

На правах рукописи



Давыдов Виктор Васильевич

**ИССЛЕДОВАНИЕ И РАЗРАБОТКА МОДЕЛЕЙ РАСЧЕТА
ПРЕДЕЛЬНЫХ РЕЖИМОВ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ СИСТЕМ**

Специальность 05.14.02 – «Электрические станции и
электроэнергетические системы»

Автореферат
диссертации на соискание ученой степени
доктора технических наук

Улан-Удэ – 2019

Работа выполнена в Акционерном обществе «Системный оператор Единой энергетической системы».

Официальные оппоненты: **Воропай Николай Иванович,**
член-корреспондент РАН, доктор технических наук, профессор, Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт систем энергетики им. Л.А. Мелентьева Сибирского отделения Российской академии наук, г. Иркутск, научный руководитель института.

Гусев Александр Сергеевич,
доктор технических наук, профессор, Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Национальный исследовательский Томский политехнический университет», г. Томск, Инженерная школа энергетики отделение электроэнергетики и электротехники, профессор.

Паздерин Андрей Владимирович,
доктор технических наук, профессор, Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Уральский федеральный университет имени первого Президента России Б.Н. Ельцина», г. Екатеринбург, кафедра «Автоматизированные электрические системы», заведующий.

Ведущая организация: Акционерное общество «Научно-технический центр Единой энергетической системы», г. Санкт-Петербург.

Защита состоится 21 ноября 2019 года в 10:00 часов в конференц-зале на заседании диссертационного совета Д 212.173.01 при Федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Новосибирский государственный технический университет» по адресу: 630073, г. Новосибирск, пр. К. Маркса, 20.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Новосибирского государственного технического университета и на сайте организации: www.nstu.ru

Отзывы в двух экземплярах, заверенные печатью организации, просим направлять на имя ученого секретаря диссертационного совета Д 212.173.01 по адресу: 630073, г. Новосибирск, пр. К. Маркса, 20. (E-mail: osincev@corp.nstu.ru)

Автореферат разослан «__» _____ 2019 г.

Ученый секретарь
диссертационного совета

Анатолий Анатольевич Осинцев

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность и степень разработанности проблемы. Физическая необходимость обеспечения требуемого баланса мощности в каждый момент времени во всех элементах производства, преобразования, передачи и распределения электрической энергии, размещенных на большой территории, отсутствие возможностей запастись электроэнергией в желаемых объемах и высокая альтернативная стоимость электроэнергии предопределили особую важность надежности электроснабжения потребителей. Синхронное вращение роторов всех генераторов является основой основ работы электрических систем (ЭС), что обусловило решение проблем, связанных с обеспечением статической устойчивости. Практически все регламенты, в конечном счете, направлены на поддержание устойчивости ЭС.

Большой вклад в разработку различных аспектов сложной проблемы статической устойчивости ЭС внесли советские и российские ученые Андреюк В.А., Баринов В.А., Бартоломей П.И., Брук И.С., Бушуев В.В., Валдма М.Х., Васин В.П., Веников В.А., Воропай Н.И., Горев А.А., Гуревич Ю.Е., Гусев А.С., Жданов П.С., Идельчик В.И., Иофьев Б.И., Конторович А.М., Кошечев Л.А., Крумм Л.А., Крюков А.В., Лебедев С.А., Левинштейн М.Л., Липес А.В., Маркович И.М., Паздерин А.В., Портной М.Г., Рудницкий М.П., Совалов С.А., Строев В.А., Тарасов В.И., Ушаков Е.И., Фазылов Х.Ф., Фишов А.Г., Чебан В.М., Цукерник Л.В., Щербачев О.В. и многие их коллеги, а также зарубежные исследователи Ajjarapu V., Alvarado F., Araposthatic A., Canizares C.A., Carppentier J., Conejo A.J., Dimo P., Dobson I., Galiana F.D., Kataoka Y., Kimbark E.W., Korsak A.J., Kundur P., Machowski J., Overbye T.J., Padiar K.R., Pal M.K., Pai M.A., Park R.H., Rüdemberg R., Sastry S., Savulescu S.C., Smith J.M., Tavora C.J., Van Cutsem T., Varaiya P. и их коллеги.

Несмотря на то, что общая методология анализа статической устойчивости конкретных режимов ЭС достаточно глубоко и подробно разработана применительно к широкому классу моделей ЭС, актуальность развития теории, моделей и методов расчета предельных режимов (ПР) ЭС не снижается. Во-первых, управление режимами ЭС требует быстрых и надежных методов и алгоритмов расчета ПР, учитывающих технологические ограничения на параметры режима ЭС. Кроме этого важен учет неточности прогноза мощностей узлов и их изменения, оценка ближайших ПР. Одним из мощных средств решения таких задач является использование моделей и методов нелинейного программирования. В настоящее время предложены ряд моделей нелинейного программирования ПР, однако все они в основном ограничиваются ПР в заданном направлении утяжеления, причем по надежности и вычислительной эффективности уступают методам последовательного утяжеления. Во-вторых, развитие теории и практики расчетов и анализа статической устойчивости привели к тому, что обычно для определения ПР и коэффициентов запаса статической устойчивости ЭС используются модели потокораспределения с шиной неограниченной мощности, т.е. с обычным балансирующим узлом (БУ), причем полагают, что БУ мало воздействует на получаемые ПР и его назначают, как при обычном расчете потокораспределения. Однако, месторасположение БУ влияет как на ПР, так и расчетную область существования режимов ЭС. Поэтому рядом исследователей предложены эмпирические рекомендации выбора месторасположения БУ, однако в технической литературе не исследованы причины и следствия такого влияния. В-третьих, в теории статической устойчивости ЭС используется в основном алгебраически-аналитический подход. Вместе с тем развитие теорий особенностей, бифуркации и катастроф показывает, что геометрическое рассмотрение позволяет воспользоваться мощными средствами дифференциальной геометрии и получить

качественно новые результаты. В-четвертых, из-за сложности математических моделей, для поиска ПР, как правило, используют подход, предложенный П.С. Ждановым, т.е. полагают, что исходный режим статически устойчив, затем утяжеляют его до тех пор, пока критерий статической устойчивости не изменит свой знак. Т.е. для нахождения ПР требуется рассчитанный исходный статически устойчивый установившийся режим (УР). В тоже время, существующие методы расчета потокораспределения не гарантируют получение решением такого режима ЭС.

Объект и предмет исследования. Объектом исследования являются предельные по статической апериодической устойчивости установившиеся режимы ЭС. **Предметом** исследования являются теория, математические модели и методы расчета потокораспределения и предельных режимов ЭС.

Цели и задачи исследования. Целью работы является развитие теории и практики применения математических моделей потокораспределения и предельных режимов ЭС, построение робастного метода расчета потокораспределения, гарантирующего получение решением статически устойчивого режима ЭС, разработка и исследование моделей нелинейного программирования предельных режимов ЭС.

Для достижения поставленной цели в работе сформулированы и решены следующие задачи.

1. Исследование математической модели потокораспределения ЭС и ее особенностей, влияющих на параметры ПР.

2. Разработка и исследование геометрической интерпретации множества всех решений уравнений установившихся режимов ЭС (для заданных параметров системы) как гиперповерхности в пространстве мощностей узлов, а области существования режимов ЭС – как проекции этой гиперповерхности вдоль оси активной мощности БУ на подпространство заданных мощностей.

3. Исследование зависимости получаемых ПР, расчетной области существования режимов ЭС, возникновения неоднозначности множества режимов ЭС от выбора месторасположения БУ.

4. Исследование позиционной модели ЭС, установление и анализ математического критерия ее ПР.

5. Разработка расчетной модели определения ПР для эффективной оценки коэффициента запаса статической устойчивости ЭС.

6. Исследование существующих методов расчета УР ЭС с выявлением их преимуществ и недостатков. Разработка вычислительно эффективного метода расчета потокораспределения, дающего решением статически устойчивый режим ЭС.

7. Выявление связи между решением задачи оптимального потокораспределения и ПР. Теоретическое обоснование и исследование модели нелинейного программирования ПР ЭС как основы для разработки вычислительных моделей и методов решения задач ПР.

8. Разработка надежного и быстродействующего метода расчета ПР в заданном направлении утяжеления на основе теории нелинейного программирования.

9. Разработка модели нелинейного программирования и метода нахождения ПР в заданном направлении утяжеления, учитывающих ошибки прогноза узловых мощностей или направления утяжеления.

10. Разработка и исследование моделей нелинейного программирования ближайших ПР ЭС в l_p -нормах, определение их преимуществ и недостатков, а также областей применения.

Методология и методы исследования. Методология исследований заключается в анализе и развитии математических моделей и методов расчета потокораспределения и предельных режимов ЭС. Для решения теоретических вопросов использовались

методы матричного и прикладного нелинейного анализа, дифференциальной геометрии, теорий особенностей, бифуркации и статической устойчивости, теорий графов и нелинейного программирования. Численные эксперименты проводились с помощью разработанного автором научно-исследовательского программного комплекса, написанного на C++ и реализующего современные методы решения разреженных систем уравнений и нелинейного программирования.

Научная новизна. В ходе проведенного комплекса исследований получены и предложены следующие новые результаты.

1. Анализ математической модели потокораспределения обнаружил, что месторасположение БУ оказывает существенное влияние как на расчетную область существования решения уравнений установившихся режимов ЭС, так и на пределы по статической аperiodической устойчивости.

2. Показано, что вся совокупность УР ЭС для заданных параметров системы геометрически представляет собой гиперповерхность в пространстве активных мощностей всех узлов и реактивных мощностей PQ узлов, названной автором гиперповерхностью мощностей УР ЭС (ГМ). Установлено, что область существования УР ЭС (ОСР) в пространстве мощностей, широко распространенная в теории и анализе УР, является ничем иным, как проекцией ГМ вдоль оси активной мощности БУ на подпространство задаваемых мощностей, а граница этой проекции – гиперповерхностью ПР (ГПР) в пространстве мощностей. Так как в общем случае ГМ не является плоской, ее проекция, т.е. ОСР, и ее границы, т.е. ГПР, будут зависеть от выбора оси, вдоль которой осуществляется ее проецирование, т.е. от выбора БУ. Для консервативной модели ЭС ГМ является «плоской», поэтому ее ОСР и ГПР не зависят от выбора БУ. ГМ позволила наглядно объяснить механизм возможного появления «дырок» в ОСР, т.е. неоднозначности множества режимов ЭС в пространстве мощностей, а также их исчезновение при другом выборе БУ. Анализ компонент вектора нормали ГМ выявил их взаимосвязь через относительные приросты потерь активной мощности, а также то, что в ПР относительный прирост потерь активной мощности БУ равен единице. Поэтому в ПР любые попытки БУ поддержать баланс мощности в ЭС полностью блокируется возникающими при этом потерями активной мощности. Неспособность БУ поддержать УР даже в некоторых узлах определяет ПР ЭС. В ПР БУ как бы теряет электрическую связь с частью или со всей ЭС, что фактически соответствует отсутствию БУ в вычислительной модели потокораспределения со всеми вытекающими последствиями. В реальных ЭС изменение месторасположения БУ делает этот ПР непредельным УР. Только в консервативной ЭС ПР останется предельным независимо от выбора БУ.

3. Исследование позиционной модели ЭС показало, что эта модель неявно использует и реализует идеологию распределенного БУ (РБУ), и ее предельные по статической аperiodической устойчивости режимы в точности соответствуют ПР модели потокораспределения ЭС с РБУ, в котором коэффициенты участия узлов в балансировке активной мощности ЭС назначены прямо пропорционально постоянным инерции синхронных машин. В ПР модели с РБУ вектор нормали ГМ ортогонален вектору коэффициентов участия узлов РБУ. Т.к. постоянные инерции всегда положительные, а компоненты вектора нормали ГМ взаимосвязаны через относительные приросты потерь активной мощности, ПР позиционной модели в заданном направлении утяжеления будет находиться дальше в пространстве напряжений, но ближе в пространстве мощностей, чем ПР модели с шиной неограниченной мощности. Показано, что для определения расчетных ПР наиболее адекватной является модель потокораспределения ЭС с шиной неограниченной

мощности, в ПР которой относительные приросты потерь активной мощности для всех узлов не превышают единицу.

4. Исследованы существующие методы расчета УР ЭС, выявлены их преимущества и недостатки. Предложен робастный и вычислительно эффективный метод расчета потокораспределения, который дает решением статически устойчивый режим ЭС в случае его существования для заданных исходных данных, а при отсутствии такового - выдает рекомендации его получения. Разработан алгоритм определения критического сечения ЭС в ПР, т.е. сечения, по которому наступает нарушение статической аperiodической устойчивости при переходе через ПР.

5. Показано, что одним из универсальных подходов решения задач ПР является использование моделей и инструментов нелинейного программирования. Предложена, теоретически обоснована и исследована модель нелинейного программирования ПР ЭС, оптимальным решением которой является ПР, отвечающий минимуму сформированной целевой функции.

6. Предложен простой, быстрый и надежный метод нелинейного программирования поиска ПР в заданном направлении утяжеления, время расчета которым в среднем сопоставимо с двумя обычными расчетами потокораспределения. Предложенный метод значительно превосходит существующие методы и алгоритмы в быстродействии. Кроме этого, в отличие от последних, он может не только рассчитывать ПР, индуцированные пределом реактивной мощности, но также идентифицировать конкретный генератор, чей предел индуцировал этот ПР. Предложены модель нелинейного программирования ПР в заданном направлении утяжеления, учитывающая неточность прогноза узловых мощностей или направления утяжеления, а также метод расчета, быстродействие которого в среднем сопоставимо с 3,5 обычными расчетами УР.

7. Предложены и теоретически исследованы модели нелинейного программирования ближайших ПР ЭС (БПР) в l_p -нормах, выявлены их преимущества и недостатки, а также области применения. Определено, что модель нелинейного программирования БПР во взвешенной l_∞ -норме, учитывающая неточность прогноза мощностей узлов с помощью взвешенной Евклидовой (l_2) нормы, в наибольшей степени удовлетворяет требованиям системного оператора (СО) для оценки коэффициента запаса статической устойчивости и оперативного (превентивного) управления. Показано, что модель нелинейного программирования БПР в l_1 -норме дает решением разреженный вектор управляющих воздействий (УВ) и в наибольшей степени отвечает требованиям СО для ввода режима в область существования и противоаварийного управления. Оценка БПР с помощью l_2 -нормы основана на геометрической интерпретации, активизирует все УВ, поэтому может быть использована СО только как косвенный показатель для первоначальной оценки УВ. Установлено, что все другие модели БПР в l_p -нормах с $p \neq 1, 2$ или ∞ мало подходят для СО. В этих моделях взаимосвязь между элементами вектора УВ не отражает никаких реальных процессов, встречающихся в практике управления режимами ЭС.

Теоретическая значимость работы. Расширены фундаментальные знания о предельных режимах и моделях потокораспределения ЭС, выявлено влияние месторасположения БУ на расчетную область существования УР и предельные режимы ЭС, установлена связь между решением задачи оптимального потокораспределения и ПР. Разработанная модель нелинейного программирования ПР ЭС позволила расширить спектр решаемых задач ПР, получить новые важные свойства ПР, способствующие лучшему пониманию УР и ПР ЭС. Создана научно-методическая основа для дальнейшего развития теории ПР, математических моделей

потокораспределения ЭС, разработки более эффективных методов и алгоритмов решения задач ПР.

Практическая значимость работы заключается в повышении надежности и устойчивости ЭС за счет расширения спектра решаемых задач ПР, повышения быстродействия, надежности и точности методов и алгоритмов расчетов ПР, применения современных мощных средств нелинейного программирования.

Основные положения, выносимые на защиту:

1. Геометрия математической модели потокораспределения ЭС, интерпретирующая всю совокупность УР ЭС для заданных параметров системы как ГМ, область существования режимов ЭС – как проекция ГМ вдоль оси активной мощности БУ на подпространство задаваемых мощностей, а множество ПР – как граница этой проекции.

2. Механизм влияния месторасположения БУ на ПР через относительные приросты потерь активной мощности.

3. Интерпретация ПР позиционной модели ЭС, как ПР модели потокораспределения с РБУ, в котором коэффициенты участия узлов в балансировке активной мощности ЭС назначены прямо пропорционально постоянным инерции синхронных машин.

4. Модель потокораспределения ЭС с шинами неограниченной мощности, в ПР которой относительные приросты потерь всех узлов не превышают единицу, как наиболее адекватная вычислительная модель определения расчетных ПР для оценки коэффициента запаса статической устойчивости ЭС.

5. Подход и метод определения критических сечений ЭС в ПР.

6. Сопоставление существующих методов расчета потокораспределения ЭС. Предложенный метод расчета потокораспределения, реализующий уравнения УР в форме баланса м-токов в полярной системе координат и гарантирующий получение решением статически устойчивого режима в случае его существования для заданных исходных данных.

7. Модель нелинейного программирования ПР ЭС, как модель оптимального потокораспределения, в которой состав зависимых и независимых переменных соответствует задаче расчета УР, а функция цели не включает зависимые переменные.

8. Простой, быстрый и надежный метод определения ПР в заданном направлении утяжеления, учитывающий особенности структуры математической модели нелинейного программирования ПР и ее условия оптимальности второго порядка.

9. Математическая модель и метод нелинейного программирования ПР ЭС в заданном направлении утяжеления, учитывающие неточность прогноза узловых мощностей или направления утяжеления.

10. Математические модели нелинейного программирования БПР ЭС в l_p -нормах, области их применения.

11. Вычислительная модель нелинейного программирования БПР во взвешенной l_∞ -норме, учитывающая ошибки прогноза мощностей исходного режима во взвешенной l_2 -норме, как наиболее адекватная для оценки коэффициента запаса статической устойчивости ЭС.

12. Вычислительная модель нелинейного программирования БПР в l_1 -норме, как наиболее подходящая модель для ввода режима в область существования и противоаварийного управления.

Достоверность результатов работы. Обоснованность и достоверность научных положений, теоретических выводов, результатов и рекомендаций обеспечивается корректным использованием математического аппарата, подтверждается

соответствием результатов теоретического анализа и вычислительных экспериментов, обсуждением положений и результатов работы с российскими и зарубежными специалистами на конференциях и других научных мероприятиях.

Апробация работы. Основные результаты работы докладывались и обсуждались на всесоюзной научно-технической конференции «Состояние и перспективы развития электротехнологии» (Иваново, 1985 г.), IV республиканской научно-технической конференции «Современные проблемы энергетики» (Киев, 1985 г.), всесоюзной научно-технической конференции «Научные проблемы современного энергетического машиностроения и их решение» (Ленинград, 1987 г.), IX всесоюзной научной конференции «Моделирование электроэнергетических систем» (Рига, 1987 г.), научно-техническом семинаре «Информационное обеспечение АСДУ ЭЭС» (Паланга, 1988 г.), XI сессии всесоюзного научного семинара «Кибернетика электрических систем» (Абакан, 1989), республиканской научной конференции «Совершенствование электрооборудования и средств автоматизации технологических процессов» (Комсомольск-на-Амуре, 1989), научно-технических конференциях профессорско-преподавательского состава и студентов Восточно-Сибирского технологического института (Улан-Удэ, 1985-1994 гг.), всесоюзной научно-технической конференции «Повышение эффективности производства и использование энергии в условиях Сибири» (Иркутск, 1994 г.), республиканской научной конференции «Проблемы электроснабжения Дальнего Востока» (Комсомольск-на-Амуре, 1995 г.), республиканской научно-технической конференции «Управление режимами энергосистем и систем электроснабжения» (Чита, 1996 г.), научно-технических конференциях профессорско-преподавательского состава и студентов Восточно-Сибирского государственного технологического университета (Улан-Удэ, 1995-2000 гг.), II международной научно-технической конференции «Энергосберегающие и природоохранные технологии» (Улан-Удэ, 2003 г.), третьей всероссийской научно-технической конференции с международным участием «Энергетика: управление, качество и эффективность использования энергоресурсов» (Благовещенск, 2003 г.), III международной научно-технической конференции «Энергосистема: управление, конкуренция, образование» (Екатеринбург, 2008 г.), всероссийской научно-технической конференции «Энергетика глазами молодежи» (Екатеринбург, 2010 г.), III международной научно-технической конференции «Энергетика глазами молодежи» (Екатеринбург, 2012 г.), IV международной научно-технической конференции «Энергетика глазами молодежи» (Новочеркасск, 2013 г.), V международной научно-технической конференции «Энергетика глазами молодежи» (Томск, 2014 г.), VI международной научно-технической конференции «Энергетика глазами молодежи» (Иваново, 2015 г.), VII международной научно-технической конференции «Энергетика глазами молодежи» (Казань, 2016 г.), VIII международной научно-технической конференции «Энергетика глазами молодежи» (Самара, 2017 г.), научно-технических конференциях профессорско-преподавательского состава и студентов Восточно-Сибирского государственного университета технологий и управления (Улан-Удэ, 2012-2017 гг.).

Личный вклад соискателя. Приведенные в диссертации результаты получены лично автором. В работах, опубликованных в соавторстве, соискателю принадлежит постановка задач, разработка теоретических положений, математических моделей и методов, их алгоритмическая и программная реализация, анализ и обобщение результатов, разработка рекомендаций по применению предложенных решений.

Публикации. Основные результаты по теме диссертации изложены в 59 печатных изданиях, в том числе: 12 опубликованы в журналах, рекомендованных ВАК; 2 – в журнале “IEEE Transactions on Power Systems”, входящего в

международные базы и системы цитирования Web of Science; Федеральной службой по интеллектуальной собственности РФ под № 2611259 С1 запатентовано «Автоматизированное устройство определения предельных режимов электрических систем».

Объем и структура работы. Диссертация состоит из введения, пяти глав, заключения и восьми приложений. Полный объем работы составляет 462 страницы, включая 41 рисунок и 28 таблиц. Список литературы содержит 372 наименования.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во **введении** обосновывается актуальность исследований, проводимых в рамках данной диссертационной работы, сформулированы цели, отражены научная новизна и практическая ценность, дан обзор теоретических и практических результатов.

Первая глава посвящена исследованию математической модели потокораспределения ЭС и ее особенностей, влияющих на расчетные ПР и ОСР. Предложена и исследована геометрическая интерпретация уравнений УР (УУР) как гиперповерхности в пространстве мощностей узлов, а ОСР – как проекция этой гиперповерхности вдоль оси активной мощности БУ. Выявлено влияние месторасположения БУ на ПР и ОСР. Представлено исследование позиционной модели ЭС, получен критерий предельных по статической апериодической устойчивости режимов, обобщающий критерий Вагнера – Эванса на многомашинные системы, выявлена его связь с критерием ПР модели потокораспределения с РБУ. Предложена расчетная модель ПР, обеспечивающая адекватную оценку коэффициентов запаса статической устойчивости.

Одной из алгебраических особенностей решения системы нелинейных УУР, т.е. расчета УР, является необходимость фиксации фазового угла в одном из узлов сети и рассмотрения активной мощности одного из узлов как зависимой переменной, т.е. использование БУ. В свою очередь, поскольку решение системы нелинейных УУР, например,

$$\begin{aligned} \Delta P_k &= P_k - V_k \sum_m V_m (G_{km} \cos \delta_{km} + B_{km} \sin \delta_{km}) = 0; \\ \Delta Q_k &= Q_k + V_k \sum_m V_m (B_{km} \cos \delta_{km} - G_{km} \sin \delta_{km}) = 0, \end{aligned} \quad (1)$$

где $G_{km} + jB_{km} = Y_{km}$ - элемент матрицы узловых проводимостей, V_k , P_k и Q_k - соответственно модуль напряжения, активная и реактивная мощность в узле k ; $\delta_{km} = \delta_k - \delta_m$ - разность фазовых углов между смежными узлами, можно рассматривать как отображение независимых переменных в пространство зависимых переменных, активная мощность БУ P_b становится функцией задаваемых мощностей других узлов. График этой функции $P_b = P_b(P, Q)$ представляет собой гиперповерхность в пространстве активных мощностей узлов и реактивных мощностей PQ узлов, названной автором гиперповерхностью мощностей ЭС (ГМ). ГМ определяет всю совокупность УР ЭС, в том числе гипотетических статически неустойчивых режимов, при неизменных параметрах системы и заданных других независимых переменных. Вне ГМ (внутри или снаружи) не существуют никакие УР при заданных параметрах системы и режима. Любая точка ГМ отвечает конкретному УР, ее координаты соответствуют мощностям узлов в этом режиме.

В качестве примера на рис. 1 представлена ГМ 3-узловой ЭС с PV-узлами с параметрами $V_1 = V_2 = V_3 = 110$ кВ, $Z_{12} = Z_{13} = Z_{23} = 20 + j40 \Omega$ и ее проекции на соответствующие координатные плоскости.

Исследования показали, что область существования УР ЭС в пространстве мощностей, широко распространенная в теории и анализе УР, является ничем иным, как проекцией ГМ вдоль оси активной мощности БУ на подпространство задаваемых мощностей, а граница этой проекции – гиперповерхностью ПР в пространстве мощностей. Таким образом, представленные на рис. 1.б-г проекции ГМ являются ОСР этой ЭС при БУ-1, БУ-2 и БУ-3 соответственно.

Так как в общем случае ГМ не является плоской, ее проекция, т.е. ОСР, и ее границы, т.е. ГПР, будут зависеть от выбора оси вдоль которой осуществляется ее проецирование, т.е. от выбора БУ. В качестве примера на рис. 2.а представлены линии предельных режимов 4-узловой кольцевой схемы с тремя PV узлами и одним PQ узлом, спроецированные на координатную плоскость мощностей двух PV узлов при варьировании мощностей в PV узлах и неизменной мощности нагрузки в PQ узле. Каждая линия соответствует назначению балансирующим одного из трех PV узлов.

На рис. 2.б эти линии, которые также соответствуют вырожденности матрицы Якоби УУР при соответствующем БУ, представлены в пространстве углов. Параметры этой 4-узловой системы следующие: $V_1=107$; $V_2=109$; $V_3=113$ (кВ); $P_4=-60-j46$ МВА; $Z_{12}=19,1+j33$; $Z_{14}=5,7+j8,4$; $Z_{23}=19,5+j14,9$; $Z_{34}=13,4+j28,6$ (Ω).

ГМ консервативной ЭС представляет собой «плоскую» гиперповерхность, т.к. отсутствуют потери активной мощности, и мощности узлов удовлетворяют уравнению $\sum P_k=0$. На рис. 3.а-б в качестве примера показана ГМ 3-узловой консервативной ЭС ($Z_{12}=Z_{13}=Z_{23}=j45 \Omega$) с PV -узлами в виде «прозрачной» каркасной поверхности и ее ОСР при БУ-3. Эта ГМ представляет собой «плоский» эллипсоид. Только край «плоской» ГМ соответствуют ПР и только его проекция вдоль оси активной мощности любого БУ на подпространство всех других узловых мощностей является границей ОСР консервативной ЭС. Поэтому ПР консервативной ЭС не зависят от месторасположения БУ.

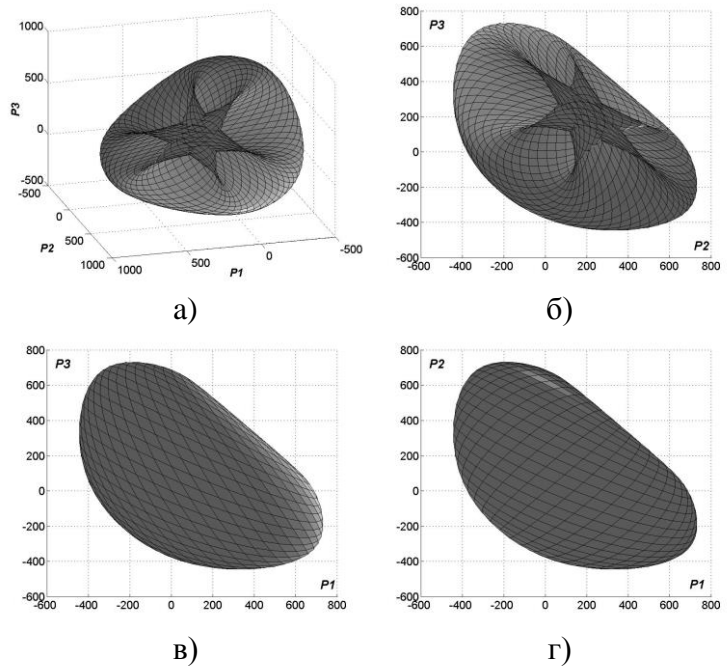


Рисунок 1 – ГМ (а) 3-узловой ЭС и ее проекции (б)-(г) на координатные плоскости

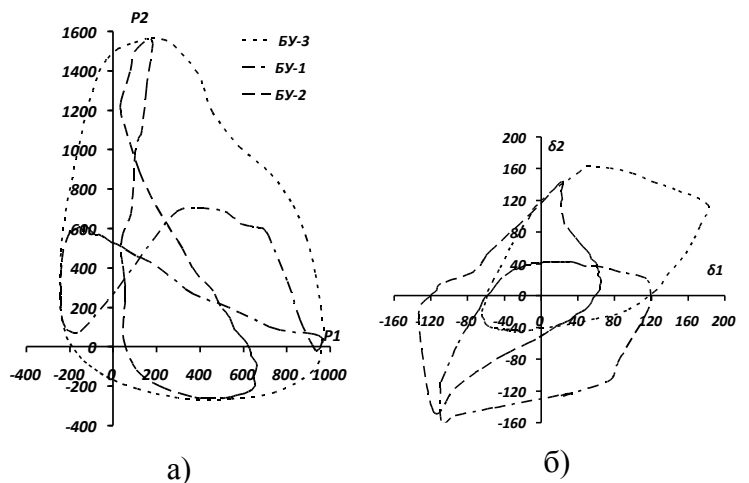


Рисунок 2 – Линии ПР 4-узловой кольцевой ЭС

Геометрическое рассмотрение всей совокупности УР как ГМ ЭС позволило выяснить причину возможного появления «дырок» в ОСР, т.е. неоднозначность множества УР ЭС в пространстве мощностей.

Причины появления «дырок» в ОСР можно объяснить, если рассмотреть представленную на рис. 4 ГМ 2-узловой схемы с PV узлами, которая является эллипсом в 2-мерном пространстве мощностей:

$$\left(\frac{P_1 - V_1^2 G + P_2 - V_2^2 G}{2V_1 V_2 G} \right)^2 + \left(\frac{P_1 - V_1^2 G - P_2 + V_2^2 G}{2V_1 V_2 B} \right)^2 = 1. \quad (2)$$

Вне эллипса (внутри и снаружи), из-за несовместности УУР, не существуют никакие УР 2-узловой ЭС, поэтому множество значений мощностей двух узлов является невыпуклым. Именно это является основной причиной возможного возникновения «дырок» в ОСР многоузловых ЭС. Поскольку проекция эллипса на любую ось представляет собой отрезок прямой сплошной линии, который и является ОСР 2-узловой ЭС при соответствующем БУ, множество УР 2-узловой ЭС конечно будет односвязанным. Неоднозначность множества УР может появиться уже в случае 3-узловой ЭС, например, если добавить третий PV-узел, соединив его с узлом 1 через индуктивное сопротивление X_{13} , и назначить БУ. В этой 3-узловой радиальной ЭС все узлы являются PV-узлами, причем вся активная мощность БУ-3 напрямую, без потерь, транспортируется к узлу 1. Поэтому, воспользовавшись (2), ГМ такой ЭС можно представить уравнением

$$\left(\frac{(P_1 + P_3) - V_1^2 G + P_2 - V_2^2 G}{2V_1 V_2 G} \right)^2 + \left(\frac{(P_1 + P_3) - V_1^2 G - P_2 + V_2^2 G}{2V_1 V_2 B} \right)^2 = 1, \quad (3)$$

где $P_3 = P_{3l} = (V_1 V_3 / X_{13}) \sin \delta_{31}$.

Выражение (3) является уравнением поверхности в трехмерном пространстве мощностей, которая представляет собой полый эллипсоидный цилиндр. Проекция этого цилиндра на плоскость $P_1 \times P_2$ мощностей узлов 1 и 2 представляет собой ОСР этой ЭС при БУ-3 (рис. 5). Сравнение (3) с (2) показывает, что эллипс (3) для конкретного P_3 - это тот же эллипс (2), как на рис. 4, только смещенный горизонтально на величину мощности P_3 влево, если узел 1 получает мощность от БУ-3, и вправо - в противном случае. Следовательно, выражение (3) можно рассматривать как семейство эллипсов на плоскости $P_1 \times P_2$. Поэтому ОСР этой ЭС представляет собой область, заполняемую эллипсами (3). Ее граница, т.е. ПР, представляет собой огибающую семейства эллипсов (3).

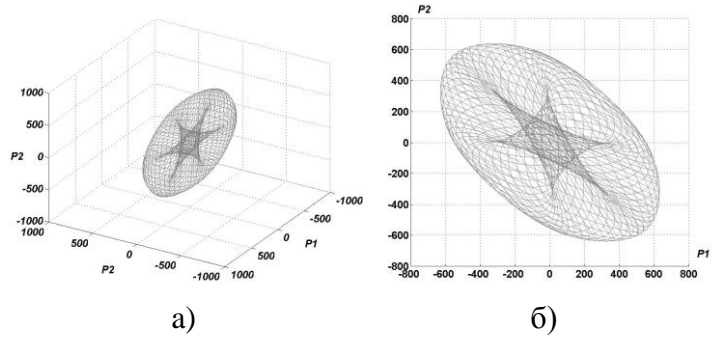


Рисунок 3 - ГМ (а) и ОСР (б) 3-узловой консервативной ЭС при БУ-3

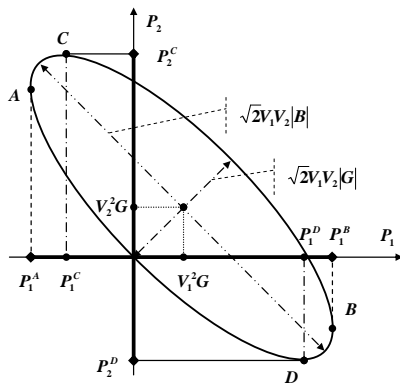


Рисунок 4 - ГМ 2-узловой ЭС

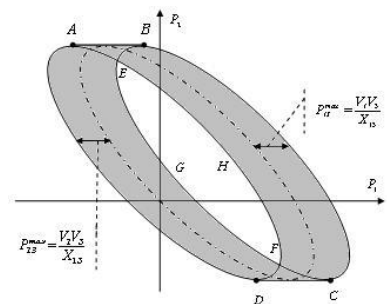


Рисунок 5 - неоднозначная ОСР 3-узловой радиальной ЭС

Максимальное и минимальное значение мощности, которую узел 1 может получить от БУ-3, определяется выражением $P_{13}^{max} = V_1 V_3 / X_{13} = -P_{13}^{min}$. Поэтому внешней границей ОСР является граница выпуклой оболочки двух крайних эллипсов, смещенных влево и вправо горизонтально относительно центрального эллипса (2) на величину $P_{13}^{max} = V_1 V_3 / X_{13}$,

т.е. замкнутая кривая *A-B-C-D-A* на рис. 5. «Дырка» в ОСР этой ЭС представляет собой область пересечения двух крайних эллипсов, т.е. область, ограниченная двумя дугами *EGF* и *EHF* этих эллипсов. Интересно отметить, что ОСР этой ЭС будет без «дырок», если БУ будет назначен любой другой узел. На рис. 6 представлены ГМ и ОСР 3-х узловой радиальной ЭС с параметрами $V_1=V_2=V_3=110$ кВ, $Z_{12}=20+j40 \Omega$, $Z_{13}=j70 \Omega$ при различном назначении БУ.

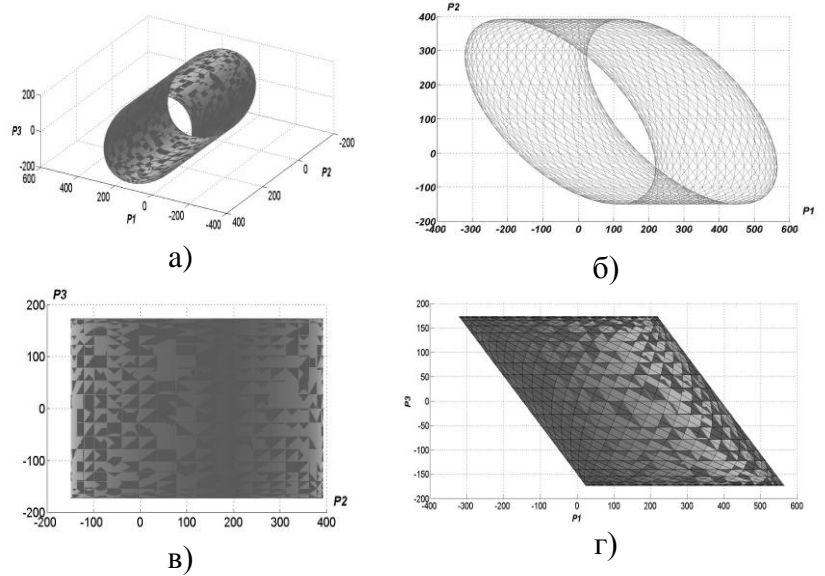


Рисунок 6 – ГМ (а) 3-узловой ЭС и ОСР с «дыркой» (б) при БУ-3; ОСР при БУ-1 (в) и БУ-2 (г)

Если индуктивное сопротивление X_{13} будет таким, что эти два крайних эллипса будут касаться друг друга, то «дырка» исчезнет. При меньших значениях X_{13} «дырки» также не будет, т.к. два крайних эллипса пересекаться не будут. Например, если уменьшить величину Z_{13} до $j45 \Omega$, усилив связь узла 1 с БУ-3, то тогда, хотя ГМ также будет представлять собой эллипсоидный полый цилиндр (рис. 7.а), «дырка» в ОСР исчезнет, как показано на рис. 7.б. ОСР при других БУ качественно не изменятся и будут аналогичны представленным на рис. 6.в-г.

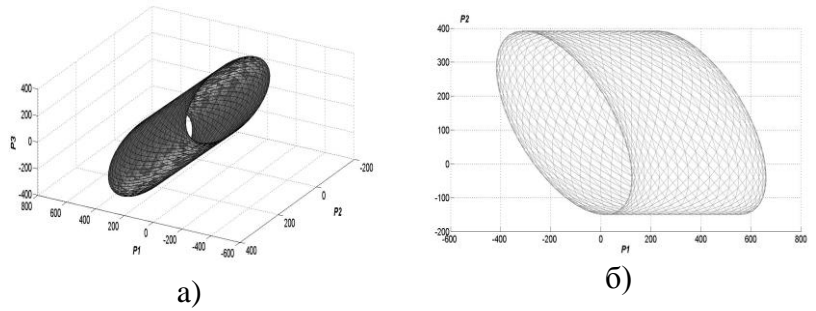


Рисунок 7 – ГМ 3-узловой ЭС (а) и ОСР (б) при БУ-3

Рассмотрение всей совокупности УР ЭС как ГМ позволило воспользоваться инструментариями дифференциальной геометрии для исследования особенностей УУР. Анализ линеаризованных УУР (1) показал, что вектором нормали ГМ является вектор $\lambda = [\lambda^P, \lambda^Q, \lambda_b]^T$, отвечающий системе линейных уравнений (СЛУ)

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial \Delta P_{PQ+PV}}{\partial \delta_{PQ+PV}} & \frac{\partial \Delta P_{PQ+PV}}{\partial V_{PQ}} \\ \frac{\partial \Delta Q_{PQ}}{\partial \delta_{PQ+PV}} & \frac{\partial \Delta Q_{PQ}}{\partial V_{PQ}} \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \lambda^P \\ \lambda^Q \end{bmatrix} = -\lambda_b^P \begin{bmatrix} \frac{\partial \Delta P_b}{\partial \delta_{PQ+PV}} \\ \frac{\partial \Delta P_b}{\partial V_{PQ}} \end{bmatrix}^T, \quad (4)$$

в которой матрица коэффициентов является транспонированной матрицей Якоби УУР. Вектор нормали определяется системой (4) с точностью до множителя. Задав конкретное значение компоненты БУ $\lambda_b^p \neq 0$, остальные находятся решением (4). В свою очередь, исследование компонент вектора нормали ГМ показало их взаимосвязь через относительные приросты потерь активной мощности:

$$\lambda_m^p = (1 - \partial\pi/\partial P_m) \lambda_b^p; \quad \lambda_m^q = -\partial\pi/\partial Q_m \lambda_b^p. \quad (5)$$

Вектор нормали ГМ не зависит от выбора БУ, т.к. при смене БУ решение СЛУ (4) не изменится, если компоненту вектора нормали нового БУ установить равной значению этой компоненты, получаемой из (4) при старом БУ. Учет этого, а также анализ (4)-(5) позволили установить, что в ПР компонента вектора нормали БУ равна нулю, а относительный прирост потерь активной мощности БУ - единице. Поэтому БУ в ПР не способен поддержать режим одного или ряда узлов ЭС. Все его попытки сбалансировать активную мощность в ЭС будут нивелироваться потерями активной мощности, обусловленными такими манипуляциями. БУ в ПР как бы теряет электрическую связь с частью или со всей ЭС. Это соответствует отсутствию БУ в вычислительной модели потокораспределения со всеми вытекающими последствиями. Неспособность БУ поддержать УР даже в некоторых узлах определяет ПР ЭС. В реальных ЭС изменение месторасположения БУ делает этот УР непределным. Только в консервативной ЭС ПР останется предельным безотносительно выбора БУ. Также дальнейшие исследования показали, что в ПР, при наличии в схеме замещения PQ узлов, результирующий относительный прирост потерь реактивной мощности узлов, участвующих в балансировке реактивной мощности ЭС, тоже равен единице. Поэтому в ПР эти узлы не могут поддержать режим реактивной мощности в ряде или всех других узлах ЭС. Любые манипуляции узлов, участвующих в балансировке реактивной мощности в ЭС, будут нивелироваться потерями реактивной мощности, вызванными этими манипуляциями.

Интерпретация ГПР в подпространстве задаваемых мощностей узлов как границы проекции ГМ на это подпространство вдоль оси активной мощности БУ позволила также выявить связь между вектором нормали ГМ в ПР и вектором нормали ГПР. Поскольку в ПР компонента вектора нормали, соответствующая активной мощности БУ, равна нулю, этот вектор в ПР ортогонален оси активной мощности БУ и поэтому проецируется на подпространство задаваемых мощностей в натуральную величину. Поэтому компоненты вектора нормали ГПР будут в точности равны соответствующим компонентам вектора нормали ГМ в ПР.

Другой важной характеристикой ГМ является кривизна. Исследования показали, что кривизна нормального сечения ГМ определяется отношением двух квадратичных форм гиперповерхности

$$\chi = \frac{dX^T [\partial^2 \Delta F^T N / \partial X^2] dX}{dX^T [\partial \Delta F / \partial X]^T [\partial \Delta F / \partial X] dX} = \frac{II}{I}, \quad (6)$$

где $N = \lambda / \|\lambda\|_2$ - единичный вектор нормали ГМ; $[\partial \Delta F / \partial X]$ - матрица Якоби УУР (1). Первая квадратичная форма I задает так называемую метрику Римана гиперповерхности в координатах параметризующих переменных X , т.е. фазовых углов узлов и модулей напряжения PQ узлов, и всегда положительна, т.к. она определяет квадрат элемента длины на гиперповерхности в пространстве мощностей. Величина второй квадратичной формы II может быть, как положительной, так и отрицательной. Довольно часто на практике при решении различных задач ЭС возникает необходимость гарантии того, что ОСР в исследуемой окрестности является выпуклой. Такая потребность возникает также при решении оптимизационных задач, чтобы получить глобальный минимум или гарантировать существование непрерывной

траектории перемещения режима ЭС от одной рабочей точки к другой, желаемой. Исследования показали, что для этого важно, чтобы матрица второй квадратичной формы ГМ была положительно определенной, что соответствует условию выпуклости ГМ в области рассматриваемых режимов.

Таким образом, проведенные исследования подтвердили предположение о том, что получаемые ПР ЭС зависят от выбора БУ. Поскольку обычно для расчета и анализа статической апериодической устойчивости ЭС используются модели с шиной неограниченной мощности, а именно - модели потокораспределения с БУ, расчетные предельные по статической апериодической устойчивости режимы ЭС и, как следствие, коэффициенты запаса статической устойчивости будут зависеть от выбора БУ. Поэтому представляет интерес рассмотрение предельных по статической апериодической устойчивости режимов позиционной модели ЭС, в которой БУ не назначается и явно не используется. Были проведены исследования позиционной модели, включая модальный анализ, которые показали, что эта модель неявно использует и реализует идеологию распределенного БУ (РБУ), и ее предельные по статической апериодической устойчивости режимы в точности соответствуют ПР модели потокораспределения с РБУ, в котором коэффициенты участия узлов в балансировке активной мощности ЭС назначены прямо пропорционально постоянным инерции T_m синхронных машин. Полученный критерий предельных по статической апериодической устойчивости режимов позиционной модели

$$\sum T_m \lambda_m^p = 0 \quad (7)$$

обобщает критерий Вагнера-Эванса на сложные многомашинные системы. Согласно (7), в предельных по статической апериодической устойчивости режимах позиционной модели ЭС вектор постоянных инерций ортогонален вектору нормали ГМ. Поскольку постоянные инерции T_m всегда положительны, а компоненты вектора нормали гиперповерхности мощностей λ_m^p взаимосвязаны через относительные приросты потерь мощности (5), предельный режим позиционной модели в заданном направлении утяжеления будет находиться дальше в пространстве напряжений, но ближе в пространстве мощностей, чем предельный режим модели с шинами неограниченной мощности. В теории и практике режимов ЭС коэффициент запаса статической устойчивости обычно определяется в терминах мощностей. В этом случае позиционная модель будет давать заниженную оценку коэффициента запаса статической устойчивости ЭС. Теоретические исследования автора показали, что предпочтительной для определения расчетных ПР является модель ЭС с шинами неограниченной мощности, в ПР которой относительные приросты потерь всех узлов не превышают единицу. Этот ПР будет статически апериодически устойчивым как для позиционной модели, так и модели с шинами неограниченной мощности с любым другим месторасположением БУ. Для реализации такой расчетной модели достаточно дополнить блоки утяжеления проверкой относительных приростов потерь мощности. Если на очередном шаге утяжеления окажется, что для какого-то узла относительный прирост потерь активной мощности превысил единицу, то этот узел следует переназначить балансирующим и продолжить утяжеление. Найденный таким образом ПР даст наибольшую величину нагрузки ЭС для заданной траектории утяжеления.

Вторая глава посвящена исследованию методов расчета потокораспределения. Рассмотрено влияние формы уравнений УР и системы координат на вычислительные характеристики метода Ньютона. Представлено исследование быстрых разделенных методов Ньютона, методов второго и более высокого порядков, методов Ньютона по параметру и их модификаций, использующих инструментарий теории нелинейного программирования. Разработан вычислительно эффективный и робастный алгоритм

расчета потокораспределения, который дает решением статически устойчивый УР, если такой существует при заданных исходных данных, а в случае его отсутствия – рекомендации для его получения.

Основой существующих вычислительно эффективных моделей и методов расчета УР, в том числе реализованных в промышленных (коммерческих) программах, являются уравнения узловых напряжений и метод Ньютона. К настоящему времени предложено довольно много алгоритмов расчета УР ЭС, использующих ту или иную форму УУР в прямоугольной или полярной системах координат. Поэтому представляет интерес исследование влияния формы УУР и системы координат переменных на вычислительные характеристики метода Ньютона. Рассматривались четыре вычислительные модели потокораспределения: УУР в форме баланса мощностей, токов в полярной, прямоугольной системе координат, а также в форме баланса токов мощности (м-токов) в полярной системе координат:

$$\begin{aligned} \Delta I_{Pk} &= P_k / V_k - \sum_m V_m (G_{km} \cos \delta_{km} + B_{km} \sin \delta_{km}) = 0; \\ \Delta I_{Qk} &= Q_k / V_k + \sum_m V_m (B_{km} \cos \delta_{km} - G_{km} \sin \delta_{km}) = 0. \end{aligned} \quad (8)$$

Взяв в качестве основы для сравнения линеаризованные УУР в форме баланса мощностей в полярной системе координат

$$\begin{vmatrix} \frac{\partial \Delta P}{\partial \delta} & \frac{\partial \Delta P}{\partial V} \\ \frac{\partial \Delta Q}{\partial \delta} & \frac{\partial \Delta Q}{\partial V} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \Delta \delta \\ \Delta V \end{vmatrix} = - \begin{vmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{vmatrix}, \quad (9)$$

и приведя линеаризованные уравнения других моделей к аналогичной форме записи, было установлено, что линеаризованные уравнения всех этих вычислительных моделей полностью совпадают, за исключением диагональных элементов подматриц (9). Так, в вычислительных моделях в форме баланса мощностей в полярной или прямоугольной системе координат, эти элементы определяются выражениями:

$$\left(\frac{\partial \Delta P}{\partial \delta} \right)_{kk}^i = B_{kk} V_k^{i2} + Q_k^i; \quad \left(\frac{\partial \Delta Q}{\partial \delta} \right)_{kk}^i = G_{kk} V_k^{i2} - P_k^i; \quad (10)$$

$$\left(\frac{\partial \Delta P}{\partial V} \right)_{kk}^i = -G_{kk} V_k^i - P_k^i / V_k^i; \quad \left(\frac{\partial \Delta Q}{\partial V} \right)_{kk}^i = B_{kk} V_k^i - Q_k^i / V_k^i, \quad (11)$$

где P_k^i и Q_k^i - расчетные мощности узла k , вычисленные на i -ой итерации суммированием потоков мощности, протекающих по отходящим от узла k линиям. Очевидно, в точке решения они должны быть равны заданным активной и реактивной мощности в узле k . Вычислительная модель в форме баланса м-токов в полярной системе координат в (11) вместо расчетных мощностей P_k^i и Q_k^i использует заданные мощности PQ узлов, а вычислительные модели в форме баланса токов в прямоугольной и полярной системе координат также в (10) вместо расчетных используют заданные мощности узлов. Интересно отметить, что линеаризованные уравнения метода Z -матрицы отличаются от рассмотренных моделей также только диагональными элементами (10)-(11), в которых вместо расчетных мощностей используются нулевые значения.

Таким образом, расчетные выражения вычислительных моделей потокораспределения метода Ньютона отличаются друг от друга только тем, что именно используется в качестве расчетных узловых мощностей в выражениях диагональных элементов подматриц матрицы Якоби: заданные мощности узлов, либо полученные из уравнения баланса мощности в узле в начале итерации, или их сочетание, либо нулевые значения. Однако, несмотря на такое, казалось бы, «небольшое» различие, вычислительные эксперименты на реальных схемах ЭС, включая схемы ОЭС и ЕЭС России, показали, что эти модели обладают как разной скоростью сходимости, так и надежностью получения решения. Наиболее надежной, и к тому же, быстродействующей оказалась м-токовая модель в полярной системе

координат (8). Только она с гладкого старта смогла рассчитать все тестируемые схемы реальных ЭС, потребовав наименьшее количество итераций.

Метод Ньютона, обладая квадратичной скоростью сходимости, обеспечивает получение решения обычно за 3-6 итераций. Однако его недостатком является требование хорошего начального приближения. Гладкий старт не всегда дает возможность получить решение. Поэтому довольно часто используют так называемые «стартовые алгоритмы» для оценки начального приближения. В качестве такового в промышленных программах расчета УР нередко используются несколько (1-7) итераций метода Зейделя. Однако метод Зейделя не всегда дает хорошее начальное приближение, а для некоторых схем, наоборот, катастрофически ухудшает его. Поэтому вызывают интерес методы, обладающие большей надежностью, чем метод Ньютона. Согласно зарубежным источникам одним из таких считается быстрый разделенный метод Ньютона (БРН).

Разделенные методы обычно работают по итерационной схеме:

$$[H]\Delta\delta = -\Delta P(V, \delta); [L]\Delta V = -\Delta Q(V, \delta + \Delta\delta), \quad (12)$$

и различаются видом матриц, используя те или иные предположения, и на итерации вместо обычной СЛУ метода Ньютона (9) решаются две меньшей размерности (12). Этим достигается существенное сокращение времени на итерацию и требований по памяти. БРН используют постоянные симметричные матрицы, что существенно повышает не только быстродействие, но, как оказалось, и надежность.

Исследования показали, что большинство существующих модификаций БРН можно получить, а также предложить новые, если воспользоваться выражениями симметричного метода Ньютона:

$$\Delta P_k + \beta_k \Delta Q_k = P_k + \beta_k Q_k - V_k^2 G_{kk}^{sh} + V_k \sum_{m \neq k} V_m X_{km}^{-1} \sin \delta_{km} = 0; \quad (13)$$

$$\Delta Q_k - \beta_k \Delta P_k = Q_k - \beta_k P_k + V_k^2 \left(\sum_{m \neq k} X_{km}^{-1} + B_{kk}^{sh} \right) - V_k \sum_{m \neq k} V_m X_{km}^{-1} \cos \delta_{km} = 0,$$

основанного на предположении, что в реальных ЭС отношение активного сопротивления к реактивному для смежных линий обычно мало отличаются друг от друга. Здесь $\beta_k = \sum_{m \neq k} G_{km} / \sum_{m \neq k} B_{km}$; X_{km} - индуктивное сопротивление ветви km . Если уравнения (13) разделить на $(1 + \beta_k^2)$ и учесть, что $B_{km} = -(X_{km}(1 + (G_{km}/B_{km})^2))^{-1}$, можно получить вторую форму записи уравнений симметричного метода Ньютона, где вместо X_{km}^{-1} используется $-B_{km}$. Третья форма получается, если уравнения (13) разделить на $(1 + \beta_k^2)^{1/2}$. Поскольку $|Y_{km}| = (X_{km}(1 + (G_{km}/B_{km})^2)^{1/2})^{-1}$, то вместо X_{km}^{-1} будет $|Y_{km}|$.

Для выявления вычислительной эффективности и надежности БРН были проведены вычислительные эксперименты расчета УР тестовых схем 36-тью модификациями БРН, включая существующие, а также те, которые можно получить из трех форм записи выражений симметричного метода Ньютона (13) и их сочетаний. Результаты тестирования показали, что БРН имеют ограниченную область применения. Это, прежде всего ЭС, в схемах замещения которых активные сопротивления ветвей не превосходят индуктивные. Для таких ЭС БРН являются быстродействующими и достаточно надежными, требуя обычно чуть больше итераций, чем метод Ньютона, а для расчета утяжеленных УР - в среднем в два раза больше. Для других ЭС, БРН могут, как работать, так и не работать, например, они смогли рассчитать УР только двух из семи ОЭС России, не рассчитали режим ЕЭС, что позволяет их рассматривать как «узкоспециализированные». Для таких систем БРН не могут также использоваться в качестве «стартовых» алгоритмов для оценки

начального приближения переменных, т.к. довольно часто начинают расходиться с первой же итерации.

Порядок старшей производной, используемой в рекуррентном выражении итерационного процесса, определяет порядок численного метода. Метод Ньютона относится к методам первого порядка, т.к. на каждой итерации использует линейную аппроксимацию

$$[\partial \Delta F^i / \partial X] \Delta X^{i+1} = -\Delta F(X^i) \quad (14)$$

разложения системы нелинейных уравнений $\Delta F(X) = 0$ в ряд Тейлора

$$\Delta F(X^{i+1}) = \Delta F(X^i) + [\partial \Delta F^i / \partial X] \Delta X^{i+1} + 0,5(\Delta X^{i+1})^T [\partial^2 \Delta F^i / \partial X^2] \Delta X^{i+1} + \dots = 0 \quad (15)$$

в окрестности точки приближения X^i . Очевидно, чем больше членов ряда разложения (15) учитывается методом, т.е. чем больше его порядок, тем точнее аппроксимируется исходная система, а значит на итерациях будет получено более точное решение и потребуется меньшее их число. Поэтому рядом авторов предложены так называемые методы второго и даже более высокого порядка на основании утверждения, что они существенно превосходят метод Ньютона в быстродействии и надежности.

Однако очевидно, что чем выше порядок метода, тем больше приходится выполнять вычислений на каждой итерации и, как правило, тем больше требования по объему памяти. Поэтому в основном получили распространение методы второго порядка, которые при аппроксимации, следуя логике названия, должны основываться на сохранении нелинейности в виде квадратичной модели:

$$\Delta F(X^{i+1}) \approx \Delta F(X^i) + [\partial \Delta F^i / \partial X] \Delta X^{i+1} + 0,5(\Delta X^{i+1})^T [\partial^2 \Delta F^i / \partial X^2] \Delta X^{i+1} = 0. \quad (16)$$

УУР в форме баланса мощностей в прямоугольной системе координат являются квадратичными, их разложение в ряд Тейлора (15) не содержит членов выше второго порядка и в точности соответствует (16), причем $[\partial^2 \Delta F(X) / \partial X^2] = const = [H]$. Поэтому в методах второго порядка чаще всего используют именно эти уравнения.

Хотя цели методов второго порядка довольно легко сформулировать, но не так просто их реализовать. Дело в том, что прямые (безытерационные) методы решения известны только для систем линейных уравнений, а система квадратичных уравнений (16) может быть решена только итерационными методами. Поэтому учет членов второго порядка производится обычно косвенно, вдогонку, на последующих, начиная со второй, итерациях:

$$[J] \Delta X^1 = -\Delta F(X^0); \quad [J] \Delta X^{i+1} = -\Delta F(X^0) - 0,5(\Delta X^i)^T [H] \Delta X^i, \quad \forall i \geq 1, \quad (17)$$

где $[J] = [\partial \Delta F(X^0) / \partial X]$ или близка к ней, и искомое решение определяется выражением $X = X^0 + \Delta X^{i+1}$. При таком подходе на всех итерациях используется одна и та же матрица Якоби, при этом членами второго порядка «подправляется» только правая часть СЛУ (17). Хотя такие методы позиционируются как методы второго порядка, исследования показали, что они, на самом деле, являются только разновидностями модифицированного метода Ньютона с постоянной матрицей.

Другими подходами реализации методов второго порядка предложено корректировать членами второго порядка не только правую часть уравнений, но также и матрицу СЛУ, например, следующим образом:

$$([\partial \Delta F^i / \partial X] + 0,5(1 - \alpha) \Delta X_1^T [\partial^2 \Delta F^i / \partial X^2]) \Delta X = -\Delta F - 0,5 \alpha \Delta X_1^T [\partial^2 \Delta F^i / \partial X^2] \Delta X_1,$$

где ΔX_1 – решение СЛУ (14). Однако тестирование показало, что вычислительная эффективность таких методов второго порядка только в лучшем случае сопоставима с методами Ньютона.

Рядом авторов предложены так называемые методы «высокого» порядка, большинство из которых основаны на методе Чебышева, т.е. на использовании

представления функции $X = F(Z)$, обратной к функции $Z \equiv \Delta F(X) = 0$, в виде ряда Тейлора в окрестности начального приближения $Z^0 = \Delta F(X^0)$:

$$X = F(0) = F(Z^0) + [\partial F / \partial Z] (-Z^0) + 0,5(-Z^0)^T [\partial^2 F / \partial Z^2] (-Z^0) + \dots = 0, \quad (18)$$

который обычно реализуется в виде $X = X^0 + \sum_{j=1}^{\infty} (j!)^{-1} \Delta X^j$, где каждая компонента

$(j!)^{-1} \Delta X^j$ соответствует членам ряда (18) j -го порядка, а ΔX^j находится решением СЛУ:

$$[J] \Delta X^1 = -\Delta F(X^0); \quad [J] \Delta X^j = -\Psi(X^0, \Delta X^1, \Delta X^2, \dots, \Delta X^{j-1}), \quad \forall j > 1, \quad (19)$$

где $[J] = [\partial \Delta F / \partial X]$ - матрица Якоби УУР. Привлекательность методов, реализующих (18)- (19), состоит в том, что для учета очередных членов j -го порядка ряда Тейлора (18) требуется решение только одной СЛУ с одной и той же матрицей Якоби $[J]$, и при учете необходимого числа поправок можно получить решение с заданной точностью всего за одну итерацию. Однако вычислительные эксперименты показали очень медленную сходимость ряда (18). Для получения искомого решения с заданной точностью количество требуемых компонент ряда (18), т.е. количество необходимых решений СЛУ (19), более чем в 1,5 раза превышало требуемое число итераций модифицированного метода Ньютона с постоянной матрицей Якоби. Поэтому методы высокого (r -го) порядка, на каждой итерации ограничивающиеся членами r -го порядка ряда Тейлора (18)-(19), являются вычислительно неэффективными по сравнению с модификацией метода Ньютона, использующего одну и ту же матрицу Якоби на r итерациях.

Таким образом, исследования методов второго и высокого порядка, а также их модификаций, показали, что они не имеют преимуществ над обычными реализациями метода Ньютона, хотя часто в существующих публикациях такая методология сопровождается эпитетами «точный», «высокого порядка», «с существенной нелинейностью», «надежные», «существенно превосходящие метод Ньютона» и т.д. Фактически, из-за отсутствия итерационных методов решения системы квадратичных уравнений данные методы являются лишь модификациями метода Ньютона.

Довольно плодотворным подходом увеличения надежности метода Ньютона является использование свойства продолжаемости по параметру и реализации непрерывной деформации (гомотопии) в итерационной вычислительной процедуре расчета УР. В настоящее время существуют и предложены ряд модификаций метода Ньютона по параметру, различающиеся как используемыми нормами, так и алгоритмами вычисления параметра. Результаты вычислительных экспериментов показали, что, несмотря на имеющиеся различия, их вычислительная эффективность примерно одинаковая. Применение метода по параметру повышает надежность метода Ньютона и его основным действием является ограничение величины шага (параметра) так, чтобы избежать выхода итерационного процесса из области притяжения (сходимости) к искомому решению. Однако в ряде случаев методы по параметру могут вместо искомого решения сойтись к точке на гиперповерхности вырожденности матрицы Якоби. Чтобы этого избежать, необходимо использовать также идеологию доверительных областей, простейшей реализацией которой является ограничение изменения значений переменных на итерации до заранее заданной величины. Методы Ньютона по параметру являются более надежными, чем обычные методы Ньютона, и их можно рассматривать, как попытку расширить область сходимости метода Ньютона, или иначе, как способ получения достаточно близких начальных приближений. Однако иногда оценка начального приближения для методов Ньютона

по параметру также является крайне важной. Исследования показали, что если в УУР все генераторы, оснащенные системой АРВ, моделируются PV узлами, то в статически апериодическом устойчивом режиме все определители ведущих микроматриц (ВМ) треугольного разложения матрицы Якоби УУР являются положительными. Основным из условий существующих теорем о сходимости метода Ньютона является требование, чтобы определитель матрицы Якоби в ходе итерационного процесса решения не изменял знак. Если в точке начального приближения имеются ВМ с отрицательным определителем (ВМО), то самое лучшее, что может сделать метод Ньютона по параметру – получить решение, для которого число ВМО будет соответствовать точке начального приближения. Поэтому метод Ньютона по параметру не способен обеспечить получение статически апериодически устойчивого режима, если в точке начального приближения имеются ВМО. Одним из способов получения начального приближения без ВМО является использование в качестве стартового алгоритма несколько итераций метода Зейделя. Однако, для некоторых ЭС использование метода Зейделя может ухудшить начальное приближение, и даже увеличить число ВМО. В связи с этим большое внимание заслуживает вычислительная модель потокораспределения в форме баланса м-токов в полярной системе координат (8). Как следует из теоретического анализа и подтверждается результатами вычислительных экспериментов, при гладком старте эта модель не имеет ВМО. Поэтому, при существовании статически апериодически устойчивого режима для заданных исходных данных, м-токовая модель при надлежащем выборе параметра обеспечивает его вычисление.

Таким образом, выполненные теоретические и экспериментальные исследования показали, что наиболее надежным, а также обладающим наибольшей скоростью сходимости, является метод Ньютона (по параметру) на основе вычислительной модели потокораспределения в форме баланса м-токов в полярной системе координат. Только эта модель позволила рассчитать все тестируемые схемы ОЭС и ЕЭС России с гладкого старта, потребовав при этом наименьшее число итераций. При надлежащем выборе длины шага такой метод с гладкого старта обеспечивает получение решением статически апериодически устойчивого режима, если такой существует для заданных исходных данных.

Третья глава посвящена разработке и исследованию модели нелинейного программирования ПР ЭС. Представлен обзор литературы, существующих вычислительных моделей и подходов нахождения ПР. Предложена и теоретически обоснована НЛПР модель нелинейного программирования ПР ЭС. Представлены теоретические исследования НЛПР модели, рассмотрены вычислительные аспекты реализации.

Анализ существующей литературы показал, что основной чертой существующих подходов нахождения ПР заключается в добавлении к вычислительной модели УР «внешних» критериев ПР в качестве «принудительного» механизма для «перемещения» режима ЭС к ПР. Когда УР ЭС находится вдали от ПР, эти критерии довольно часто дают неадекватную оценку для такого «перемещения». Как следствие, требуется либо большой объем вычислений, либо не гарантируется робастность алгоритмов. Вместе с тем ПР ЭС является прежде всего УР, но некоторые параметры которого принимают предельные (экстремальные) значения. Принимая состав зависимых и независимых переменных как в вычислительной модели расчета УР, рассмотрим задачу условной оптимизации:

$$\min f(X, Y) \tag{20}$$

при условии (ограничениях)

$$\Delta F(X, Y) = 0. \quad (21)$$

Здесь (20) – некоторая функция цели, а (21) – система УУР в векторной форме. Вектор оптимизируемых переменных представлен в виде двух векторов X и Y . В теории нелинейного программирования все оптимизируемые переменные рассматриваются равнозначными и такое разделение не используется. Оно было введено при разработке алгоритмов метода приведенного градиента для задачи оптимизации режимов ЭС. На основе теоремы о неявной функции оптимизируемые переменные были сгруппированы в зависимые X и независимые Y переменные, что позволило значительно уменьшить сложность решения задачи оптимального потокораспределения, разделив ее на две подзадачи – расчет режима (решение системы нелинейных уравнений (21)) и шаг оптимизации в пространстве независимых переменных Y .

Функция Лагранжа для задачи (20)-(21) может быть представлена как

$$L = f(X, Y) + \Delta F(X, Y)^T \lambda = 0.$$

Здесь λ представляет собой вектор вспомогательных переменных, называемых множителями Лагранжа, каждый из которых может быть ассоциирован с соответствующим уравнением ограничения в форме равенства исходной задачи условной оптимизации. Множители Лагранжа определяют стоимость ограничения в форме равенства с точки зрения целевой функции.

Необходимые условия оптимальности задачи (20)-(21) определяются следующими уравнениями:

$$\nabla_X L = \nabla_X f + [\partial \Delta F / \partial X]^T \lambda = 0; \quad (22)$$

$$\nabla_Y L = \nabla_Y f + [\partial \Delta F / \partial Y]^T \lambda = 0;$$

$$\nabla_\lambda L = \Delta F(X, Y) = 0.$$

Здесь $\nabla_X L = [\partial L / \partial X]^T$ есть градиент функции L относительно вектора X .

Если градиент целевой функции (20) по зависимым переменным равен нулю, т.е. $\nabla_X f = 0$, условие (22) перейдет в

$$\nabla_X L = [\partial \Delta F / \partial X]^T \lambda = 0. \quad (23)$$

В свою очередь, если состав вектора X задачи нелинейного программирования (20)-(21) отвечает вектору зависимых переменных задачи расчета УР, тогда матрица $[\partial \Delta F / \partial X]$ в (22) и (23) будет соответствовать матрице Якоби УУР. В этом случае выражение (23) для $\lambda \neq 0$ определяет ее вырожденность, т.е. ПР.

Для того чтобы гарантировать (23), достаточно исключить зависимые переменные задачи расчета УР из целевой функции (20). В этом случае решением задачи нелинейного программирования (20)-(21) будет ПР, соответствующий минимуму целевой функции (20). С помощью этой модели, названной **НЛПР** моделью, можно рассчитывать различные ПР, например, ближайшие ПР. Для этого необходимо использовать соответствующую целевую функцию. Применение НЛПР модели для решения задач ПР рассмотрено в последующих главах 4 и 5. Кроме этого, НЛПР модель имеет также важное теоретическое значение. Учитывая особенности предложенной НЛПР модели, рассмотрим математическую модель оптимального потокораспределения:

$$\min f(P, Q) \quad (24)$$

при условиях

$$\Delta P(P, \delta, V) = 0; \quad \Delta P_b(P_b, \delta, V) = 0; \quad \Delta Q(Q, \delta, V) = 0,$$

где индексом b отмечен БУ, который, для упрощения выражений, принят также в качестве базисного. Это может быть любой узел, участвующий в задаче оптимизации.

Функция Лагранжа для задачи (24) может быть представлена как

$$L = f(P, Q) - \Delta P(P, \delta, V)^T \lambda^P - \Delta P_b(P_b, \delta, V) \lambda_b^P - \Delta Q(Q, \delta, V)^T \lambda^Q.$$

Поэтому необходимые условия оптимальности даются следующими уравнениями:

$$\partial L / \partial P_m = \partial f / \partial P_m - \lambda_m^P = 0; \quad \partial L / \partial P_b = \partial f / \partial P_b - \lambda_b^P = 0; \quad \partial L / \partial Q_m = \partial f / \partial Q_m - \lambda_m^Q = 0; \quad (25)$$

$$\begin{bmatrix} \nabla_{\delta} L \\ \nabla_{V} L \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \partial \Delta P / \partial \delta & \partial \Delta P / \partial V \\ \partial \Delta Q / \partial \delta & \partial \Delta Q / \partial V \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \lambda^P \\ \lambda^Q \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \partial \Delta P_b / \partial \delta^T \\ \partial \Delta P_b / \partial V^T \end{bmatrix} \lambda_b^P = 0. \quad (26)$$

Если сравнить (26) с (4), то оказывается, что вектор множителей Лагранжа $[\lambda^{P^T}, \lambda^{Q^T}, \lambda_b^P]^T$ задачи оптимального потокораспределения (24) является ни чем иным как вектором нормали ГМ ЭС, рассмотренной в первой главе. Там же были получены соотношения между компонентами этого вектора (5).

Соотношения (25) и (5) между множителями Лагранжа позволяют получить интересную интерпретацию ПР, если рассмотреть задачу оптимального потокораспределения с функцией цели $f = \sum C_m P_m \rightarrow \min$, где C_m есть заявочная цена m -й станции за 1 кВтч отпущенной электроэнергии.

Предположим, что у мощной ГЭС в узле k переполнено водохранилище и необходимо «вхолостую» сбросить воду, либо продать электроэнергию по любой цене. ГЭС заявляет низкую цену. Предположим также, что в результате сетевой ремонтной компании ослаблена пропускная способность линий, отходящих от станции. Сколько электроэнергии может продать ГЭС? Это определяется соотношениями (25) и (5), которые для данного случая примут вид $\lambda_k^P = \partial f / \partial P_k = C_k = (1 - \partial \pi / \partial P_k) C_b$. Полагая, что $C_k \ll C_b$, можно получить $1 - \partial \pi / \partial P_k = C_k / C_b \approx 0$. Когда ГЭС анонсирует нулевую цену, $\lambda_k^P = C_k = 0$ и $\partial \pi / \partial P_k = 1$, т.е. станция будет загружена так, что последующее увеличение ее активной мощности будет идти только на вызываемые этим потери. Если при расчете УР такая станция не является БУ, тогда УР не будет предельным, т.к. возможна дополнительная загрузка ее и других узлов. Как только относительный прирост потерь для ГЭС превысит единицу, дальнейший рост ее генерации приведет к снижению полезно полученной мощности, которую восполнит БУ. Если при расчете УР данная станция будет назначена балансирующей, тогда УР будет предельным по существованию. Действительно, в этом случае (25) и (26) примут вид:

$$\lambda_b^P = 0; \quad (27)$$

$$\begin{vmatrix} \partial \Delta P / \partial \delta & \partial \Delta P / \partial V \\ \partial \Delta Q / \partial \delta & \partial \Delta Q / \partial V \end{vmatrix}^T \begin{bmatrix} \lambda^P \\ \lambda^Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (28)$$

Матрица левой части системы (28) является транспонированной матрицей Якоби УУР, а поскольку условие (28) при $\lambda^P, \lambda^Q \neq 0$ определяет ее вырожденность, это соответствует ПР ЭС. Таким образом, ПР можно охарактеризовать как невозможность балансирующего узла поддерживать УР ЭС, поскольку все его действия по балансировке режима будут сведены на нет возникающими при этом потерями активной мощности. В случае изменения БУ в ПР, условия (27)-(28) выполняться не будут, если новый БУ имеет ненулевой множитель Лагранжа в (28), т.е. смена БУ в ПР делает этот режим неопредельным. Подробные объяснения этого, также как возможные исключения, были рассмотрены в первой главе.

В реальных задачах поиска предельных режимов по статической устойчивости или существования режимов ЭС необходимо учитывать различного рода технологические пределы (ограничения) для имеющегося электрооборудования. В этом случае НЛПР модель должна быть дополнена соответствующими ограничениями

– неравенствами. При этом, согласно полученным соотношениям (23), (27)-(28), чтобы решением задачи нелинейного программирования был ПР, необходимо обеспечить соответствие состава зависимых и независимых переменных задаче расчета УР, т.е. должен быть назначен обычный или распределенный БУ, а синхронные машины, оснащенные системой АРВ, должны представляться PV-типом с учетом диапазона возможного изменения реактивной мощности, как при расчете УР. Это можно реализовать разными способами. Наиболее простым является подход, аналогичный процедуре учета генераторных узлов стандартной задачи расчета УР, т.е. сменой типов узлов в ходе итерационного процесса, что соответствует изменению состава зависимых и независимых переменных. Такой подход учета генераторных узлов обладает определенными преимуществами, например, простотой алгоритмической реализации, довольно быстрой сходимостью, однако имеется существенный недостаток - не позволяет получить решение, если расчетный ПР будет соответствовать бифуркации, индуцированной пределом реактивной мощности генератора (limit-induced bifurcation - LIB), вызывающей «немедленную» статическую неустойчивость. Более универсальным подходом, лишенным этого недостатка, является моделирование системы АРВ ограничениями в форме неравенств:

$$V_k = V_k^0 + dV_k^- - dV_k^+; \quad dV_k^- \geq 0; \quad dV_k^+ \geq 0; \quad (29)$$

$$(Q_k - Q_k^-)dV_k^- \leq 0; \quad (Q_k^+ - Q_k)dV_k^+ \leq 0; \quad Q_k^- \leq Q_k \leq Q_k^+,$$

реализующими так называемые комплементарные ограничения, т.е. уравнения взаимозависимости параметров системы АРВ. Здесь V_k^0 - значение напряжения, поддерживаемое системой АРВ; Q_k^- и Q_k^+ - нижний и верхний пределы реактивной мощности.

Таким образом, воспользовавшись стандартной записью задачи нелинейного программирования, НЛПР модель с учетом технологических ограничений может быть представлена в следующем общем виде:

$$\min f(y) \quad (30)$$

при условиях

$$\Delta h(x, y, z) = 0; \quad \psi(z, x) \leq 0; \quad g^- \leq g(x) \leq g^+;$$

$$y^- \leq y \leq y^+; \quad z^- \leq z \leq z^+; \quad x^- \leq x \leq x^+.$$

Здесь x - вектор фазовых углов и модулей напряжения; y - активные мощности узлов и реактивные мощности PQ узлов; z - реактивные мощности узлов, оснащенных системой АРВ; $\Delta h(x, y, z) = 0$ – вектор-функции УУР; $\psi(z, x) \leq 0$ – вектор-функции комплементарных ограничений (29); $g^- \leq g(x) \leq g^+$ – сетевые ограничения перетока активной мощности в контролируемых сечениях, токов в линиях; верхними индексами «+» и «-» помечены верхние и нижние пределы переменных.

Для численного решения задачи условной оптимизации (30) предложено использовать метод внутренней точки, при реализации которого все ограничения в форме неравенства преобразуются в соответствующие уравнения ограничений в форме равенства за счет введения дополнительных положительных переменных, а к функции цели добавляется барьерная функция – минус сумма логарифмов введенных положительных переменных с весовым множителем. Очевидно, что из-за введения вспомогательных положительных переменных увеличивается размерность решаемой задачи, однако исследования показали, что вспомогательные переменные и соответствующие множители Лагранжа можно непосредственно исключить из полной системы линеаризованных уравнений метода внутренней точки, редуцировав ее до базисной системы

$$\begin{bmatrix} \left[\partial^2 \Delta h^T \lambda_h / \partial x^2 + dH \right] & \left[\partial \Delta h / \partial x + dJ \right]^T & \left[\partial \Delta g / \partial x \right]^T \\ \left[\partial \Delta h / \partial x + dJ \right] & -dD_h^{-1} & 0 \\ \left[\partial \Delta g / \partial x \right]^T & 0 & -dD_g^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta \lambda_h \\ \Delta \lambda_g \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \nabla_x L + d\nabla_x L \\ \Delta h + d\Delta h \\ \Delta g + d\Delta g \end{bmatrix}. \quad (31)$$

Здесь λ_h - вектор множителей Лагранжа вектор-функций УУР $\Delta h(x, y, z) = 0$; символ D соответствует диагональным подматрицам, а префиксом d указаны компоненты (подматрицы), добавленные в процессе получения базисной системы. После решения базисной системы, изменения остальных переменных находятся из соответствующих линейаризованных выражений.

Матрица системы (31) является симметричной и разреженной. Если в решаемой задаче нелинейного программирования отсутствуют сетевые ограничения перетока активной мощности в сечениях, то эту базисную систему (31) можно еще больше редуцировать, не снижая ее разреженность, если из последнего уравнения (31) выразить $\Delta \lambda_g$ и подставить в первое. В этом случае уменьшится размерность базисной системы без какого-либо увеличения заполнения ее подматриц, и эту базисную систему структурно можно представить в следующем виде

$$\begin{bmatrix} H & J^T \\ J & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta \lambda_h \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \nabla_x L' \\ \Delta h' \end{bmatrix}, \quad (32)$$

Число уравнений и неизвестных СЛУ (32) только в два раза больше, чем для стандартной задачи расчета УР. Матрица этой системы является симметричной. Структура расположения ненулевых элементов подматриц $[H]$ и $[J]$ в точности соответствует структуре матрицы Якоби УУР $[\partial \Delta h / \partial x]$, а подматрица $[D]$ является диагональной. Это позволяет, используя микроматрицы, т.е. группируя и записывая уравнения и переменные системы (32) отдельно по узлам, сформировать СЛУ, структура матрицы которой соответствует матрице Якоби УУР, и воспользоваться эффективными технологиями разреженных матриц, хорошо себя зарекомендовавшими в программах расчета УР.

Четвертая глава посвящена разработке вычислительных **НЛПР-Н** моделей нелинейного программирования поиска ПР ЭС в заданном направлении утяжеления. Выявлены и проанализированы особенности и вычислительные трудности реализации НЛПР-Н модели. Предложен простой, точный, быстрый и надежный НЛПР-Н метод расчета ПР в заданном направлении утяжеления, использующий особенности структуры и условия оптимальности второго порядка НЛПР-Н модели. Представлены учет технологических ограничений, алгоритм НЛПР-Н метода поиска ПР с процедурой идентификации и определения индуцированной пределом реактивной мощности бифуркации. Предложена **НЛПР-НП** модель и разработан НЛПР-НП метод поиска ПР в заданном направлении утяжеления, учитывающие неточность прогноза узловых мощностей. Представлен подход и алгоритм определения критических сечений ЭС в ПР.

Используя результаты предыдущей главы, НЛПР-Н модель нелинейного программирования ПР в заданном направлении утяжеления можно представить в следующем виде:

$$\min -t \quad (33)$$

при условии

$$\Delta F(X, Y + tY) = 0. \quad (34)$$

Здесь t – скалярная переменная, которую обычно называют коэффициент загрузки; система (34) - это система нелинейных уравнений баланса активных мощностей в PV и PQ узлах и уравнений баланса реактивных мощностей в PQ узлах; вектор X

представляет углы напряжений узлов, кроме БУ, и модули напряжений PQ узлов; вектор Y задает активную и реактивную мощность в каждом узле нагрузки и активную мощность, вырабатываемую в каждом генераторном узле; вектор направления утяжеления dY задает определенные технологом изменения активной и реактивной мощности нагрузки, а также изменения в выработке активной мощности.

Функция Лагранжа задачи (33)-(34) может быть представлена в виде

$$L = -t + \Delta F(X, Y + tdY)^T \lambda.$$

Дифференцирование этой функции по всем переменным дает:

$$\nabla_X L = [J]^T \lambda = 0; \quad (35)$$

$$\nabla_\lambda L = \Delta F(X, Y + tdY) = 0; \quad (36)$$

$$\nabla_t L = -1 + dY^T \lambda = 0, \quad (37)$$

где $[J] = [\partial \Delta F / \partial X]$ - матрица Якоби УУР. Условие (37) гарантирует, что в точке решения задачи (33)-(34) вектор λ не равен нулю, поэтому (35) определяет вырожденность матрицы Якоби УУР, т.е. ПР.

Линеаризация (35)-(37) дает:

$$[H] \Delta X + [J]^T \Delta \lambda = -\nabla_X L; \quad (38)$$

$$[J] \Delta X + dY \Delta t = -\Delta F; \quad (39)$$

$$dY^T \Delta \lambda = -\nabla_t L, \quad (40)$$

где $[H] = [\partial^2 \Delta F^T \lambda / \partial X^2]$. Исследования показали, что матрица системы (38)-(40) имеет свойства, противоположные матрице Якоби УУР. Матрица Якоби УУР обычно хорошо обусловлена в нормальных режимах, но вырождена в ПР. В противоположность этому, матрица СЛУ (38)-(40) хорошо обусловлена в ПР, но плохо - в нормальных режимах, причем для "легких" режимов очень близка к вырожденной. Кроме этого система нелинейных уравнений (35)-(37) представляет собой условия оптимальности первого порядка для задачи (33)-(34), т.е. экстремума, который может быть или минимумом или максимумом. Установлено, что сочетание таких свойств систем (35)-(37) и (38)-(40) является причиной того, что для получения решения (33)-(34) существенным является задание достаточно хорошего начального приближения переменных, особенно вектора множителей Лагранжа. Иначе итерационный процесс решения (35)-(37) или не даст искомый ПР, или не сойдется.

Учет особенности структуры СЛУ (38)-(40), а также критерия оптимальности второго порядка НЛПР-Н модели:

$$Z^T [H] Z > 0, \quad (41)$$

$$\forall Z, Z_t : [J] Z + dY \cdot Z_t = 0, \quad (42)$$

позволили разработать простой, быстрый и надежный НЛПР-Н метод расчета ПР в заданном направлении изменения мощностей.

Анализ (41)-(42) показывает, что, в отличие от задачи безусловной оптимизации, в точке решения задачи (33)-(34) не требуется положительная определенность матрицы Гессе $[H]$. Достаточно иметь положительно определенную матрицу $[H]$ вдоль направления Z в пространстве зависимых переменных, удовлетворяющего условию (42). В тоже время сравнение (42) с (39) показывает, что система (39) при $\Delta F=0$ в точности соответствует (42), т.е. когда (39) является однородной. Поэтому, чтобы учесть условие (41)-(42) при решении задачи (33)-(34), вектор ΔX можно представить в виде суммы двух векторов

$$\Delta X = \Delta X_{dY} \Delta t + \Delta X_{\Delta F}, \quad (43)$$

где ΔX_{dY} и $\Delta X_{\Delta F}$ являются решением СЛУ:

$$[J] \Delta X_{dY} = -dY; \quad [J] \Delta X_{\Delta F} = -\Delta F, \quad (44)$$

и, используя (38) и (40), получить

$$\Delta t = -\left(a + \Delta X_{dY}^T [H] \Delta X_{dF}\right) / \Delta X_{dY}^T [H] \Delta X_{dY}, \quad (45)$$

где $a = \nabla_x L + \nabla_x L^T \Delta X_{dY}$.

Сравнение (44) с (42) показывает, что $\Delta X_{dY} = Z/Z_t$. Следовательно $\Delta X_{dY}^T [H] \Delta X_{dY} = Z^T [H] Z / Z_t^2$. Поэтому, чтобы обеспечить изменение переменных в «правильном» направлении, необходимо, согласно (41)-(42), иметь знаменатель в (45) положительным, в противном случае следует его «подправить». Наиболее простым подходом, который, кстати, обосновывается теоретически, является увеличение каждого диагонального элемента матрицы Гессе $[H]$ на положительную величину $\beta > 0$ в (38). В этом случае выражение (45) принимает вид

$$\Delta t = -\frac{a + \Delta X_{dY}^T [H] \Delta X_{dF} + \beta \Delta X_{dY}^T \Delta X_{dF}}{\Delta X_{dY}^T [H] \Delta X_{dY} + \beta \|\Delta X_{dY}\|_2^2}, \quad (46)$$

где символ $\|\cdot\|_2$ обозначает l_2 -норму. Для улучшения обусловленности решаемой задачи, в качестве β предложено использовать

$$\beta = \max \left\{ 0, -\frac{a + \Delta X_{dY}^T [H] \Delta X_{dF} + \Delta X_{dY}^T [H] \Delta X_{dY} \Delta t_{max}}{\Delta X_{dY}^T \Delta X_{dF} + \|\Delta X_{dY}\|_2^2 \Delta t_{max}} \right\},$$

где максимальное допустимое изменение Δt_{max} адаптивно переназначается на каждой итерации после определения ΔX_{dY} из (44) так, чтобы ограничить максимальное изменение углов напряжения узлов или других параметров режима на итерации. После определения Δt из (46), вектор ΔX находится из (43), а вектор λ - решением СЛУ

$$[J]^T \Delta \lambda = -(\nabla_x L + [H] \Delta X + \beta \Delta X). \quad (47)$$

НЛПР-Н модель является частным случаем НЛПР модели. В тоже время расчетные выражения НЛПР-Н метода (43)-(47) основаны на использовании особенности структуры системы линеаризованных уравнений НЛПР-Н модели (38)-(40). Учет ограничений реактивной мощности PV – узлов с помощью комплементарных ограничений вызывает появление ненулевых элементов в матрице $[D]$ базисной модели (32). Поэтому такой подход не может быть реализован в НЛПР-Н методе. Выходом из положения является использование процедуры учета пределов реактивной мощности генераторов, как при обычном расчете УР. Однако такой учет ограничений реактивной мощности генераторов не позволяет получить решение, если искомый ПР будет соответствовать бифуркации, индуцированной пределом реактивной мощности генератора (LIB). Особенности LIB приводят к тому, что при обычной процедуре учета PV узлов один или несколько генераторов переключают свой тип с PV на PQ и обратно, причем регулярно, мешая сойтись итерационному процессу решения. Учет особенностей LIB и НЛПР-Н метода позволили разработать вычислительно эффективные процедуры выявления и определения LIB, реализация которых позволила не только рассчитывать такие ПР, но также идентифицировать конкретные генераторы, чьи пределы реактивной мощности индуцировали их.

Актуальной задачей является оценка ПР с учетом ошибки прогноза мощностей узлов. Это можно реализовать, если воспользоваться ковариационным эллипсоидом узловых мощностей (рис. 8) и на основе НЛПР-Н модели сформировать НЛПР-НП модель:

$$\min -t \quad (48)$$

при условиях

$$\Delta F(X, Y + \xi Y + t dY) = 0; \quad (49)$$

$$(\gamma^2 - \xi Y^T [Cov]^{-1} \xi Y) / 2 = 0, \quad (50)$$

где вектор ξY представляет ошибку предсказания узловых мощностей; $[Cov]^{-1}$ представляет обратную матрицу ковариации вектора ξY ; γ^2 определяет доверительную область ковариационного эллипсоида. Если сформировать функцию Лагранжа L с вектором множителей λ для (49) и μ для (50), можно получить систему линеаризованных уравнений:

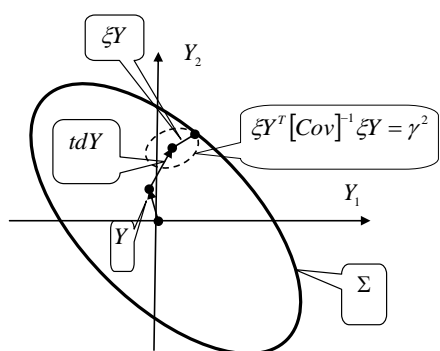


Рисунок 8 - ГПР Σ и ковариационный эллипсоид

(48)-(50) был разработан НЛПР-НП метод, который итеративно использует НЛПР-Н метод, позволяя реализовать НЛПР-НП модель с полностью заполненной матрицей ковариации для реальных ЭС.

В НЛПР-НП методе выражение (49) с вектором ξY как независимой переменной используется в качестве УУР. В начале пошаговой процедуры ошибка прогноза мощностей не рассматривается, нулевой вектор используется в качестве вектора ξY , и ПР в заданном направлении утяжеления dY определяется НЛПР-Н методом. После нахождения ПР, вектор ξY находится из следующего выражения

$$\xi Y = \gamma [Cov] \lambda / \sqrt{\lambda^T [Cov] \lambda}, \quad (52)$$

где λ является вектором множителей Лагранжа в полученном ПР. Затем для нового $Y + \xi Y$ следующий ПР в заданном направлении утяжеления dY определяется НЛПР-Н методом. При этом в качестве начальных значений переменных используются параметры предыдущего ПР. Это позволяет значительно ускорить расчеты. Такая пошаговая процедура повторяется до тех пор, пока новый вектор ξY (52) не совпадет с предыдущим.

Для выявления вычислительной эффективности предложенных методов были проведены вычислительные эксперименты на схемах ОЭС, ЕЭС России, а также IEEE тестовых ЭС. Анализ полученных результатов показал, что НЛПР-Н метод значительно превосходит существующие методы и алгоритмы расчета ПР в заданном направлении утяжеления. В среднем, определение ПР в заданном направлении НЛПР-Н методом по времени расчета сопоставимо с двумя обычными расчетами УР. НЛПР-НП метод, итеративно использующий НЛПР-Н, также обладает достаточно высоким быстродействием. Время расчета НЛПР-НП методом ПР в заданном направлении утяжеления с учетом ошибок прогноза узловых мощностей в среднем оказалось сопоставимо с 3,5 обычными расчетами УР.

В существующих методах расчета и анализа ПР, также как в предложенных НЛПР-Н(П) моделях и методах, используются узловые модели сети. Однако при планировании и оперативном управлении оценка тяжести режима, выбор мест и интенсивности приложения УВ выполняется, как правило, на основе измерения параметров режима в сечениях ЭС. В связи с этим возникает потребность перехода от

$$\begin{bmatrix} H & J^T & 0 & 0 \\ J & Cov/\mu & dY & -\xi Y/\mu \\ 0 & dY^T & 0 & 0 \\ 0 & -\xi Y^T/\mu & 0 & \xi Y^T \lambda/\mu^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta X \\ \Delta \lambda \\ \Delta t \\ \Delta \mu \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \nabla_x L \\ \nabla_\lambda L \\ \nabla_t L \\ \nabla_\mu L \end{bmatrix}. \quad (51)$$

В отличие от матрицы Якоби УУР и матрицы Гессе $[H]$, матрица ковариации $[Cov]$ в общем случае является полностью заполненной. Поэтому непосредственная реализация (51) для больших ЭС из-за объема вычислений является затруднительной, или вообще невозможной, и для решения задачи

узловых параметров к параметрам режима в сечениях ЭС, в частности, определения критического сечения ЭС по известным параметрам ПР, т.е. сечения ЭС, по которому наступает нарушение статической аperiodической устойчивости («развал») ЭС при переходе через ПР. Исследование уравнений малых колебаний в ПР показало, что критическое сечение можно идентифицировать с помощью правого собственного вектора нулевого собственного значения матрицы Якоби УУР. В результате был разработан алгоритм определения критического сечения в ПР.

Шаг 1. Вычислить правый собственный вектор R матрицы Якоби УУР, отвечающий нулевому собственному значению.

Шаг 2. Сформировать граф сети и присвоить каждой дуге km вес $|R_k - R_m|$. Найти дугу pq с максимальным весом и разрезать ее. Если вершины p и q несвязанны, идти к Шагу 5.

Шаг 3. Найти кратчайший путь между вершинами p и q , на котором идентифицировать дугу с максимальным весом и разрезать ее.

Шаг 4. Если вершины p и q связаны, идти к Шагу 3.

Шаг 5. Из разрезанных дуг сформировать критическое сечение.

Результаты вычислительных экспериментов показали, что выделенное критическое сечение часто связано с дефицитом реактивной мощности и определяет локальный район со значительным снижением напряжения. Такая ситуация характерна для IEEE тестовых схем, наиболее часто встречается при расчетах по полным схемам ЭС России, и редка при расчетах на схемах, используемых при оперативном управлении. Для последних выделенное сечение определяется пропускной способностью системообразующей сети и приводит к разбиению ЭС по активной мощности на дефицитную и избыточную части.

Пятая глава посвящена разработке и исследованию **НЛПР-Б_p** моделей нелинейного программирования ближайших ПР (**БПР**) в l_p -нормах, выбору моделей, наиболее подходящих для оценки коэффициентов запаса статической устойчивости, ввода режима ЭС в область существования и допустимую область. Представлен обзор литературы существующих вычислительных моделей БПР. Предложены и теоретически исследованы модели нелинейного программирования БПР в l_2 , l_∞ , l_1 и l_p -норме в общем виде. Исследовано влияние технологических ограничений параметров ЭС на БПР. Разработан подход учета пределов реактивной мощности генераторов, повышающий быстродействие вычислительных НЛПР-Б_p моделей. Определены модели БПР, наиболее адекватные для оперативного и противоаварийного управления.

Наиболее часто БПР ассоциируется с кратчайшим расстоянием (наименьшей длиной вектора dY) к ГПР. Т.к. минимум l_2 -нормы соответствует минимуму ее квадрата, НЛПР-Б₂ модель БПР в l_2 -норме может быть представлена следующим образом:

$$\min 0,5 \sum_{k \in SC} dY_k^2 \quad (53)$$

при условии

$$\Delta F(X, Y + dY) = 0. \quad (54)$$

Подмножество управляемых (SC) переменных dY_k , $k \in SC$, используемых для нахождения БПР, определяется СО в зависимости от решаемой задачи: оценка коэффициента запаса статической устойчивости, ввод режима в область существования и т.д. Все остальные элементы вектора dY принимаются равными нулю $dY_k = 0, k \notin SC$. В дальнейшем, чтобы упростить систему обозначений, предположим, что УУР (54) даны в форме баланса мощностей в полярной системе координат и $k \in SC$.

Если сформировать функцию Лагранжа L задачи (53)-(54), можно получить

следующие условия оптимальности:

$$\begin{aligned}\nabla_{\lambda} L &= \Delta F(X, Y + dY) = 0; \\ \nabla_X L &= [J]^T \lambda = 0; \\ \nabla_{dY_k} L &= dY_k + \lambda_k = 0,\end{aligned}\quad (55)$$

где $[J] = [\partial \Delta F / \partial X]$ представляет собой матрицу Якоби УУР.

Система нелинейных уравнений (55) имеет важную особенность. Если УУР $\Delta F(X, Y) = 0$ имеют решение и начальное приближение X переменных находится вблизи этого решения, тогда решением задачи (53)-(54) будет $dY = 0$. Поэтому модель (53)-(54) с (55) имеет ограниченную область применения, например, если имеется достаточно хорошее начальное приближения параметров ПР, или когда УУР $\Delta F(X, Y) = 0$ не имеют реального решения, например, как показано на рис. 9.а. При этом начальное приближение вектора X также играет важную роль, поскольку, если начальное приближение будет выбрано в противоположном квадранте близко к ГПП, то решением на рис. 9.а будет вектор $d\hat{Y}$.

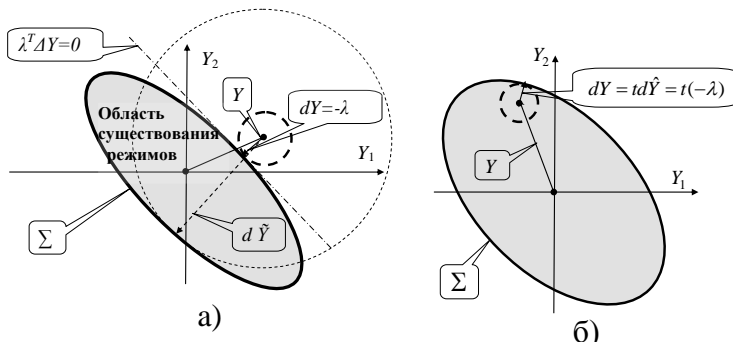


Рисунок 9 - ГПП Σ 3-узловой консервативной ЭС с PV узлами и БПР в l_2 -норме

Чтобы гарантировано получить ПР, необходимо обеспечить $\lambda \neq 0$ в (55). Для этого предложено воспользоваться заменой переменных $dY = t d\hat{Y}$ (см. рис. 9.б) и представить задачу нелинейного программирования (53)-(54) в эпиграф-форме:

$$\min t \quad (56)$$

при условиях

$$\Delta F(X, Y + t d\hat{Y}) = 0; \quad \sum d\hat{Y}_k^2 - 1 \leq 0.$$

Если сформировать функцию Лагранжа задачи (56) с множителем ρ для ограничения в форме неравенства, можно получить следующие условия оптимальности:

$$\begin{aligned}\nabla_X L &= [J]^T \lambda = 0; \quad \nabla_t L = 1 + \sum d\hat{Y}_k \lambda_k = 0; \\ \nabla_{d\hat{Y}_k} L &= t \lambda_k + \rho d\hat{Y}_k = 0; \quad \rho (\sum d\hat{Y}_k^2 - 1) / 2 = 0, \quad \rho \geq 0.\end{aligned}\quad (57)$$

Условия (57) гарантируют, что решением задачи (56) будет ПР.

l_∞ -норма $\|dY\|_\infty = \max |dY_k|$ не является дифференцируемой. Поэтому воспользовавшись эпиграф-формой и $dY = t d\hat{Y}$, НЛПР- B_∞ модель БПР в l_∞ -норме можно представить в следующем виде:

$$\min t \quad (58)$$

при условиях

$$\Delta F(X, Y + t d\hat{Y}) = 0; \quad d\hat{Y}_k - 1 \leq 0; \quad -d\hat{Y}_k - 1 \leq 0.$$

Если сформировать функцию Лагранжа задачи (58) с множителями γ_k^+ и γ_k^- для ограничений в форме неравенства, можно получить следующие условия оптимальности:

$$\nabla_X L = [J]^T \lambda = 0; \quad \nabla_t L = 1 + \sum \lambda_k d\hat{Y}_k = 0; \quad (59)$$

$$\nabla_{d\hat{Y}_k} L = t \lambda_k + \gamma_k^+ - \gamma_k^- = 0; \quad \gamma_k^+ (d\hat{Y}_k - 1) = 0, \quad \gamma_k^+ \geq 0; \quad \gamma_k^- (-d\hat{Y}_k - 1) = 0, \quad \gamma_k^- \geq 0. \quad (60)$$

Условия (59) гарантируют, что решением задачи (58) будет ПР. В тоже время, согласно анализу (60), если исходный УР не является ПР, тогда $t = \sum (\gamma_k^+ + \gamma_k^-) > 0$, по крайней мере одна $|d\hat{Y}_m|=1$, и $\lambda_k=0$, если $|d\hat{Y}_k|<1$. Такая комбинация компонент вектора нормали λ ГПР является конечным числом и поэтому имеет меру ноль на ГПР. Например, кривая ПР 3-узловой ЭС имеет только 4 такие точки с $\lambda_k=0$, а именно, A, B, C , и D на рис. 10. С точки зрения теории вероятности, шанс таких событий с $\lambda_k=0$ равен нулю. Поэтому только равные по модулю величины $|d\hat{Y}_k|=1$ для всех k соответствуют решению задачи (58)-(60). В самом деле, параметры каждого узла влияют на режим ЭС. Однако только максимальная величина $|d\hat{Y}_m|=1$ учитывается в l_∞ -норме. Другие переменные $|d\hat{Y}_l|<1, l \in SC$ не влияют на (58), но должным образом

измененные, ухудшают режим системы. Поэтому, с точки зрения функции цели (58), оптимальным решением будет $|d\hat{Y}_k|=1$ для всех k . Таким образом, БПР в l_∞ -норме соответствует ПР в направлении изменения мощностей $d\hat{Y}_k = \pm 1$, т.е. равной загрузке или разгрузке всех узлов.

Частные производные l_1 -нормы $\|dY\|_1 = \sum |dY_k|$ для нулевых значений dY_k не определены. Если ввести переменные $dY_k^+, dY_k^- \geq 0$ так, чтобы $dY_k = dY_k^+ - dY_k^-$, воспользоваться эпиграф-формой и $dY = t d\hat{Y}$, НЛПР-Б_l модель БПР в l_1 -норме можно представить в виде:

$$\min t \tag{61}$$

при условиях

$$\Delta F(X, Y + t(d\hat{Y}^+ - d\hat{Y}^-)) = 0;$$

$$\sum (d\hat{Y}_k^+ + d\hat{Y}_k^-) - 1 \leq 0; -d\hat{Y}_k^+ \leq 0, -d\hat{Y}_k^- \leq 0.$$

Сформировав функцию Лагранжа задачи (61), можно получить следующие условия оптимальности:

$$\nabla_X L = [J]^T \lambda = 0; \nabla_t L = 1 + \sum \lambda_k (d\hat{Y}_k^+ - d\hat{Y}_k^-) = 0; \tag{62}$$

$$\nabla_{dY_k^+} L = t\lambda_k - \gamma_k^+ + \rho = 0; \nabla_{dY_k^-} L = -t\lambda_k - \gamma_k^- + \rho = 0; \tag{63}$$

$$\rho (\sum (d\hat{Y}_k^+ + d\hat{Y}_k^-) - 1) = 0, \rho \geq 0; \gamma_k^+ d\hat{Y}_k^+ = 0, \gamma_k^+ \geq 0; \gamma_k^- d\hat{Y}_k^- = 0, \gamma_k^- \geq 0. \tag{64}$$

Условия (62) гарантируют, что решением задачи (61) будет ПР. В тоже время, согласно анализу (63)-(64), если УР режим не является ПР, то $t = \rho = (\gamma_k^+ + \gamma_k^-) / 2 > 0$, $\lambda_k = -1$ для всех $d\hat{Y}_k^+ \neq 0$ и $\lambda_k = 1$ для всех $d\hat{Y}_k^- \neq 0$. Так же, как в случае l_∞ -нормы, такая комбинация компонент вектора нормали λ ГПР имеет меру ноль. Так, например, кривая ПР 3-узловой ЭС имеет только 4 такие точки, а именно, A, B, C , и D на рис. 11. Поэтому, только одна ненулевая компонента $d\hat{Y}_k$ соответствует решению (61), все другие равны нулю. Это отвечает обычной практике определения ПР в заданном направлении утяжеления, когда мощность изменяется только в одном узле. В этом случае, наиболее "критический" (слабый) узел $m \in SC$ для режима ЭС будет загружаться. Множитель Лагранжа с максимальной абсолютной величиной

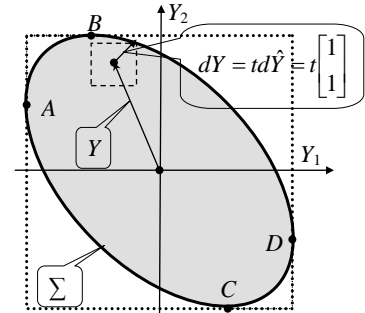


Рисунок 10 - БПР в l_∞ -норме

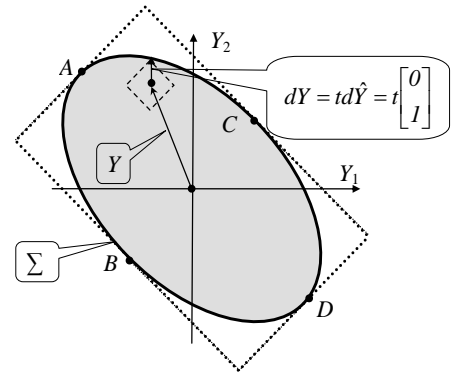


Рисунок 11 - БПР в l_1 -норме

$|\lambda_m| = \max |\lambda_k| = 1$ соответствует такому узлу. Если мощности этого узла будут недостаточно, тогда следующий наиболее критичный узел будет загружен, и т.д.

Евклидова (l_2), l_∞ и l_1 -норма являются частными случаями l_p -нормы $\|dY\|_p = (\sum |dY_k|^p)^{1/p}$. Для этой нормы частные производные для нулевых значений dY_k неопределенны, когда $p < \mathfrak{R}$. Если ввести переменные $dY_k^+, dY_k^- \geq 0$ так, чтобы $dY_k = dY_k^+ - dY_k^-$, воспользоваться эпиграф-формой и $dY = t d\hat{Y}$, НЛПР-Б $_p$ модель БПР в l_p -норме в ее общей форме можно представить в следующем виде:

$$\min t \quad (65)$$

при условиях

$$\Delta F(X, Y + t(d\hat{Y}^+ - d\hat{Y}^-)) = 0;$$

$$\sum (d\hat{Y}_k^{+p} + d\hat{Y}_k^{-p}) - 1 \leq 0; -d\hat{Y}_k^+ \leq 0; -d\hat{Y}_k^- \leq 0.$$

Если сформировать функцию Лагранжа, можно получить следующие условия оптимальности:

$$\nabla_X L = [J]^T \lambda = 0; \nabla_t L = 1 + \sum \lambda_k (d\hat{Y}_k^+ - d\hat{Y}_k^-) = 0; \quad (66)$$

$$\nabla_{dY_k^+} L = t\lambda_k - \gamma_k^+ + \rho d\hat{Y}_k^{+p-1} = 0; \nabla_{dY_k^-} L = -t\lambda_k - \gamma_k^- + \rho d\hat{Y}_k^{-p-1} = 0; \quad (67)$$

$$\rho (\sum (d\hat{Y}_k^{+p} + d\hat{Y}_k^{-p}) - 1) = 0, \rho \geq 0; \gamma_k^+ d\hat{Y}_k^+ = 0, \gamma_k^+ \geq 0; \gamma_k^- d\hat{Y}_k^- = 0, \gamma_k^- \geq 0. \quad (68)$$

Условия (66) гарантируют, что решением задачи (65) будет ПР. В тоже время, согласно анализу (67)-(68), если исходный УР не является ПР, тогда: $t = \rho > 0$;

$$d\hat{Y}_k = d\hat{Y}^+ - d\hat{Y}^- = -\text{sign}(\lambda_k) |\lambda_k|^{1/(p-1)}, \quad (69)$$

и вектор λ нормируется l_q -нормой, двойственной к l_p -норме ($q = p(p-1)^{-1}$):

$$\left(\sum |\lambda_k|^q \right)^{1/q} = 1. \quad (70)$$

Согласно (69), каждая компонента $d\hat{Y}_k$ определяется только соответствующей компонентой λ_k вектора нормали ГПР и непрерывно зависит от параметра p . Исследование (69)-(70) при варьировании p от 1 до ∞ подтвердило полученные ранее результаты для моделей БПР в l_1 , l_2 и l_∞ -нормах.

Разработанные модели нелинейного программирования БПР в l_1 , l_2 и l_∞ -нормах, а также в их взвешенных нормах $\|dY\|_{wp} = (\sum w_k |dY_k|^p)^{1/p}$ с весовыми коэффициентами w_k , равными обратным величинам мощностей узлов исходного режима, тестировались на IEEE тестовых схемах, а также ОЭС и ЕЭС России. Для улучшения сходимости действие систем АРВ генераторов моделировалось НСР-функциями. Вычислительные эксперименты полностью подтвердили результаты теоретического исследования и анализа свойств моделей БПР ЭС. Так, в точке решения векторы $t\hat{Y}_{\|(w)1}$ НЛПР-Б $_{(w)1}$ моделей БПР в (взвешенной) l_1 -норме имели только одну ненулевую компоненту, которой отвечал максимальный элемент соответствующего вектора нормали $\lambda_{\|(w)1}$ ГПР в $l_{(w)1}$ метрике. Все другие компоненты векторов $t\hat{Y}_{\|(w)1}$ имели близкие к нулю величины. Все компоненты векторов $t\hat{Y}_{\|\infty}$ НЛПР-Б $_\infty$ модели БПР в l_∞ -норме получились приблизительно одинаковые. В $l_{w\infty}$ -норме все компоненты векторов $\hat{Y}_{\|(w)\infty}$ оказались почти равными мощностям узлов исходного режима.

Сравнительный анализ результатов моделей нелинейного программирования БПР ЭС в l_p -нормах позволил оценить адекватность их использования для СО. Так, модель БПР во взвешенной l_∞ -норме, которая учитывает неточность прогноза мощностей узлов с помощью взвешенной l_2 -нормы, удовлетворяет требования СО для оценки коэффициента запаса статической устойчивости и оперативного (превентивного) управления. Модель БПР в l_1 -норме отвечает требованиям СО для ввода режима ЭС в область существования и противоаварийного управления. Эта модель выдает УВ

только одному узлу и задействует другие только в случае нехватки УВ. В этом случае, при вводе режима ЭС в область существования будет задействовано наименьшее количество узлов, и будет отключена минимально возможная величина нагрузки. Оценка БПР с помощью l_2 -нормы основана на геометрической интерпретации и может быть использована СО только как косвенный показатель. Когда посредством этой нормы режим ЭС вводится в область существования, УВ размываются по всем узлам управления. Поэтому такая модель может быть использована СО только для первоначальной оценки УВ. Все другие модели БПР в l_p -нормах, когда $p \neq 1, 2$ или ∞ , мало подходят для СО. В этих моделях взаимосвязь между элементами вектора УВ не отражает никаких реальных процессов, встречающихся в практике управления режимами ЭС.

В заключении приведены основные результаты работы:

1. Анализ математической модели потокораспределения показал, что месторасположение БУ влияет как на получаемые ПР ЭС, так и на расчетные ОСР.

2. Исследование УУР позволяет сделать вывод о том, что вся совокупность УР ЭС для заданных параметров системы представляет собой гиперповерхность в пространстве мощностей, названной автором гиперповерхностью мощностей (ГМ) УР ЭС. При этом оказалось, что ОСР, широко используемая в теории и практике решения задач ЭС, является ничем иным, как проекцией ГМ вдоль оси активной мощности БУ на подпространство заданных мощностей узлов, а граница этой проекции определяет совокупность ПР ЭС. Так как в общем случае ГМ не является плоской, границы такой проекции, т.е. ПР, зависят от направления проецирования, т.е. выбора БУ. ГМ консервативной модели ЭС является плоской, поэтому ПР в этой модели не зависят от месторасположения БУ. ГМ позволила наглядно объяснить механизм возможного появления «дырок» в ОСР, т.е. неодносвязности множества режимов ЭС в пространстве задаваемых мощностей, а также их исчезновение при другом выборе БУ.

3. Рассмотрение всей совокупности УР ЭС при заданных параметрах системы как ГМ позволило воспользоваться инструментарием дифференциальной геометрии. Анализ компонент вектора нормали ГМ показал их взаимосвязь через относительные приросты потерь. В ПР компонента активной мощности БУ вектора нормали ГМ равна нулю, а относительный прирост потерь активной мощности БУ - единице. Поэтому в ПР любые попытки БУ поддержать баланс мощности в ЭС полностью блокируются возникающими при этом потерями. Неспособность БУ поддержать УР даже в некоторых узлах ЭС определяет ПР. В реальных ЭС изменение месторасположения БУ делает этот ПР непределным УР.

4. Исследование позиционной модели ЭС показало, что эта модель неявно использует и реализует идеологию РБУ, а ее предельные по статической апериодической устойчивости режимы в точности соответствуют ПР модели потокораспределения ЭС с РБУ, в котором коэффициенты участия узлов в балансировке активной мощности ЭС назначены прямо пропорционально постоянным инерции синхронных машин. В ПР позиционной модели вектор нормали ГМ ортогонален вектору постоянных инерции. Т.к. постоянные инерции всегда положительны, а компоненты вектора нормали ГМ взаимосвязаны через относительные приросты потерь, ПР позиционной модели будет находиться дальше в пространстве напряжений, но ближе в пространстве мощностей, чем ПР модели с шинами неограниченной мощности.

5. Предложена расчетная модель определения ПР, наиболее подходящая для адекватной оценки коэффициента запаса статической устойчивости ЭС.

6. На основе анализа правого собственного вектора нулевого собственного значения матрицы Якоби УУР в ПР и теории графов предложен подход и разработан

алгоритм определения критических сечений в ПР (т.е. сечений, ответственных за нарушение статической апериодической устойчивости ЭС), используемые программным комплексом RastrWin для поиска опасных сечений ЭС.

7. Исследованы существующие методы расчета УР, определены их преимущества и недостатки. Предложен и разработан вычислительно эффективный метод расчета УР, дающий решением апериодически устойчивый режим в случае его существования для заданных исходных данных, а при его отсутствии – рекомендации для его получения.

8. Определено, что одним из продуктивных подходов решения задач ПР является использование моделей и инструментов теории нелинейного программирования. Предложена и теоретически обоснована НЛПР модель нелинейного программирования ПР ЭС, дающая решением ПР, отвечающий минимуму целевой функции. Исследование НЛПР модели показало, что она в неявном виде использует инструментарий ГМ. Так, например, вектор неопределенных множителей Лагранжа УУР является не чем иным, как вектором нормали ГМ, а матрица вторых производных УУР с вектором множителей Лагранжа является той матрицей, положительная определенность которой соответствует выпуклости ГМ в точке решения.

9. Предложен и разработан простой, быстрый и надежный метод расчета ПР в заданном направлении изменения мощностей узлов, использующий особенности структуры линеаризованных уравнений модели нелинейного программирования ПР ЭС и ее условия оптимальности второго порядка.

10. На основе модели нелинейного программирования ПР в заданном направлении утяжеления предложена модель и разработан метод, учитывающие неточность прогноза узловых мощностей или направления утяжеления.

11. Предложены и теоретически исследованы модели нелинейного программирования БПР ЭС в l_p -нормах, определены их преимущества, недостатки и области применения.

12. Предложена и разработана модель нелинейного программирования БПР во взвешенной l_∞ -норме, учитывающая неточность прогноза мощностей узлов во взвешенной l_2 -норме. Такая модель, в наибольшей степени отвечает требованиям СО для оценки коэффициента запаса статической устойчивости и оперативного управления ЭС.

13. Предложена и разработана модель нелинейного программирования БПР в l_1 -норме, которая дает решением разреженный вектор УВ и больше всего соответствует требованиям СО для ввода режима в допустимую область и противоаварийного управления.

14. Предложена и разработана модель нелинейного программирования БПР в l_2 -норме. Обнаружено, что оценка БПР этой моделью может быть использована СО только для первоначальной оценки УВ.

15. Определено, что все другие модели БПР в l_p -нормах, когда $p \neq 1, 2$ или ∞ , мало подходят для СО. В этих моделях взаимосвязь между элементами вектора УВ не отражает никаких реальных процессов, встречающихся в практике управления режимами ЭС.

16. Теоретические основы и инструментарии, разработанные в диссертационной работе, открывают новое направление в области решения задач статической устойчивости ЭС, а именно - математические и вычислительные модели нелинейного программирования ПР ЭС, способствуют развитию теории ПР, расширению спектра решаемых задач ПР, разработке более эффективных алгоритмов, повышению точности, надежности и быстродействия решения задач ПР ЭС.

ОСНОВНЫЕ ПУБЛИКАЦИИ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

Публикации в рецензируемых научных изданиях, рекомендованных ВАК:

1. Давыдов В.В., Липес А.В. Усовершенствование алгоритмов расчета установившихся режимов // *Электричество*. – 1988. - №6. - С. 55-58.
2. Давыдов В.В. Липес А.В. Метод расчета установившихся режимов систем электроснабжения промышленных предприятий // *Изв. вузов. Электромеханика*.- 1990.- №8.- С. 82-85.
3. Давыдов В.В., Неуймин В.Г., Сактоев В.Е. Определение критических сечений энергосистем в предельных режимах // *Известия РАН. Энергетика*.- 1992.- №1.- С. 74-80
4. Аюев Б.И., Давыдов В.В., Неуймин В.Г. Анализ эффективности вычислительных моделей расчета установившихся режимов электрических систем // *Электричество*. – 2008. - №8.- С. 2-14.
5. Аюев Б.И., Давыдов В.В., Ерохин П.М. Оптимизационная модель предельных режимов электрических систем // *Электричество*. – 2010. - №11.- С. 2-12.
6. Аюев Б.И., Давыдов В.В., Ерохин П.М. Оптимизационные вычислительные модели предельных режимов электрических систем для заданного направления утяжеления // *Электричество*.- 2010.- №12.- С. 2-7.
7. Аюев Б.И., Давыдов В.В., Ерохин П.М. Оптимизационные модели ближайших предельных режимов электрических систем // *Электричество*.- 2011.- №3.- С. 2-9.
8. Ayuev B. I., Davydov V. V., Erokhin P. M. Fast and reliable method of searching power system marginal states // *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 31, no. 6, pp. 4525-4533, Nov. 2016.
9. Давыдов В.В., Прудов М.А. Исследование модели электрической системы для определения предельных по статической колебательной устойчивости режимов // *Вестник Восточно-Сибирского государственного университета технологий и управления*. - Улан-Удэ, 2017. №4 (67). - С. 5-11.
10. Ayuev B. I., Davydov V. V., Erokhin P. M. Models of closest marginal states of power systems in p -norms // *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 33, no. 2, pp. 1195-1208, Mar. 2018.
11. Давыдов В.В., Прудов М.А. Модальный анализ позиционной модели электрической системы // *Вестник Восточно-Сибирского государственного университета технологий и управления*. - Улан-Удэ, 2018. №3 (70). - С. 5-12
12. Давыдов В.В., Аюев Б.И., Ерохин П.М., Прудов М.А. Исследование позиционной модели энергетической системы // *Электричество*. – 2019. - №3. – С. 4-14.
13. Давыдов В.В., Ерохин П.М. Геометрия уравнений установившихся режимов электрической системы // *Электроэнергия. Передача и распределение*. – 2019. - №2 (53). – С. 6-11.
14. Давыдов В.В., Ерохин П.М. Исследование гиперповерхности мощностей установившихся режимов электрической системы // *Вестник Иркутского государственного технического университета*. – Иркутск, 2019, №1 (23). – С. 101-106.

Патент Российской Федерации:

15. Пат. RU 2611259 С1, Российская федерация, МПК G06F 17/40, H021 13/00. Автоматизированное устройство определения предельных режимов электрических систем [Текст] / Аюев Б.И., Давыдов В.В., Ерохин П.М.; Заявитель и патентообладатель ОАО «Системный оператор Единой энергетической системы».- №216102906; заявл. 29.01.2016; опубл. 21.02.2017, Бюл. № 6.

Учебные пособия, монография:

16. Давыдов В.В., Неуймин В.Г., Сактоев В.Е. Расчеты потокораспределения в сложных электрических системах на мини ЭВМ. Учебное пособие. -Улан-Удэ: РИО ВСТИ, 1992. – 88 с.

17. Давыдов В.В., Неуймин В.Г., Сактоев В.Е. Современные методы расчета потокораспределения электрических систем. Учебное пособие. -Улан-Удэ: РИО ВСТИ, 1993. –125 с.

18. Вычислительные модели потокораспределения в электрических системах : монография / Б.И. Аюев, В.В. Давыдов, П.М. Ерохин, В.Г. Неуймин. –М.: Флинта : Наука, 2008. -256 с.

Другие публикации:

19. Давыдов В.В., Крюков А.В., Сактоев В.Е. Оценка запасов устойчивости и определение допустимых режимов энергосистем. Депонировано в ИНФОРМЭНЕРГО №3002-эн88, 1989, Восточно-Сибирский технологический институт, 11 с.

20. Давыдов В.В., Крюков А.В., Сактоев В.Е. Методика решения уравнений предельных режимов энергосистем. Депонировано в ИНФОРМЭНЕРГО №3003-эн88, 1989, Восточно-Сибирский технологический институт, 10 с.

21. Давыдов В.В., Крюков А.В., Сактоев В.Е. Определение запасов устойчивости энергосистем и узлов нагрузки // XI сессия Всесоюзного научного семинара Кибернетика электрических систем. Электроснабжение промышленных предприятий. Тезисы докладов. – Абакан: УПП «Хакасия», 1989. - С. 208-209.

22. Давыдов В.В., Сактоев В.Е. Методы и алгоритмы расчета установившихся режимов электрических систем на мини ЭВМ класса СМ-4 и Электроника-60 // Тезисы XXVII научной конференции ВСТИ. Секция Вычислительная техника, автоматизация производства. - Улан-Удэ: РИО ВСТИ, 1988. – С. 17.

23. Давыдов В.В., Сактоев В.Е., Хулукшинов Р.Г. Оценка критических по статической устойчивости сечений энергосистем // Тезисы XXIX научной конференции ВСТИ. Секция Электротехническая. - Улан-Удэ: РИО ВСТИ, 1990. - С. 6.

24. Давыдов В.В., Сактоев В.Е. Формирование районов управления на основе выделения слабых сечений энергосистем // Тезисы XXX научной конференции ВСТИ. Секция Электротехническая. - Улан-Удэ: РИО ВСТИ, 1991. - С. 12-14.

25. Давыдов В.В., Сактоев В.Е., Хулукшинов Р.Г. Расчетный метод утяжеления режимов энергосистем по заданному сечению // Тезисы XXX научной конференции ВСТИ. Секция Электротехническая. - Улан-Удэ: РИО ВСТИ, 1991. - С. 2-3.

26. Давыдов В.В., Сактоев В.Е. Формирование вычислительных моделей энергосистем на основе сингулярного анализа // Тезисы XXXI научной конференции ВСТИ. Секция Электротехническая. - Улан-Удэ: РИО ВСТИ, 1992. - С. 7.

27. Давыдов В.В., Хулукшинов Р.Г. Практический метод утяжеления энергосистем по заданному сечению. // Тезисы XXXI научной конференции ВСТИ. Секция Электротехническая. - Улан-Удэ: РИО ВСТИ, 1992. - С. 8

28. Давыдов В.В., Сактоев В.Е. Сингулярный анализ и слабые сечения энергосистем // Повышение эффективности производства и использования энергии в условиях Сибири, тезисы докладов Всероссийской научно-технической конференция. – Иркутск: ИрГТУ, 1994. – С. 50-51.

29. Давыдов В.В. Оперативное управление источниками реактивной мощности // Сборник научных трудов. Серия: Технические науки. ВСГТУ. Выпуск №4. - Улан-Удэ: РИО ВСГТУ, 1997. - С. 33-40.

30. Давыдов В.В. Сингулярный анализ режимов электрических систем // Сборник научных трудов. Серия: Технические науки. ВСГТУ. Выпуск №5. - Улан-Удэ: РИО ВСГТУ, 1998. – С. 21-23.

31. Легостаев С.М., Давыдов В.В., Зонхоев Г.Б. Использование сингулярной аппроксимации для формирования робастных моделей электрических систем // Энергетика: управление, качество и эффективность использования энергоресурсов: Сборник трудов третьей всероссийской научно-технической конференции с международным участием в 2 т. – Благовещенск: издательство АГУ, 2003. – Т.1, С.180-186.

32. Давыдов В.В., Ерохин П.М. Модель диспетчерского управления синхронной зоны // Энергосистема: управление, конкуренция, образование: сборник докладов III междунар. науч.-техн. конф. г. Екатеринбург, 13-16 октября 2008 г. В 2 т. – Екатеринбург: УГТУ-УПИ, 2008. - Т.1. С.76-81.
33. Аюев Б.И., Давыдов В.В., Ерохин П.М. Оптимизационная модель предельных по существованию режимов электрических систем // Электроэнергетика глазами молодежи: научн. тр. всероссийской науч.-техн. конф. г. Екатеринбург, 17-19 ноября 2010 г. В 2 т. – Екатеринбург: УрФУ, 2010. - Т.1. С.218-224.
34. Давыдов В.В., Ерохин П.М., Кирилов К.Ю. Гиперповерхность мощностей установившихся режимов электрической системы // Электроэнергетика глазами молодежи: научн. тр. III междунар. науч.-техн. конф. г. Екатеринбург, 22-26 октября 2012 г. В 2 т. – Екатеринбург: УрФУ, 2012. - Т.1. С.191-197.
35. Давыдов В.В., Ерохин П.М., Прудов М.А. Модальный анализ двухмашинной позиционной модели электрической системы // Электроэнергетика глазами молодежи: научн. тр. IV междунар. науч.-техн. конф. г. Новочеркасск, 14-18 октября 2013 г. В 2 т. – Новочеркасск: Лик, 2013. - Т.1. С.131-134.
36. Давыдов В.В., Ерохин П.М., Прудов М.А. Исследование моделей электрической системы для оценки коэффициента запаса статической устойчивости // Электроэнергетика глазами молодежи: научн. тр. V междунар. науч.-техн. конф. г. Томск, 10-14 ноября 2014 г. В 2 т. – Томск: ТПУ, 2014. - Т.1. С.66-70.
37. Ayuev B. I., Davydov V. V., Erokhin P. M., Nonlinear-programming-based model of power system marginal states: Theoretical substantiation [Online]. Available: <http://arxiv.org/abs/1505.03991>, 2015.
38. Давыдов В.В., Ерохин П.М., Прудов М.А. Исследование предельных режимов моделей электрической системы // Электроэнергетика глазами молодежи: научн. тр. VI междунар. науч.-техн. конф. г. Иваново, 9-13 ноября 2015 г. В 2 т. – Иваново: ИГЭУ, 2015. - Т.1. С.187-192.
39. Давыдов В.В., Прудов М.А. Исследование моделей электрической системы для определения расчетных предельных режимов // Вестник Восточно - Сибирского государственного университета технологий и управления. - Улан-Удэ, 2015. №5 (62). - С. 38-45.
40. Давыдов В.В., Ерохин П.М., Прудов М.А. Исследование моделей оценки колебательной неустойчивости электрической системы // Электроэнергетика глазами молодежи: научн. тр. VII междунар. науч.-техн. конф. г. Казань, 19-23 сентября 2016 г. В 3 т. – Казань: КГЭУ, 2016. - Т.2. С.190-193.
41. Давыдов В.В., Ерохин П.М., Прудов М.А. Исследование моделей электрической системы для оценки колебательной неустойчивости электрической системы // Электроэнергетика глазами молодежи: научн. тр. VIII междунар. науч.-техн. конф. г. Самара, 02-06 октября 2017 г. В 3 т. – Самара: СГТУ, 2017. - Т.2. С.262-265.

Отпечатано в типографии

Новосибирского государственного технического университета
630073, г. Новосибирск, пр. К. Маркса, 20 тел./факс (383) 346-08-57

Формат 60 X 84/16, объем 2 п. л., тираж 120 экз.

Заказ № _____ подписано в печать 27.06.2019 г.