	1.7E+04	1.6E+05	1.8E+10	2.0E+07	1.8E+09	190125000
13	1250	170	16	1.6E+06	2.9E+04	2.1E+05	3.1E+10	7.9E+07	4.3E+09	578000000
Сумма	9100	1690	89	8.5E+06	2.3E+05	1.2E+06	7.4E+10	3.3E+08	1.0E+10	1598252500

№ эксп.	X1	X2	Z	Z·X1^2	Z·X2^2	Z·X1·X2	Z·X1	Z·X2	Z̄	Погрешность
1	150	90	0	0	0	0	0	0	-0.7258	0.041
2	150	130	2	45000	33800	39000	300	260	1.1649	0.002
3	150	170	14	315000	404600	357000	2100	2380	13.8186	0.003
4	425	110	1	180625	12100	46750	425	110	2.4354	0.015
5	425	150	8	1445000	180000	510000	3400	1200	8.6256	0.030
6	700	90	2	980000	16200	126000	1400	180	2.0687	0.000
7	700	130	6	2940000	101400	546000	4200	780	5.7329	0.005
8	700	170	15	7350000	433500	1785000	10500	2550	14.7262	0.006
9	975	110	3	2851875	36300	321750	2925	330	3.9360	0.067
10	975	150	11	10456875	247500	1608750	10725	1650	10.1318	0.058
11	1250	90	2	3125000	16200	225000	2500	180	2.0305	0.000
12	1250	130	9	14062500	152100	1462500	11250	1170	8.3662	0.031
13	1250	170	16	25000000	462400	3400000	20000	2720	16.5975	0.027
Сумма	9100	1690	89	68751875	2096100	10427750	69725	13510	-	0.285

$$\begin{pmatrix} 1,353 \cdot 10^{19} & 2,275 \cdot 10^{16} & 1,488 \cdot 10^{18} & 1,77 \cdot 10^{17} & 1,145 \cdot 10^{16} & 1,587 \cdot 10^{14} & 1,289 \cdot 10^{15} & 9,919 \cdot 10^{12} & 1,158 \cdot 10^{12} & 8,906 \cdot 10^9 \\ & 1,148 \cdot 10^{14} & 3,2 \cdot 10^{15} & 5,174 \cdot 10^{14} & 2,159 \cdot 10^{13} & 7,391 \cdot 10^{11} & 3,405 \cdot 10^{12} & 2,305 \cdot 10^{10} & 4,865 \cdot 10^9 & 3,293 \cdot 10^7 \\ & & 1,77 \cdot 10^{17} & 2,275 \cdot 10^{16} & 1,289 \cdot 10^{15} & 2,159 \cdot 10^{13} & 1,587 \cdot 10^{14} & 1,158 \cdot 10^{12} & 1,51 \cdot 10^{11} & 1,103 \cdot 10^9 \\ & & & 3,2 \cdot 10^{15} & 1,587 \cdot 10^{14} & 3,405 \cdot 10^{12} & 2,159 \cdot 10^{13} & 1,51 \cdot 10^{11} & 2,305 \cdot 10^{10} & 1,616 \cdot 10^8 \\ & & & & 9,919 \cdot 10^{12} & 1,51 \cdot 10^{11} & 1,158 \cdot 10^{12} & 8,906 \cdot 10^9 & 1,103 \cdot 10^9 & 8,484 \cdot 10^6 \\ & & & & & 4,865 \cdot 10^9 & 2,305 \cdot 10^{10} & 2,305 \cdot 10^{10} & 3,293 \cdot 10^7 & 2,309 \cdot 10^5 \\ & & & & & & 1,51 \cdot 10^{11} & 1,103 \cdot 10^9 & 1,616 \cdot 10^8 & 1,183 \cdot 10^6 \\ & & & & & & & 8,484 \cdot 10^6 & 1,183 \cdot 10^6 & 9,1 \cdot 10^3 \\ & & & & & & & & 2,309 \cdot 10^5 & 1,69 \cdot 10^3 \\ & & & & & & & & & 13 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} b_{111} \\ b_{222} \\ b_{112} \\ b_{221} \\ b_{11} \\ b_{22} \\ b_{12} \\ b_1 \\ b_2 \\ b_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7,434 \cdot 10^{10} \\ 3,308 \cdot 10^8 \\ 1,026 \cdot 10^{10} \\ 1,589 \cdot 10^9 \\ 6,875 \cdot 10^7 \\ 2,096 \cdot 10^6 \\ 1,043 \cdot 10^7 \\ 6,973 \cdot 10^4 \\ 1,351 \cdot 10^4 \\ 89 \end{pmatrix}$$

Симметрии

$$\begin{pmatrix} b_{111} \\ b_{222} \\ b_{112} \\ b_{221} \\ b_{11} \\ b_{22} \\ b_{12} \\ b_1 \\ b_2 \\ b_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9,361 \cdot 10^{-9} \\ 7,772 \cdot 10^{-6} \\ 7,844 \cdot 10^{-8} \\ -1,951 \cdot 10^{-6} \\ -3,14 \cdot 10^{-5} \\ -3,006 \cdot 10^{-9} \\ 3,977 \cdot 10^{-4} \\ 4,539 \cdot 10^{-9} \\ -0,21 \\ 10,026 \end{pmatrix}$$

Приложение Д
ПРОГРАММА ГЕНЕРАЦИИ ДИАМЕТРА ЧАСТИЦ И КООРДИНАТ МЕСТ
УДАРА

```

import random
import math
import DataCenter as dc
import LsPrePost as lspp

# * Number of spheres
total_particles = 20 # * количество града
# * Fill percentage
fillLevel = 100
radius_min = 0.005
radius_max = 0.035 # * радиус града
# * Maximum number of iterations to locate the requested number of spheres
kMaxTries = 10000
cloud_radius = 0.35
cloud_height = 0.1

# Properties of an SPH object
class Sphere:
    def __init__(self, x, y, z, r, nd):
        self.x = x
        self.y = y
        self.z = z
        self.r = r
        self.nd = nd

    def isOverlap(self, another):
        distance = math.sqrt((self.x - another.x) ** 2 + (self.y - another.y) ** 2 + (self.z - another.z) ** 2)
        limit = self.r + another.r
        return distance < limit

# Repeat until the requested number of spheres is achieved
particles = []
numParticle = 0
mean_radius = (radius_min + radius_max) / 2
standard_deviation = (radius_max - radius_min) / 6
for iTry in range(kMaxTries):
    # Generate a new sphere which has random location and radius
    z = random.uniform(0.035, cloud_height)
    height_ratio = z / cloud_height
    current_radius = cloud_radius * (1 - height_ratio)
    x = random.uniform(-current_radius, current_radius)
    y = random.uniform(-current_radius, current_radius)

    distance_from_center = (x ** 2 + y ** 2) ** 0.5

```

```

if distance_from_center <= current_radius and z <= cloud_height:
    r = random.gauss(mean_radius, standard_deviation)
    if r >= radius_min and r <= radius_max:
        nd = max(10, int(r * 1000))
        tParticle = Sphere(x, y, z, r, nd)
        isValid = True
        for i in range(numParticle):
            isValid = isValid and not tParticle.isOverlap(particles[i])
            if not isValid:
                break
        # Insert the valid object
        if isValid:
            numParticle += 1
            particles.append(tParticle)
        # Check if the requested number of spheres is achieved
        if numParticle == total_particles:
            break

# Request the largest identifier of parts
lastPartID = dc.get_data('validpart_ids')[-1]

# Create all the spheres
for i in range(numParticle):
    tParticle = particles[i]
    # Generate
    cmd = 'sphgen sphere %10.7f %10.7f %10.7f %10.7f % (tParticle.x, tParticle.y, tParticle.z,
tParticle.r)
    cmd = cmd + ' {0}/{0}/{0} {1} 0 0 0'.format(tParticle.nd, fillLevel)
    lspp.execute_command(cmd)
    # Accept
    lastPartID += 1
    lastNodeID = dc.get_data('largest_node_id') + 1
    cmd = 'sphgen accept {0} {1} 1 0 0'.format(lastPartID, lastNodeID)
    lspp.execute_command(cmd)
# Print the resulting information
lspp.echo('Number of objects created: {}'.format(numParticle))

```

Приложение Е
РЕЗУЛЬТАТЫ АПРОБАЦИИ МЕТОДИКИ МОДЕЛИРОВАНИЯ
МНОЖЕСТВЕННОГО УДАРА ЧАСТИЦАМИ ГРАДА ПО
КОМПОЗИТНОЙ ПАНЕЛИ

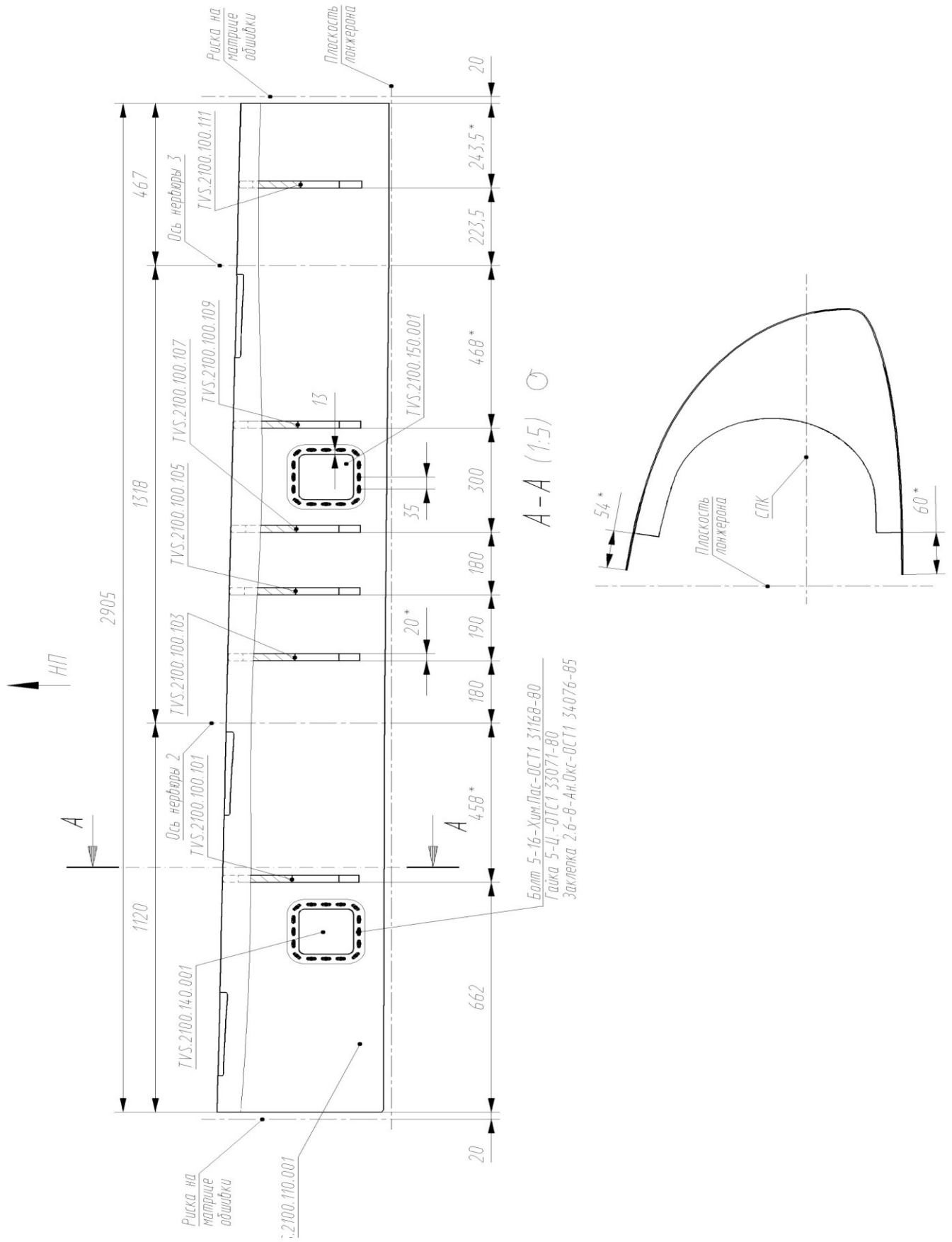


Рисунок Е.1 – Чертеж отсека крыла регионального самолета

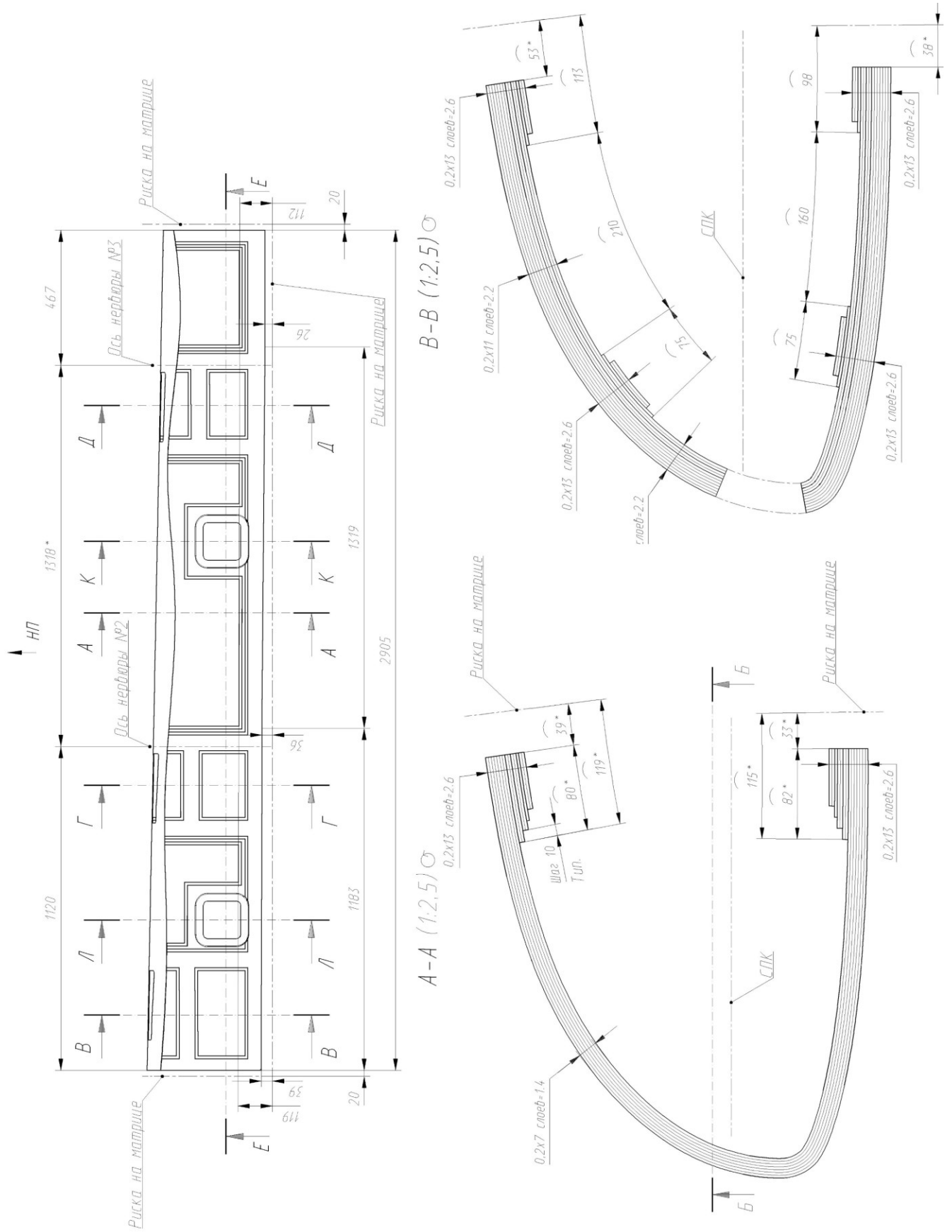


Рисунок Е.2 – Чертеж отсека крыла регионального самолета

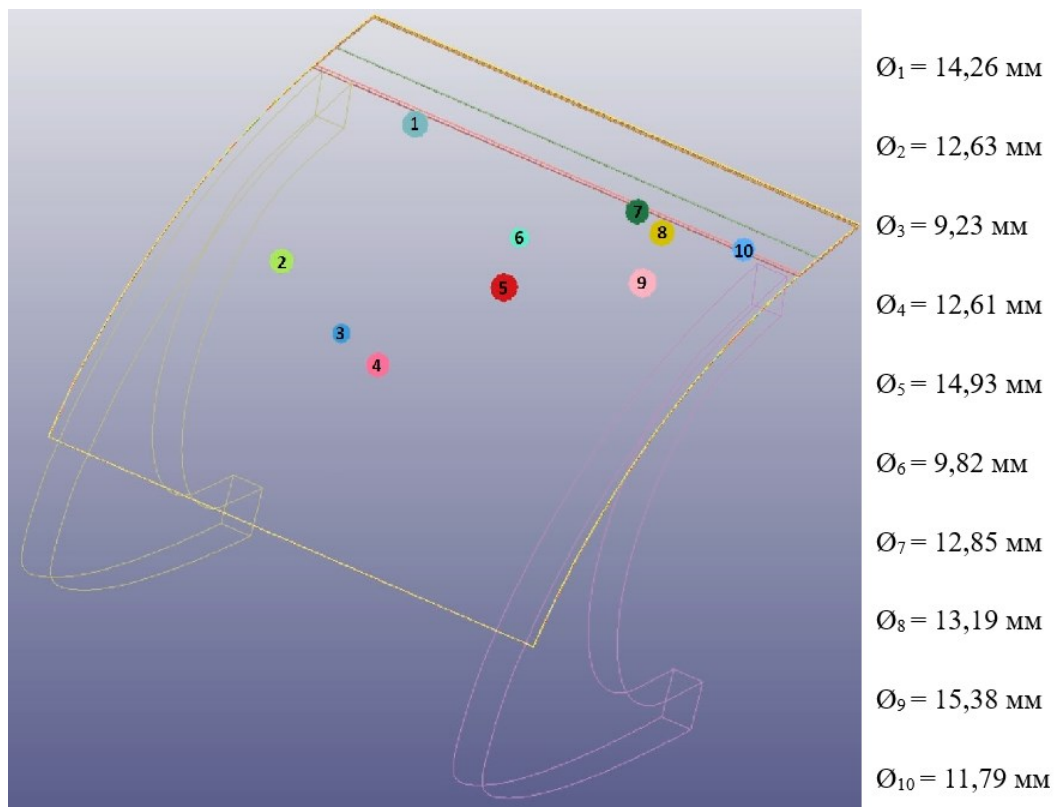


Рисунок Е.3 – Схема множественного удара града диаметром от 0,5 до 18 мм.

Таблица Е.1 – Разрушение слоев обшивки крыла в первом расчете

№ слоя	DHV № 1	DHV № 2	DHV № 4
1-13	Разрушение не обнаружено		

Таблица Е.2 – Разрушение слоев обшивки крыла в втором расчете

№ слоя	DHV № 1	DHV № 2	DHV № 4
1			
2-13	Разрушение не обнаружено		

Таблица Е.3 – Разрушение слоев обшивки крыла в третьем расчете

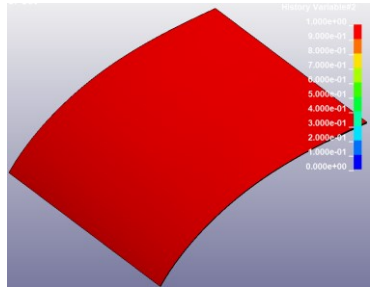
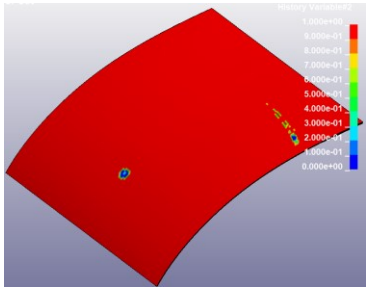
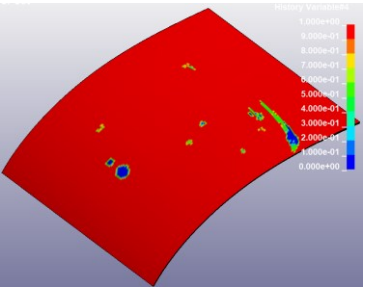
№ слоя	DHV № 1	DHV № 2	DHV № 4
1			
2-13	Разрушение не обнаружено		

Таблица Е.4 – Разрушение слоев обшивки крыла в четвёртом расчете

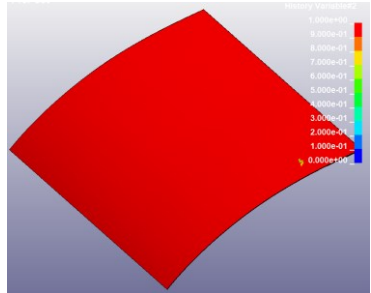
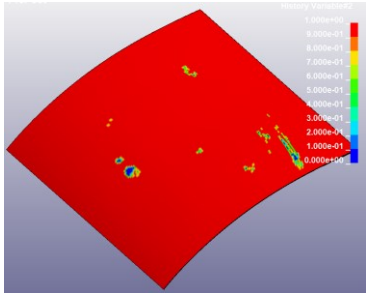
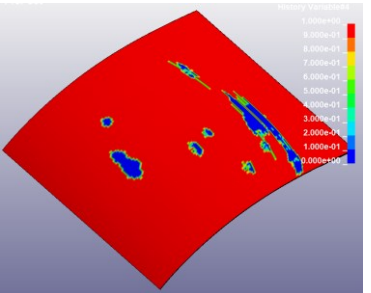
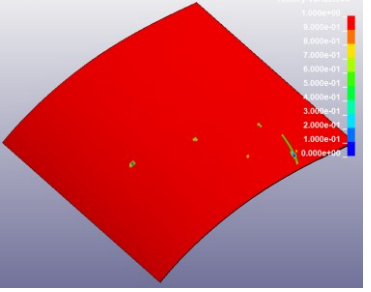
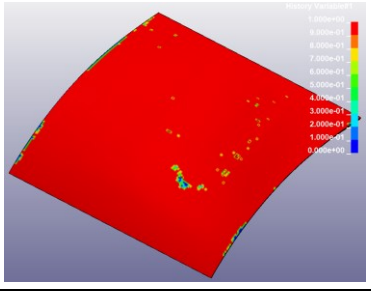
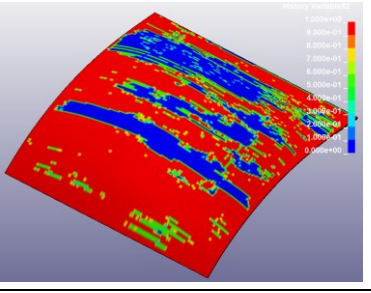
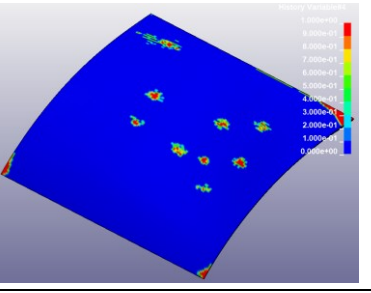
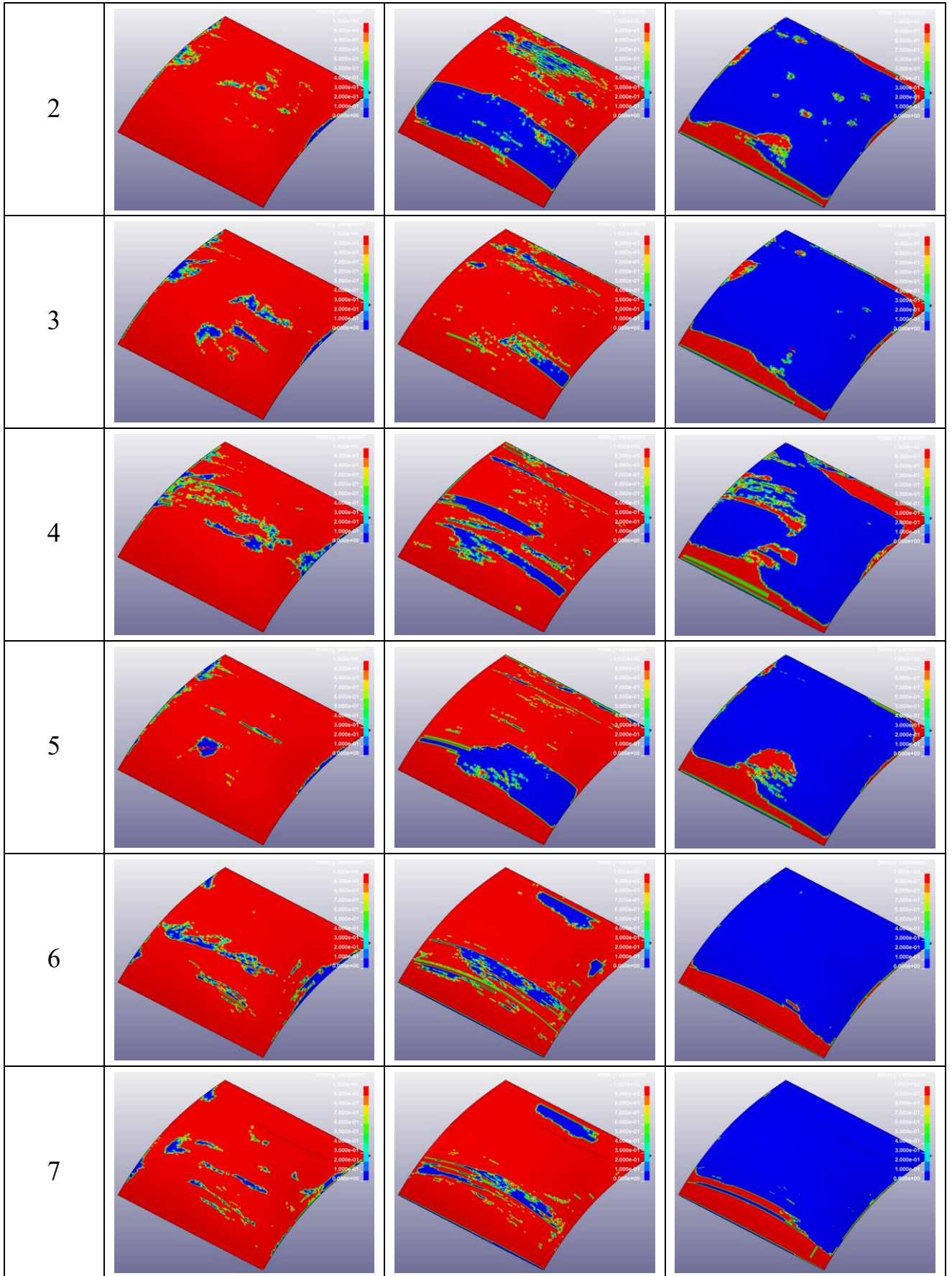
№ слоя	DHV № 1	DHV № 2	DHV № 4
1			
2	-	-	
3	Разрушение не обнаружено		

Таблица Е.5 – Разрушение слоев обшивки крыла в шестом расчете

№ слоя	DHV № 1	DHV № 2	DHV № 4
1			

Продолжение таблицы E.5



Продолжение таблицы Е.5

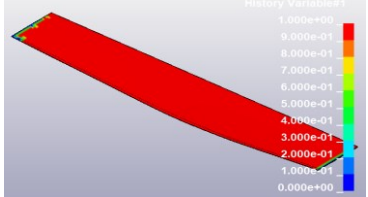
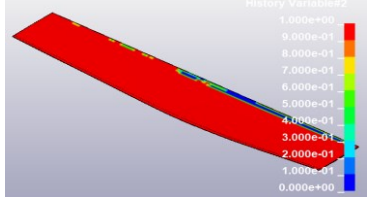
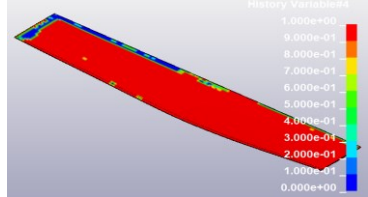
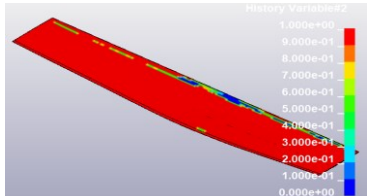
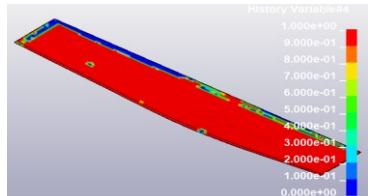
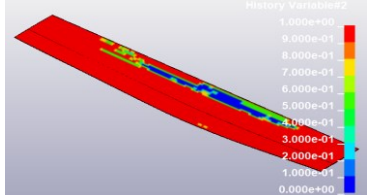
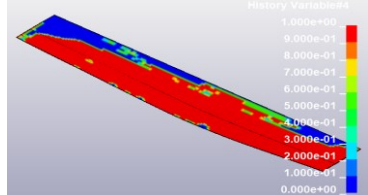
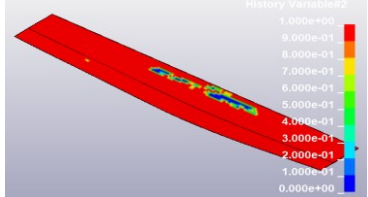
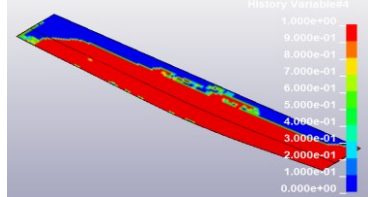
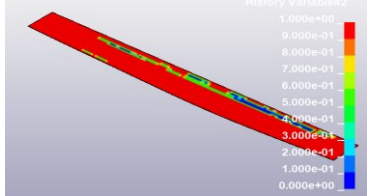
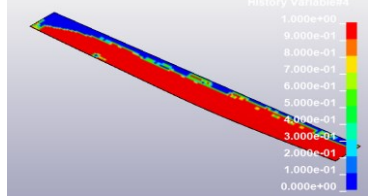
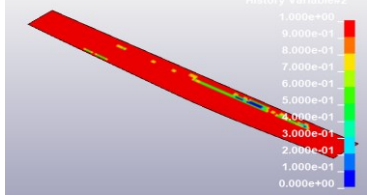
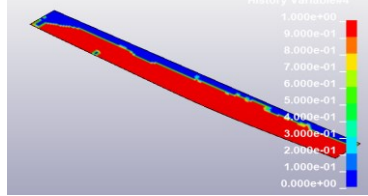
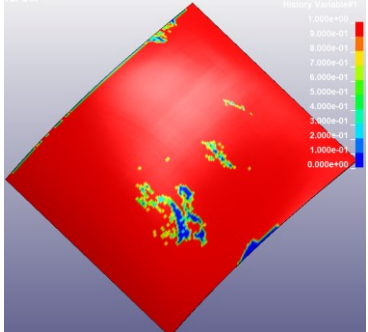
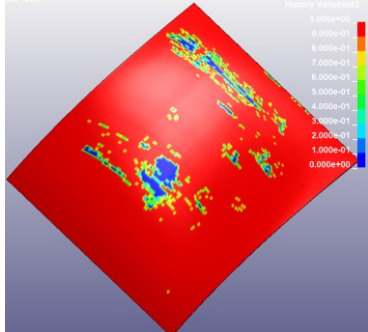
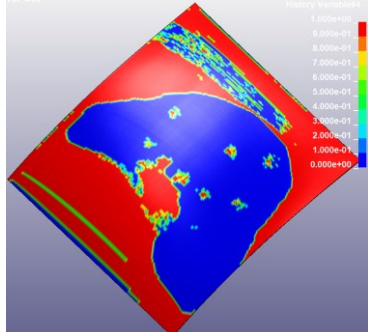
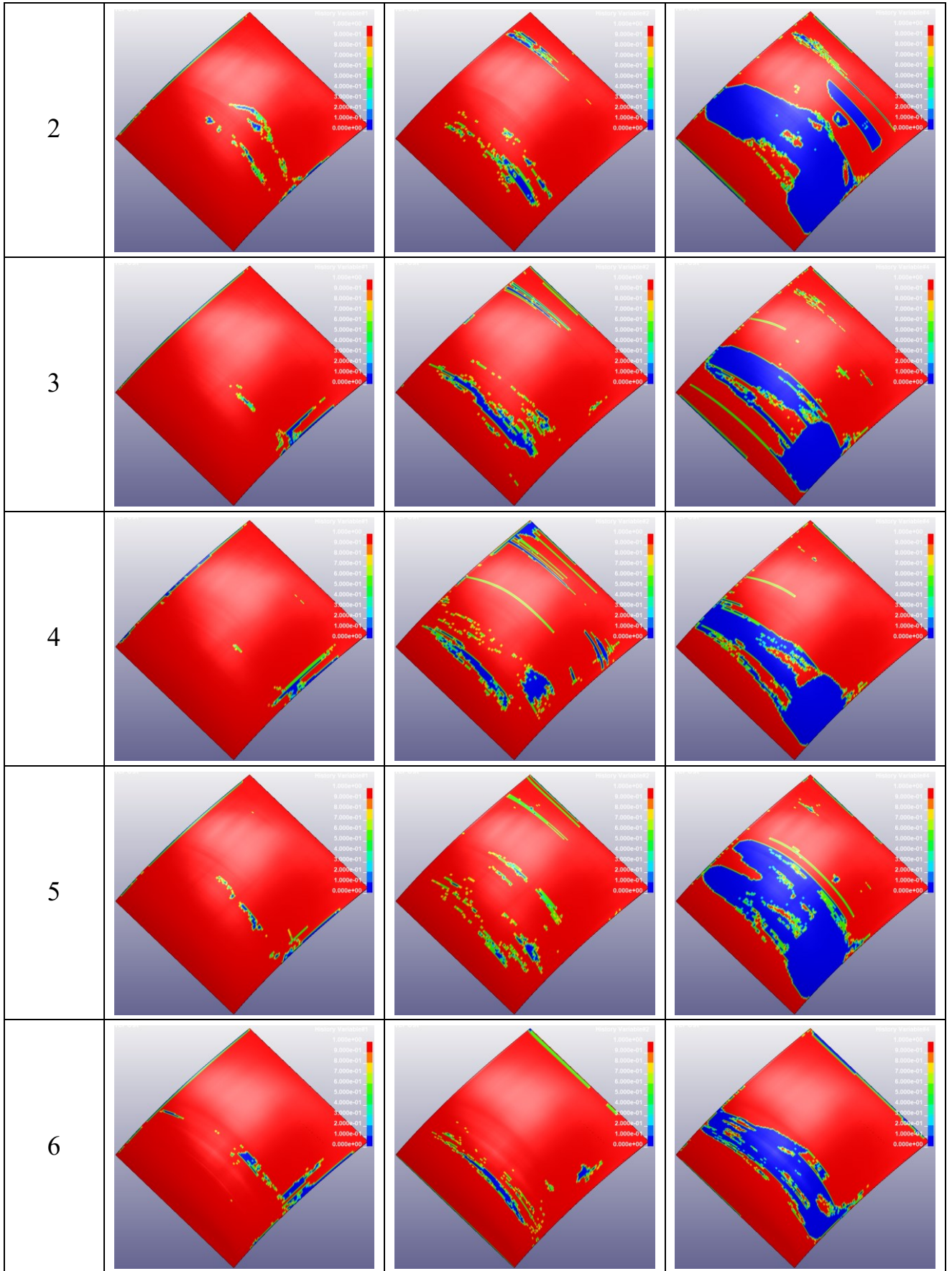
8			
9	-		
10	-		
11	-		
12	-		
13	-		

Таблица Е.6 – Разрушение слоев обшивки крыла в седьмом расчете

№ слоя	DHV № 1	DHV № 2	DHV № 4
1			

Продолжение таблицы Е.6



Продолжение таблицы Е.6

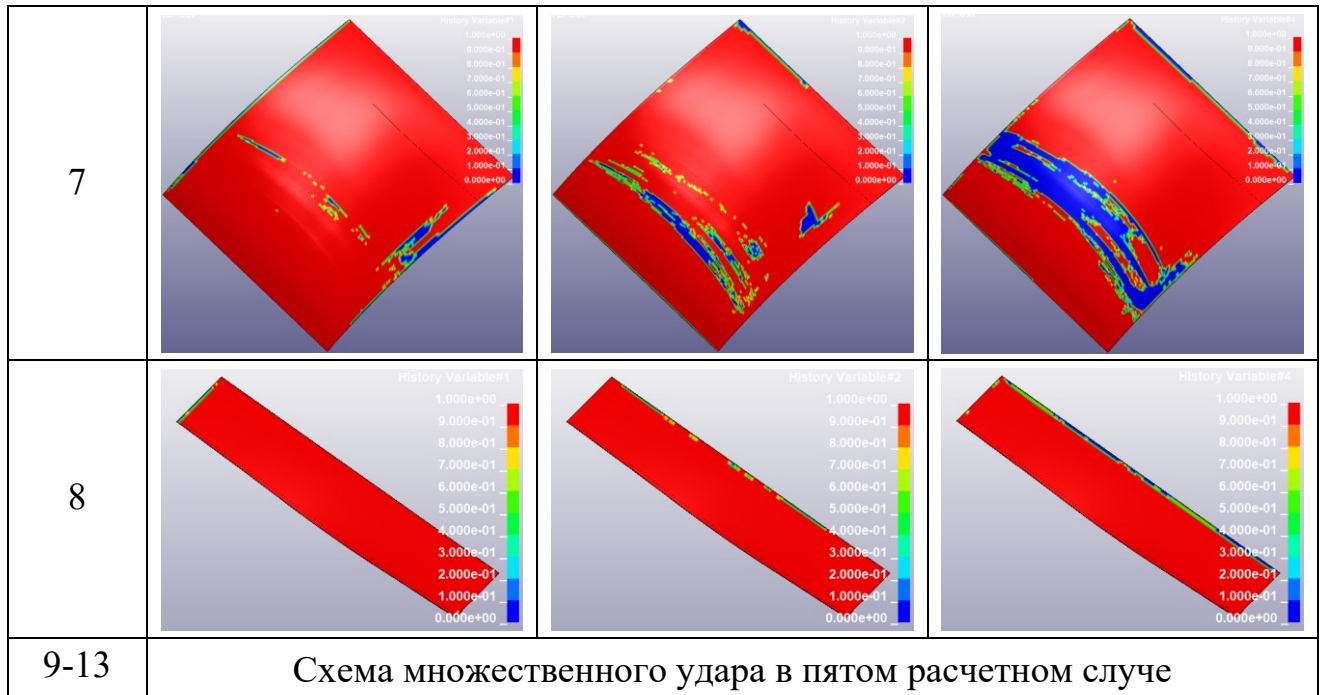
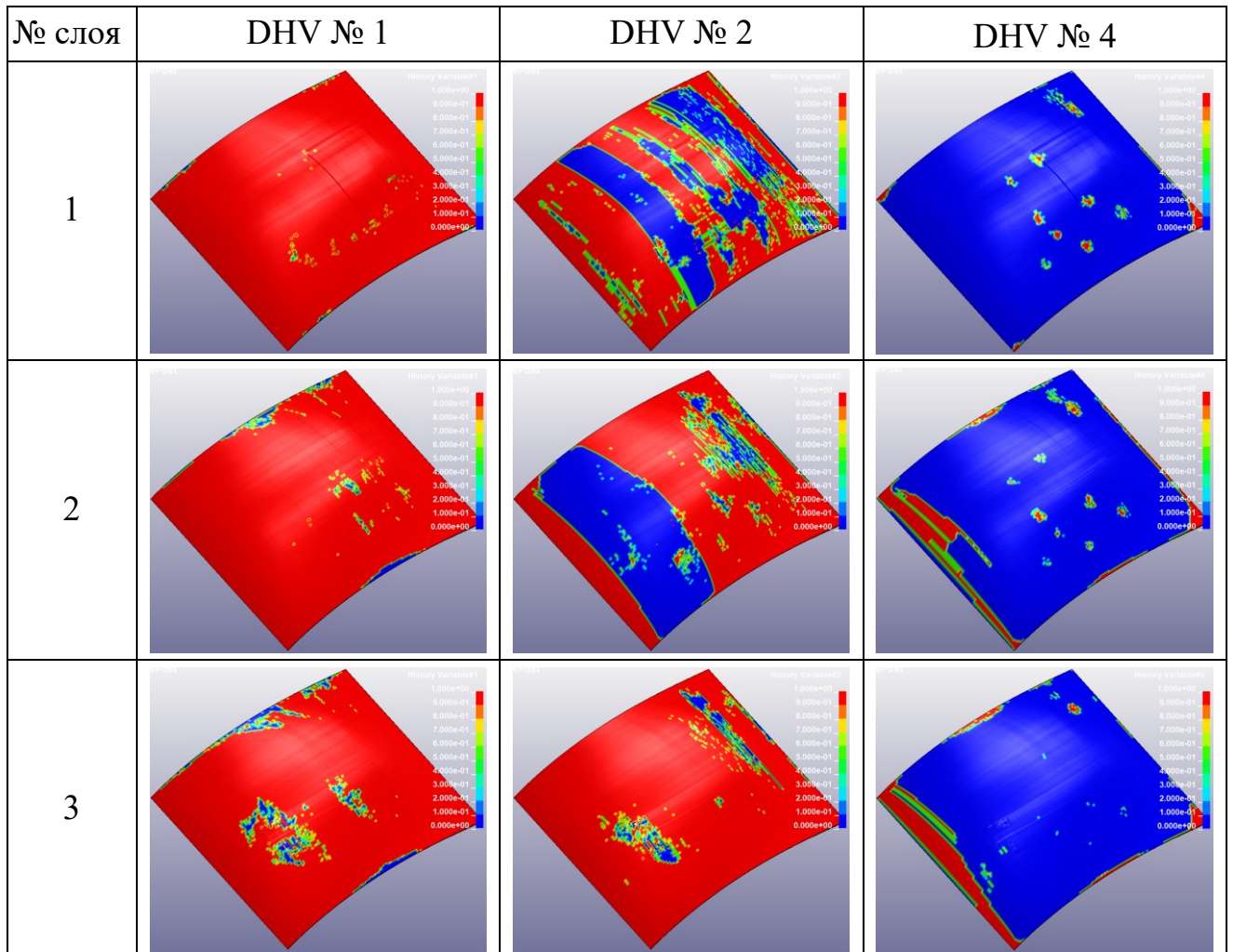
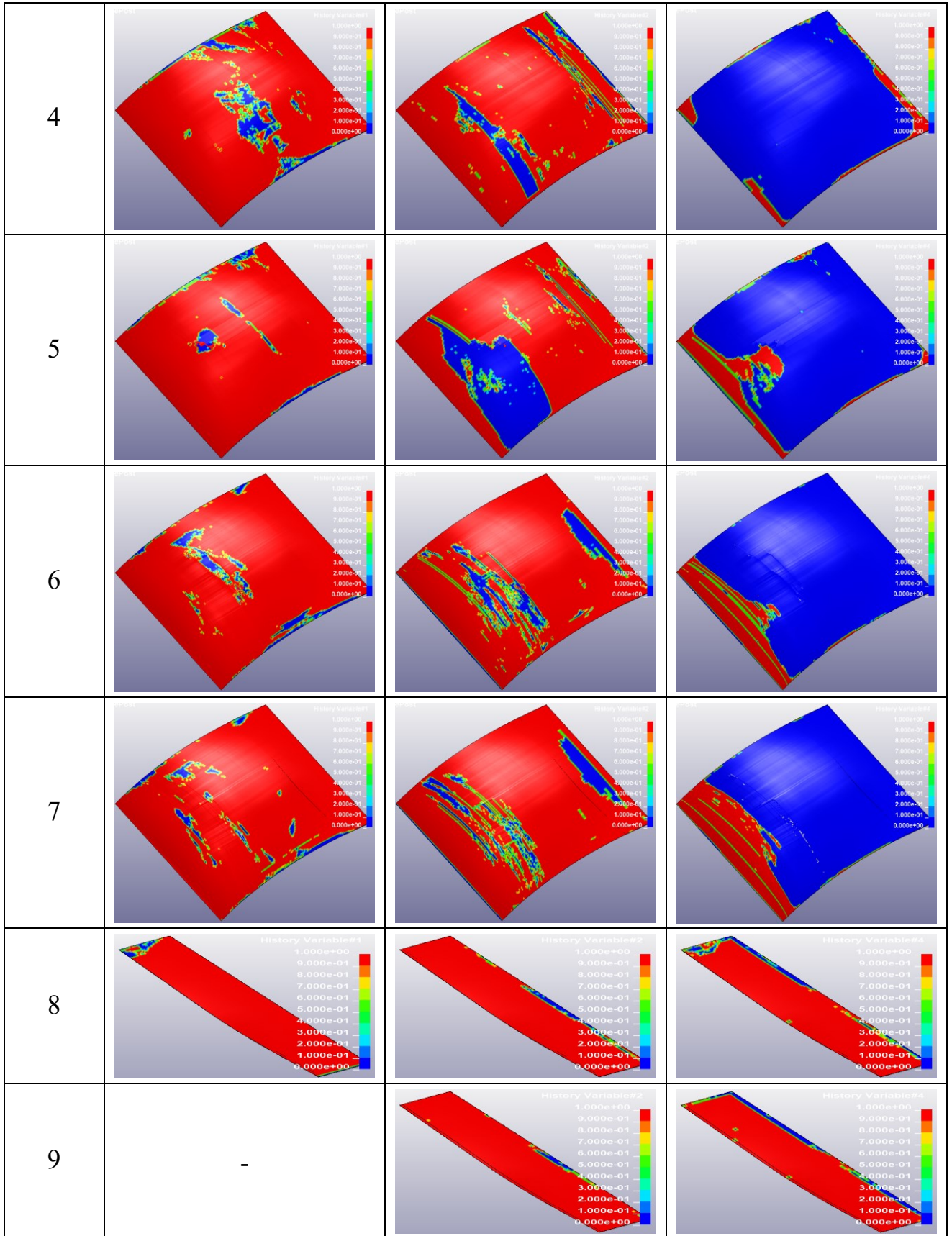


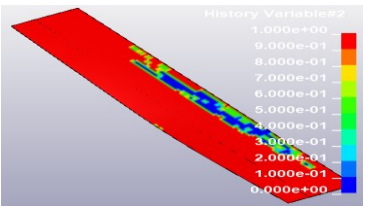
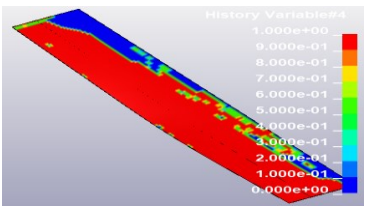
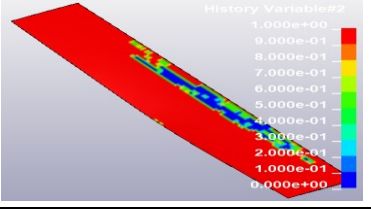
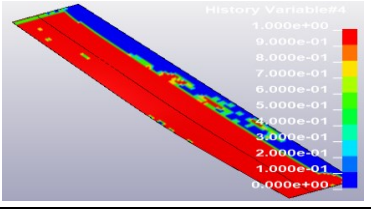
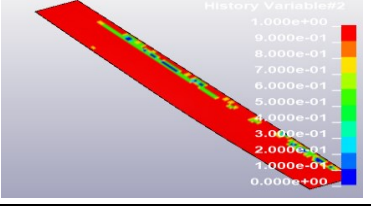
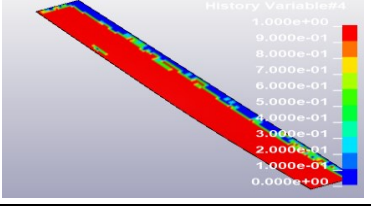
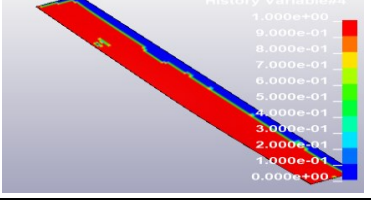
Таблица Е.7 – Разрушение слоев обшивки крыла в восьмом расчете



Продолжение таблицы Е.7



Продолжение таблицы Е.7

10	-		
11	-		
12	-		
13	-	-	

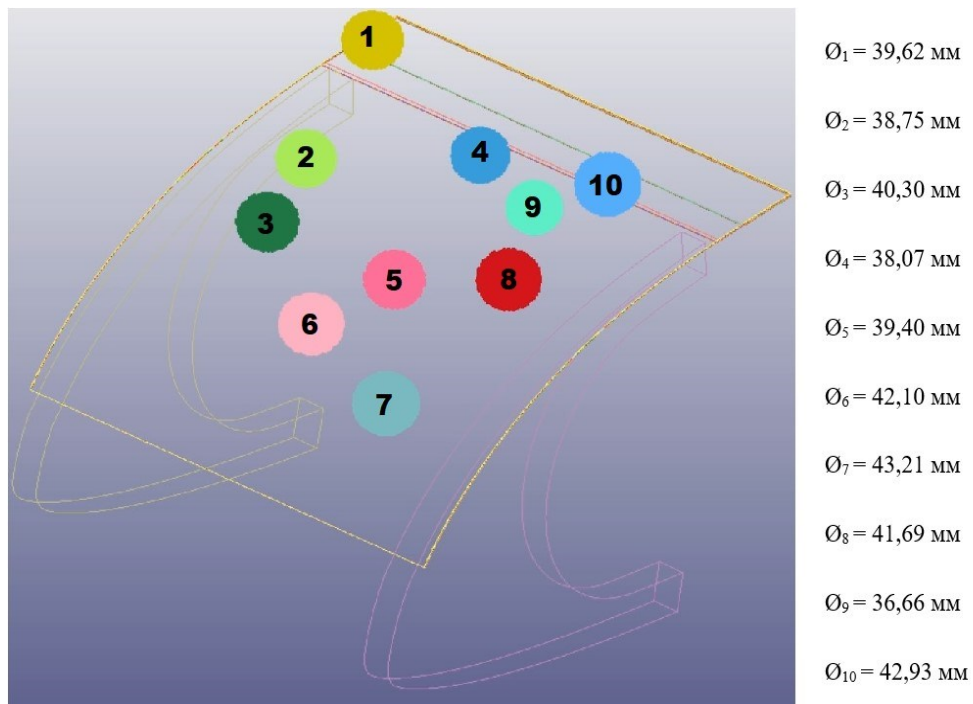
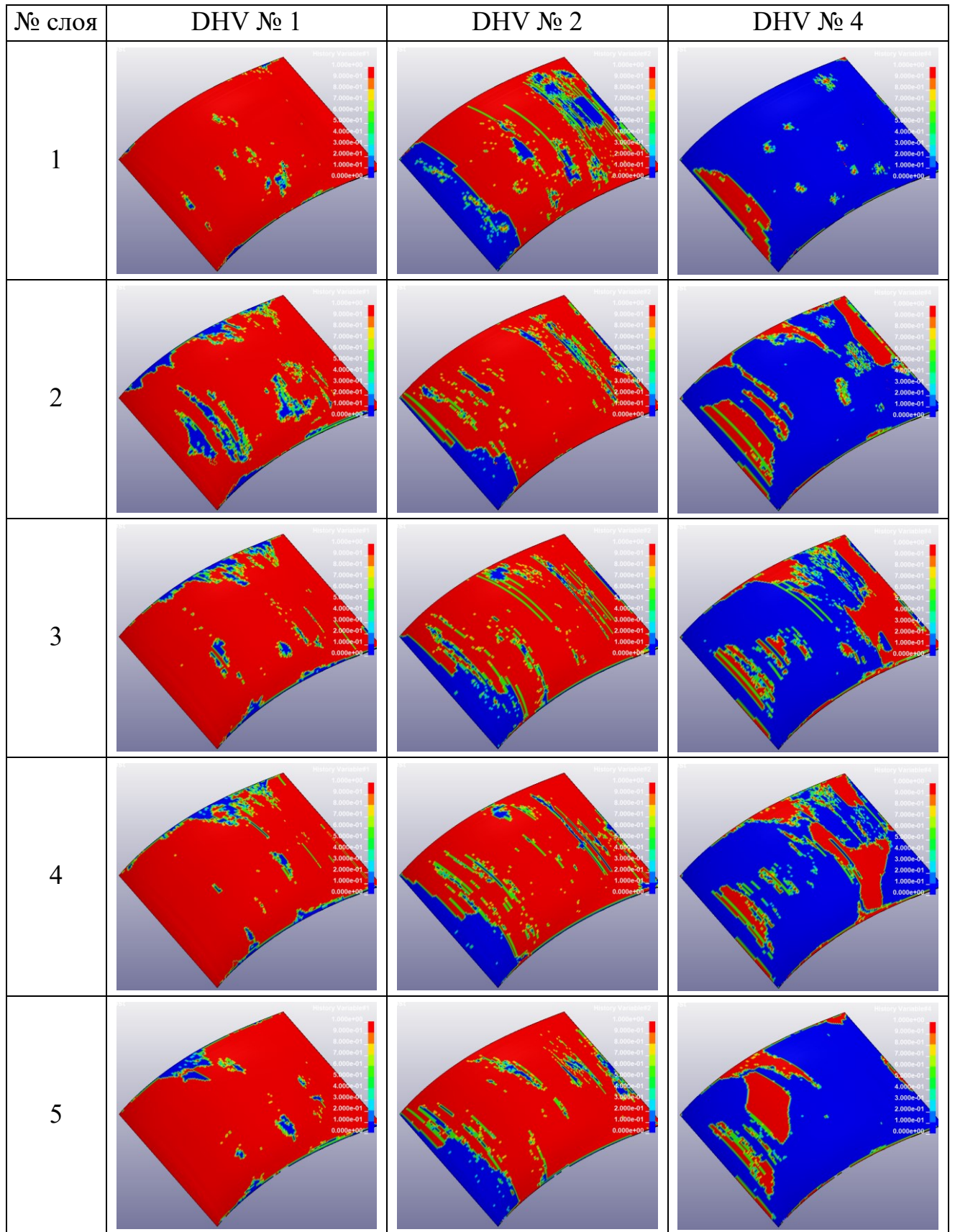


Рисунок Е.4 – Схема Схема множественного удара града диаметром от 30-45 мм

Таблица Е.8 – Разрушение слоев обшивки крыла в девятом расчете



Продолжение таблицы Е.8

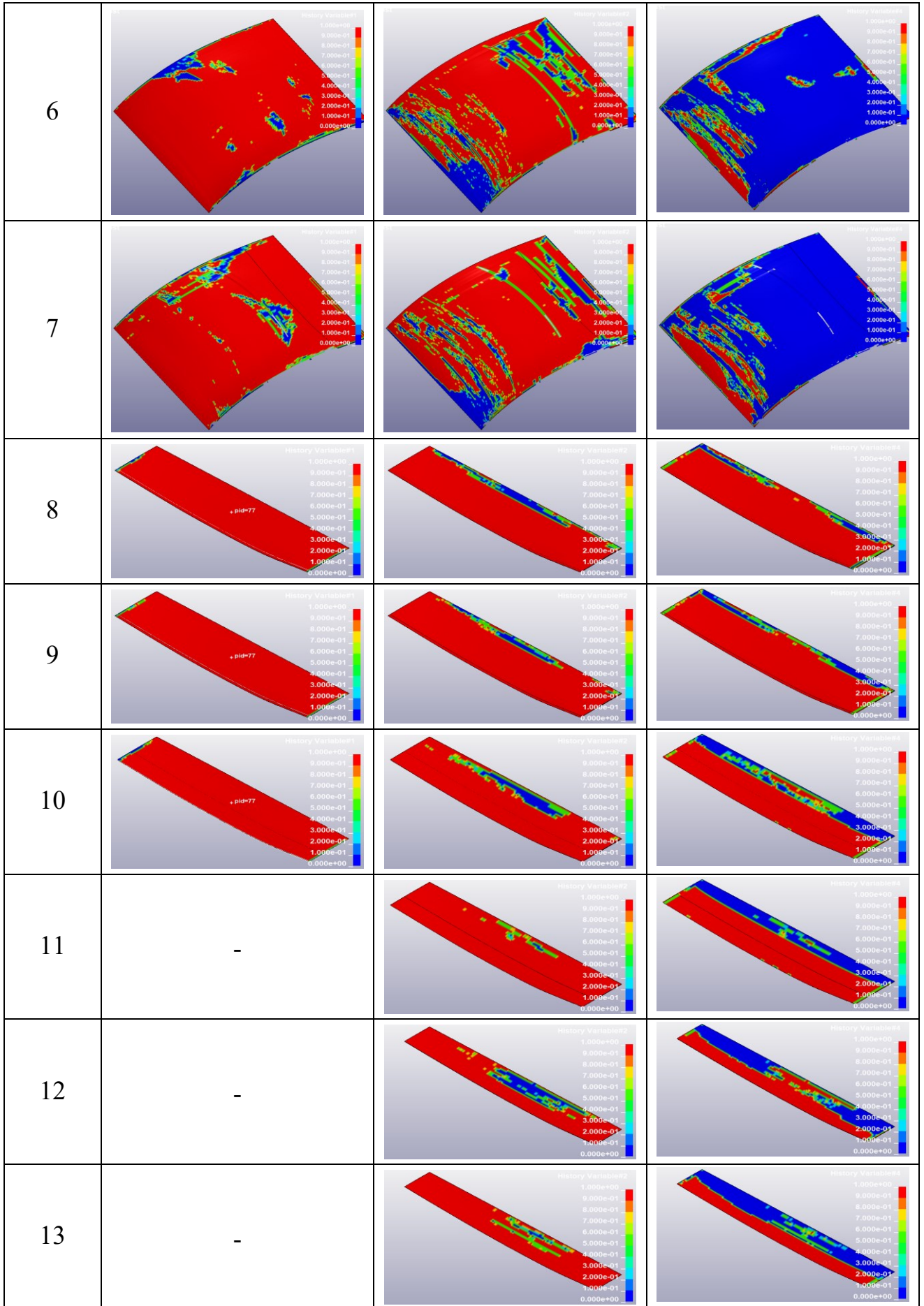
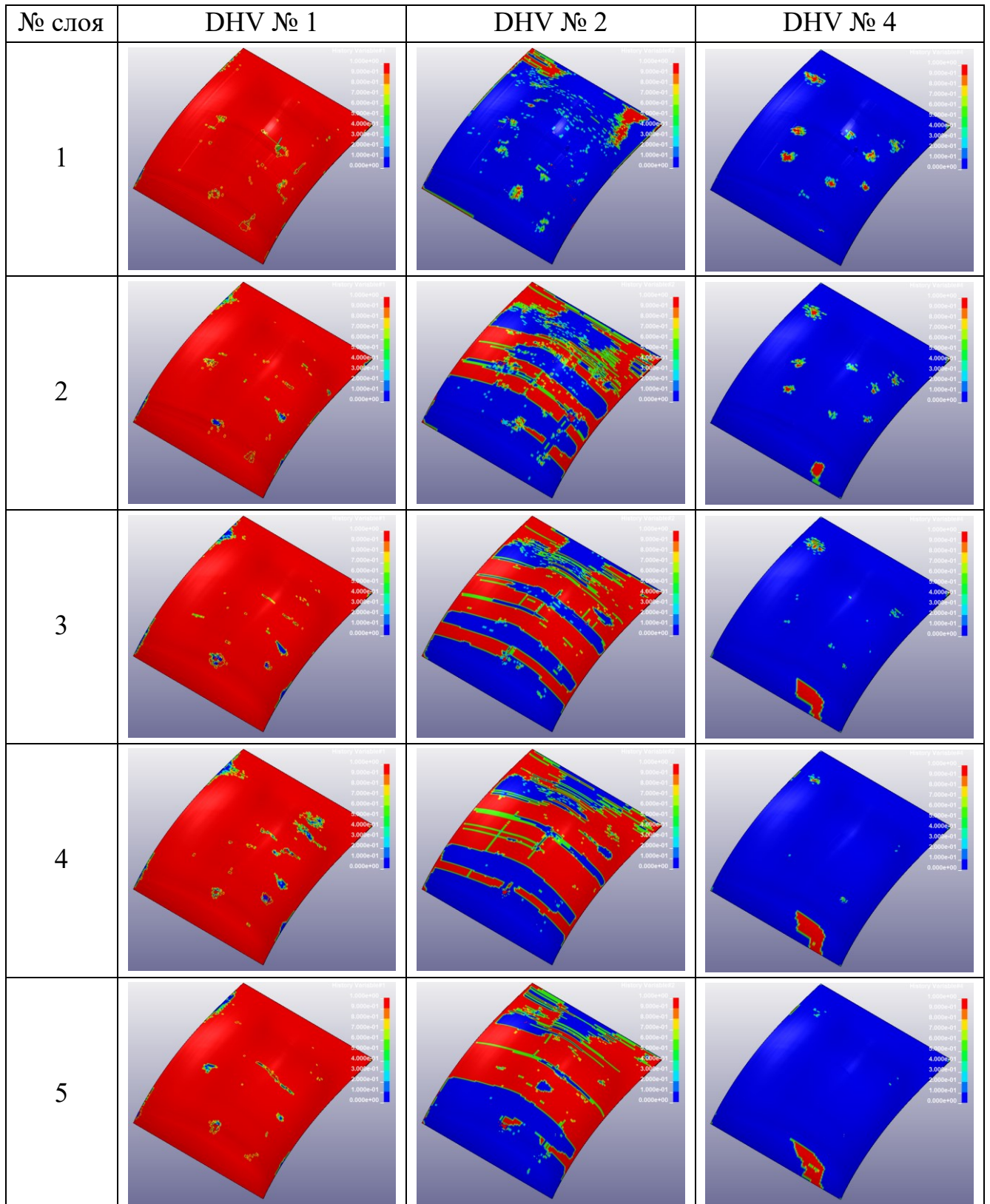


Таблица Е.9 – Разрушение слоев обшивки крыла в десятом расчете



Продолжение таблицы Е.9

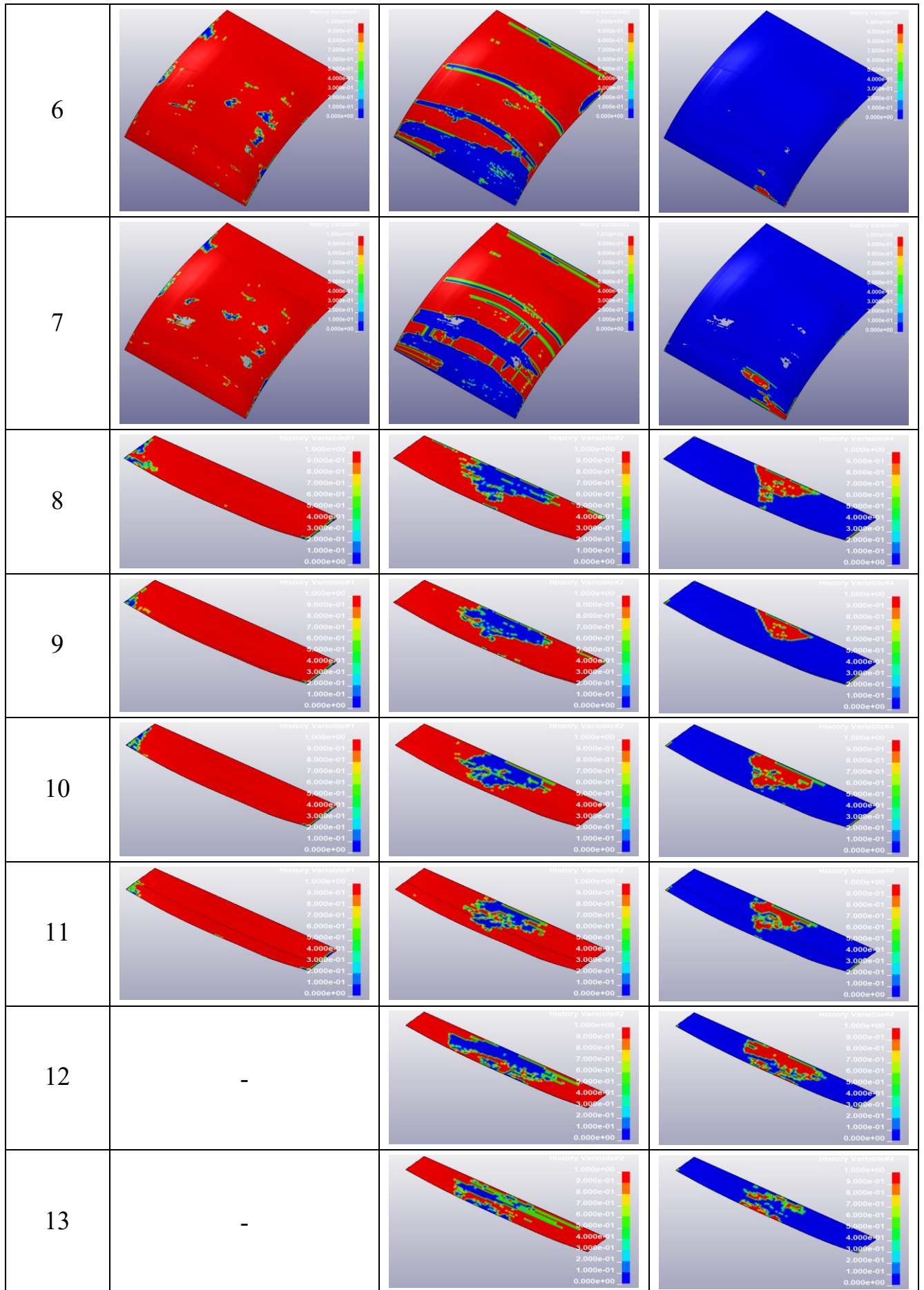
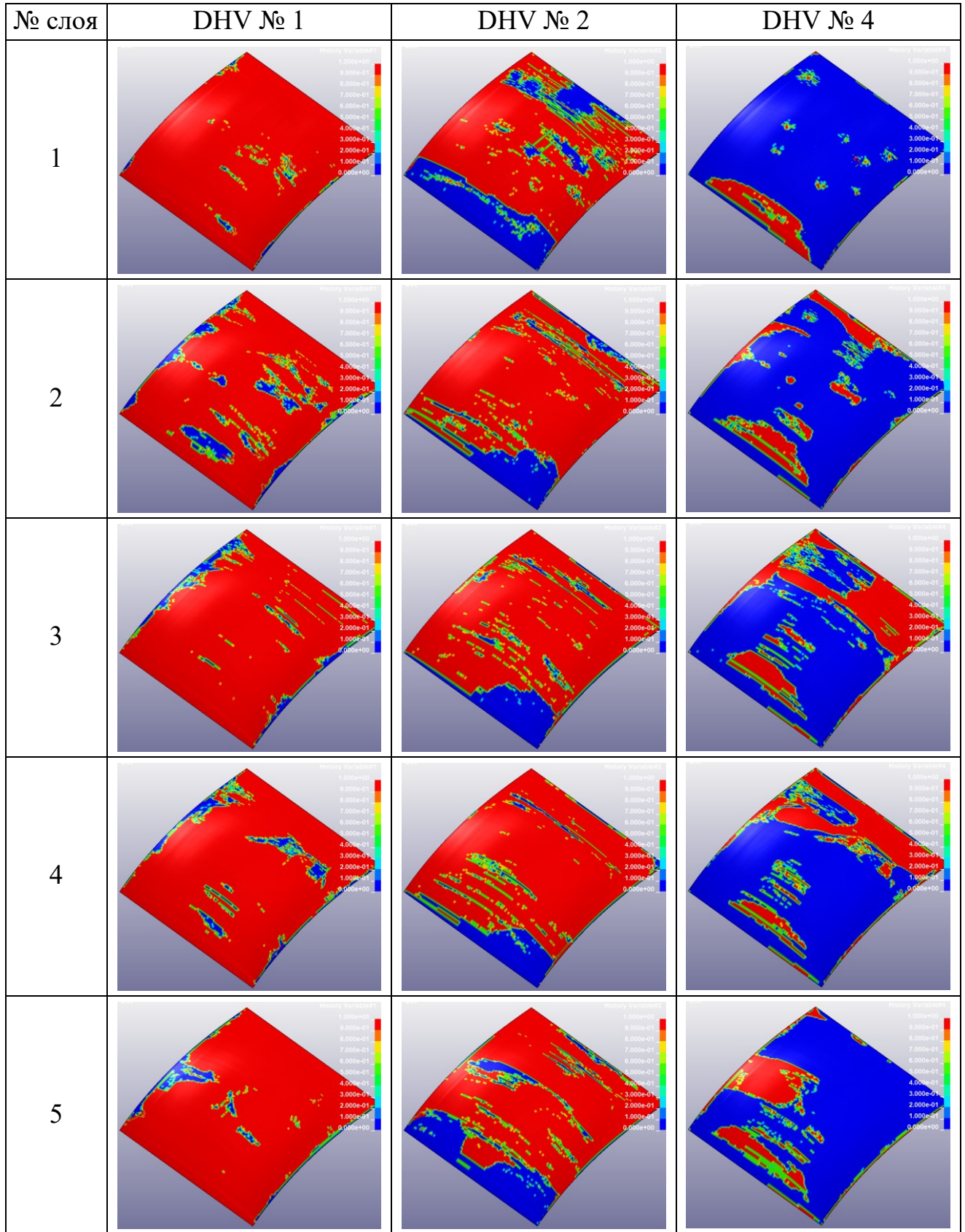


Таблица Е.10 – Разрушение слоев обшивки крыла в одиннадцатом расчете



Продолжение таблицы Е.10

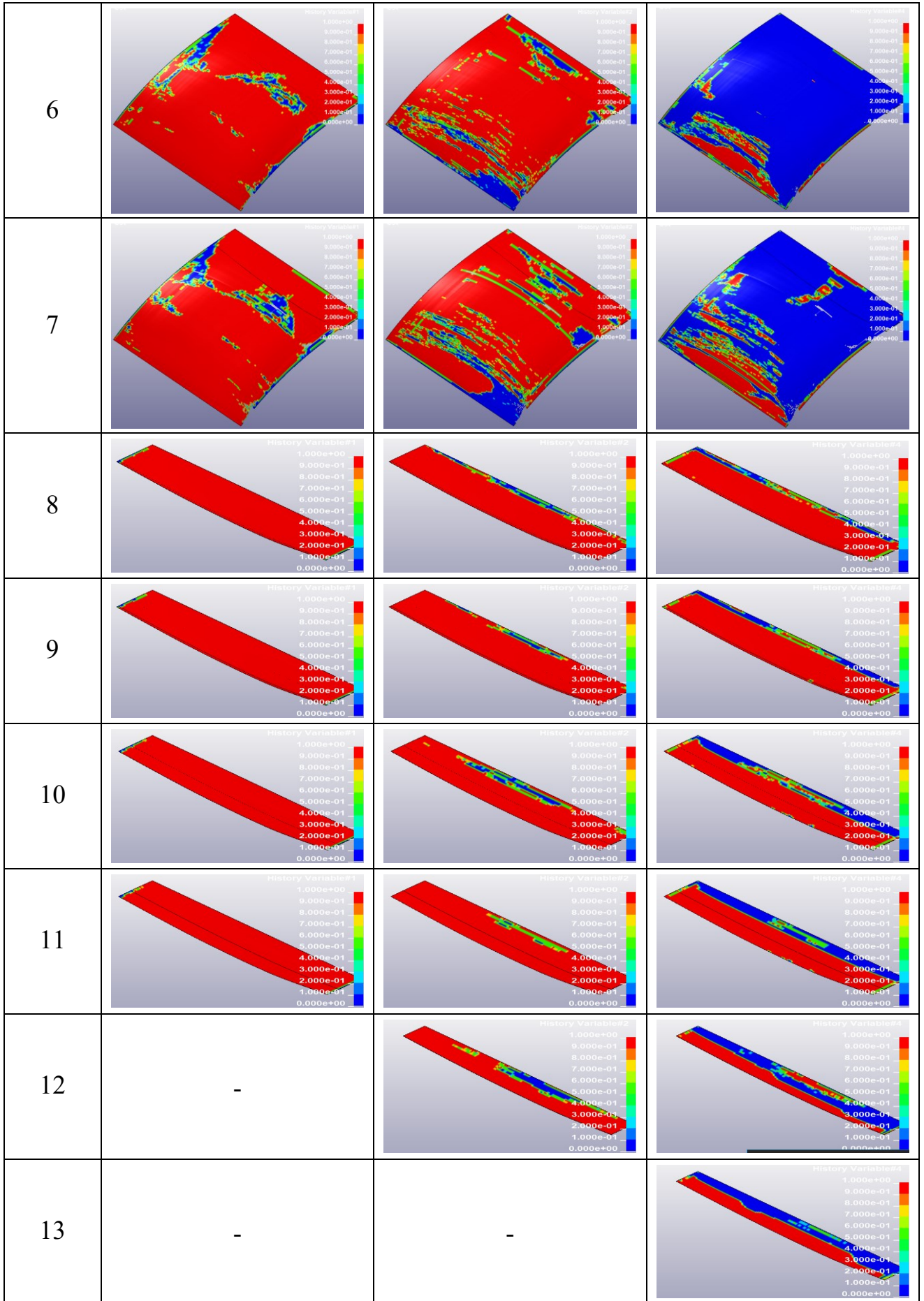
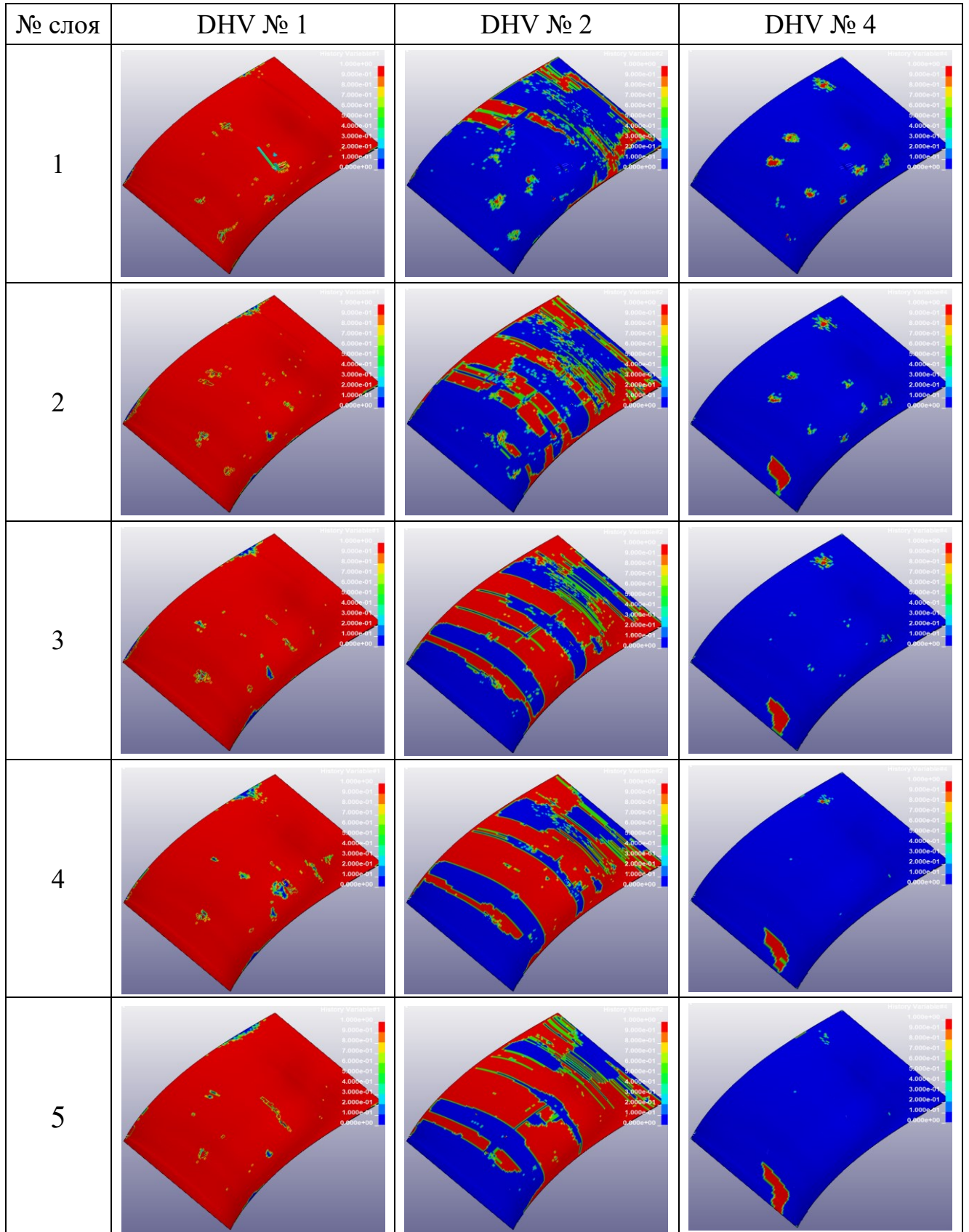
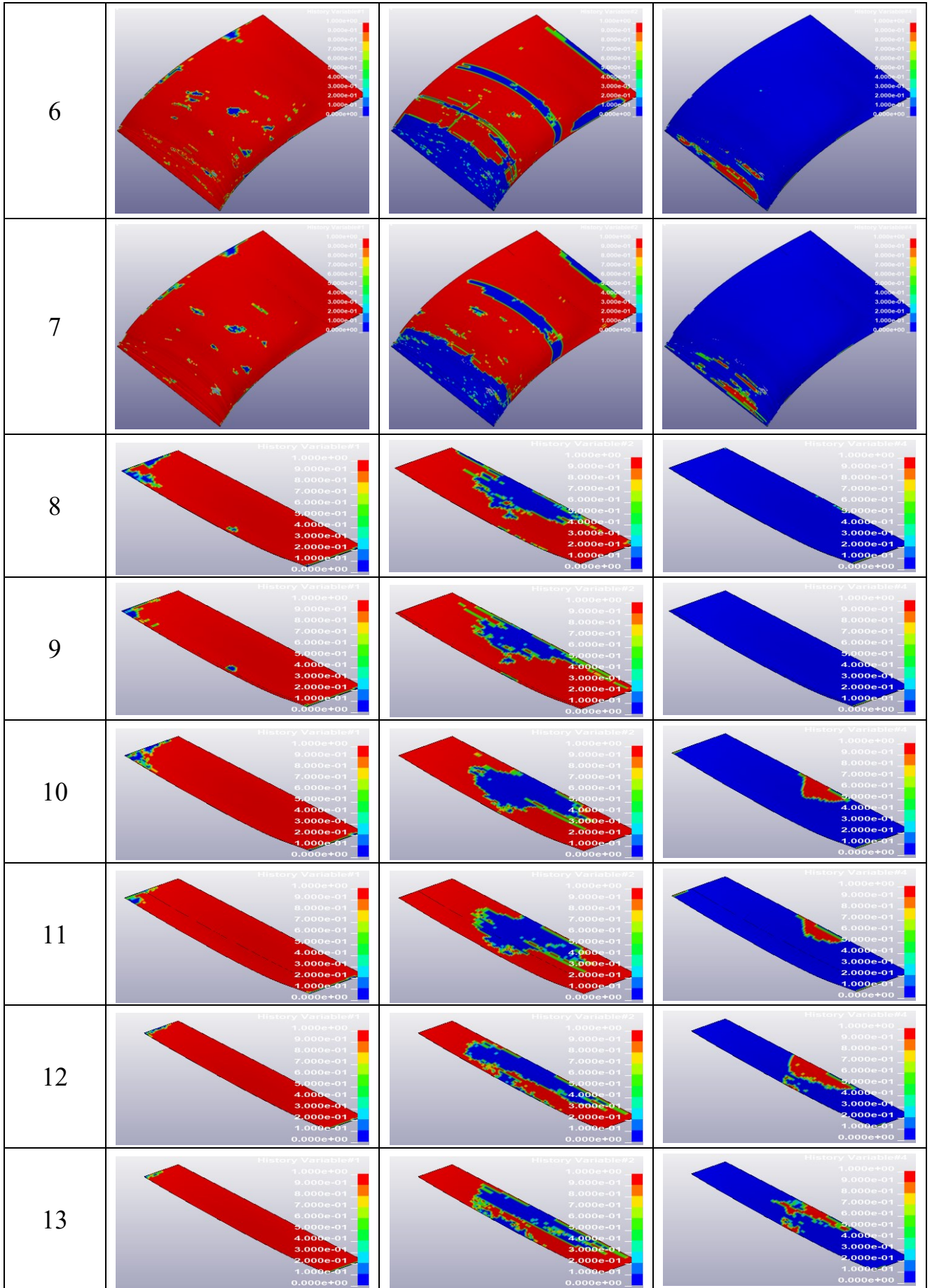


Таблица Е.11 – Разрушение слоев обшивки крыла в двенадцатом расчете



Продолжение таблицы E.11



Приложение Ж

АКТ ВНЕДРЕНИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ ДИССЕРТАЦИОННОЙ РАБОТЫ



УТВЕРЖДАЮ
 Директор ФАУ
 «СибНИА им. С.А. Чаплыгина»
 В.Е. Барсук
 «17» марта 2024 г.

АКТ №

об использовании результатов диссертационной работы
 Туана Ле Вьета на тему:

«Расчетная оценка повреждаемости композитных авиационных панелей при
 множественном низкоскоростном ударе»,
 представленной на соискание ученой степени кандидата технических наук по
 специальности 2.5.14 «Прочность и тепловые режимы летательных
 аппаратов»

Настоящим актом подтверждается использование при проектировании летательных аппаратов следующих результатов диссертационной работы «Расчетная оценка повреждаемости композитных авиационных панелей при множественном низкоскоростном ударе», выполненной в 2020-2024 г.г. аспирантом кафедры «Прочность летательных аппаратов» Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Новосибирский государственный технический университет» Ле Вьет Туана в работе ФАУ «СибНИА им. С.А. Чаплыгина»:

- методики оценки повреждаемости авиационных композитных панелей при множественном низкоскоростном ударе частицами града;
- результатов исследования прочности и характера разрушения в однонаправленных слоях углеродного композита с укладкой волокон $[45^\circ, -45^\circ]_n$ и $[45^\circ, 90^\circ, -45^\circ, 0^\circ]_n$ при контактном взаимодействии с жестким индентором переменного радиуса.

Использование результатов диссертационного исследования Ле Вьет Туана в проектных и поверочных прочностных расчетах авиационных панелей позволяет улучшить эксплуатационные характеристики летательных аппаратов.

Научный руководитель
 ФАУ «СибНИА им. С.А. Чаплыгина»

 В.Л. Чемезов

УТВЕРЖДАЮ:

Проректор по научной работе и
инновациям НГТУ

И.В. Сето Артур Исаакович



А.И. Сето
_____ 2024 г.

АКТ

о внедрении в Новосибирском государственном техническом университете
результатов диссертационной работы

Настоящим актом подтверждается внедрение результатов диссертационной работы Ле Вьета Туана на тему «Расчетная оценка повреждаемости композитных авиационных панелей при множественном низкоскоростном ударе» в образовательный процесс на кафедре «Прочность летательных аппаратов» факультета летательных аппаратов Новосибирского государственного технического университета.

Предмет внедрения: разработанная лабораторная баллистическая установка. Указанная установка размещена в лаборатории статической прочности (аудитория V-139) Новосибирского государственного технического университета.

Характер внедрения:

1. Лабораторная баллистическая установка используется в образовательном процессе студентов направления подготовки 15.03.03 - «Прикладная механика» в рамках реализации факультативной дисциплины «Проектная деятельность» при получении студентами навыков и культуры проведения экспериментального исследования.

2. Лабораторная баллистическая установка служит инструментом при исследовании повреждений композитных материалов при взаимодействии с ударником, что подтверждается выполненными выпускными квалификационными работами бакалавров и опубликованием ряда статей.

Декан факультета летательных аппаратов

д.т.н., доцент

Дмитрий Анатольевич Чинахов