Федеральное автономное учреждение
«Сибирский научно-исследовательский институт авиации
им. С.А. Чаплыгина»

На правах рукописи

Терехова Елена Сергеевна

РАЦИОНАЛЬНОЕ ПРОЕКТИРОВАНИЕ ПАНЕЛЕЙ ИЗ СЛОИСТОГО КОМПОЗИЦИОННОГО МАТЕРИАЛА ПО УСЛОВИЯМ ПРОЧНОСТИ И УСТОЙЧИВОСТИ

Специальность: 2.5.14 — «Прочность и тепловые режимы летательных аппаратов»

Диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук

Научный руководитель
кандидат технических наук,
старший научный сотрудник
Юрий Иванович Бадрухин

Новосибирск – 2025

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ 4
1 ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ О РАЗВИТИИ НАУКИ ОБ УСТОЙЧИВОСТИ. ПОДХОДЫ К ОПТИМИЗАЦИИ ЭЛЕМЕНТОВ АВИАЦИОННЫХ КОНСТРУКЦИЙ (литературный обзор) 11
1.1 История развития науки об устойчивости конструкций 11
1.2 Подходы к оптимизации конструкций 15
1.3 Оптимизация и рациональное проектирование композитных панелей 19
Выводы по главе 1 28
2 АНАЛИТИЧЕСКОЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ПРОЧНОСТИ И УСТОЙЧИВОСТИ КОМПОЗИТНОЙ ПАНЕЛИ 29
2.1 Аналитическое решение задачи прочности и устойчивости неподкрепленной панели 29
2.2 Аналитическое решение задачи прочности и устойчивости стрингерной панели 34
2.3 Верификация аналитического решения задачи устойчивости композитных панелей 40
2.4 Влияние выбора функции формы на критическую силу потери устойчивости панели из композиционного материала 43
Выводы по главе 2 46
3 АЛГОРИТМ ВЫБОРА РАЦИОНАЛЬНЫХ ПАРАМЕТРОВ ПАНЕЛЕЙ ИЗ СЛОИСТОГО КОМПОЗИТА 47
3.1 Описание алгоритма выбора рациональных параметров панелей из слоистого композита 47
3.2 Тестирование алгоритма выбора рациональных параметров панелей из слоистого композита 50
3.3 Разработка программного обеспечения для рационального проектирования панелей из слоистого композита 53
Выводы по главе 3 55
4 ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ПОТЕРИ НЕСУЩЕЙ

СПОСОБНОСТИ ОБРАЗЦОВ СТРИНГЕРНЫХ ПАНЕЛЕЙ 56
4.1 Образцы стрингерных панелей 56
4.2 Исследование влияния конструктивно-технологических факторов на толщину и коробление композитных панелей 61
4.3 Испытания образцов стрингерных панелей 74
Выводы по главе 4 80
5 ИССЛЕДОВАНИЕ ПАРАМЕТРОВ, ВЛИЯЮЩИХ НА НЕСУЩУЮ СПОСОБНОСТЬ И МАССУ ПАНЕЛЕЙ ИЗ СЛОИСТЫХ КОМПОЗИЦИОННЫХ МАТЕРИАЛОВ 82
5.1 Минимизация интенсивности деформации 82
5.2 Влияние установки стрингеров на массу и несущую способность панелей 86
5.3 Влияния ограничения на сбалансированную укладку на несущую способность 89
5.4 Влияние базиса возможных направлений слоев на массу и несущую способность панелей 90
5.5 Влияние укладки типа *double-double* на толщину и несущую способность панелей 99
Выводы по главе 5 110
ЗАКЛЮЧЕНИЕ 112
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ 114
Приложение «А» Сравнение результатов работы алгоритмов 132
Приложение «Б» Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ 136
Приложение «В» Акты внедрения 137

ВВЕДЕНИЕ

Актуальность темы исследования

В самолетостроении до сих пор актуальными являются проблемы снижения расхода топлива, безопасности полетов, снижения уровня шума, защиты окружающей среды от неблагоприятных воздействий при полетах и производстве летательных аппаратов.

Тактико-технические характеристики самолетов зависят от массы его конструкции. Одним из эффективных способов снижения веса в современном авиастроении считается использование полимерных композиционных материалов, которые состоят из матрицы (эпоксидные, полиэфирные, полиамидные смолы) и жесткого высокопрочного армирующего волокна (чаще всего углеродного или стекловолокна) и обладают высокой удельной прочностью, высокими усталостными характеристиками и низким весом. Например, на самолетах *Boeing* 787 *Dreamliner* и *Airbus A*350 композиционные материалы применяют в конструкции крыла, центроплана, фюзеляжа и хвостового оперения. В авиационной промышленности России также высока доля использования композитов, например, на самолете *Sukhoi Superjet* 100 элементы механизации крыла выполнены из углепластика, а МС-21 имеет композитное крыло и фюзеляж.

Наряду с внедрением композиционных материалов выбор параметров конструкции имеет большую значимость для итоговой массы самолета. Обычно рациональное проектирование предполагает, что для эффективной работы материала в элементах летательного аппарата необходимо, чтобы при максимальной расчетной нагрузке возникающие в детали напряжения были близки к тем, при которых тот или иной материал разрушается или перестает быть упругим. Однако при разработке тонкостенных конструкций не удается выйти на этот уровень напряжений из-за проблем, связанных с устойчивостью.

Подбор рациональных параметров конструкции по условиям устойчивости — сложная и ресурсоемкая задача. На критические нагрузки общей потери устойчивости композитных панелей существенно влияют их размеры, укладка армирующих слоев, количество и высота стрингеров, толщина заполнителя (соты,

пенопласт) при проектировании трехслойных панелей. Изменение одного из указанных параметров приводит к изменению критической нагрузки как общей, так и местной потери устойчивости в разы. При варьировании этих параметров необходимо осуществлять контроль одновременно по общей потере устойчивости панели, по локальным формам потери устойчивости (между стрингерами, между стрингером и лонжероном и т. д.), по потере устойчивости самого стрингера, а также по условиям прочности.

Из всего вышеперечисленного следует, что актуальной является разработка численно-аналитического алгоритма, с помощью которого на начальных этапах проектирования можно быстро определить рациональные параметры (количество и высота стрингеров, укладка слоев в панели и стрингерах) панелей, обеспечивающие минимальный вес, прочность, общую и местную устойчивость.

Степень разработанности темы исследования

Оптимизации элементов авиационных конструкций посвящены работы В. М. Фролова, К. М. Иерусалимского, Н. В. Пустового, И. П. Олегина, Л. П. Железнова, В. И. Бутырина, Ю. И. Бадрухина, в которых используются различные методы и постановки задач. Некоторые работы Ю. В. Немировского посвящены решению проблемы оптимизации гибридных композитных стержней при взрывных нагрузках. В работах О. В. Митрофанова рассматриваются проблемы оптимизации панелей после потери устойчивости.

Работы А. В. Болдырева, В. А. Комарова, К. А. Балунова, Ф. З. Ишмуратова, А. А. Дудченко и Р. Р. А. Канчая, П. В. Просунцова, Л. Х. Туна посвящены выбору рациональных параметров авиационных конструкций с помощью топологической оптимизации.

Рациональное расположение слоев в укладке и влияние расположения слоев на устойчивость исследовано в работах С. В. Грищенко, К. В. Михайловского, С. В. Барановски, Н. А. Морозова, Ю. Л. Власова, А. А. Гаврилова, Н. М. Янга, Ч. Т. Аунга, М. И. Мартиросова, Л. Н. Рабинского.

В работах *L. Xiaoyang, C. A. Featherston, D. Kennedy, F. X. Irisarri, D. H. Bassir, N. Carrere, J. F. Maire* для получения оптимальной укладки используется генетический алгоритм.

В работе А. Р. Хазиева подробно описывается процесс выбора рационального расположения слоев, обеспечивающего оптимальную толщину композитной панели с учетом прочности, жесткости и устойчивости. Рассмотрены сдвиговые нагрузки и сжатие в продольном и поперечном направлении. Для описания ограничений по устойчивости используется метод аппроксимации критической поверхности.

В работе В. А. Киреева, И. А. Комарова также представлен алгоритм выбора оптимальной укладки слоев в стрингерной панели. Стрингерный набор в качестве упрощения учитывается с помощью эквивалентной жесткости.

Цель и задачи диссертационной работы:

Целью диссертационной работы является разработка алгоритма выбора рациональных параметров композитных панелей минимального веса по условиям прочности и устойчивости.

Для достижения поставленной цели решались следующие задачи:

1. Получение аналитического решения для оценки устойчивости неподкрепленных и стрингерных панелей из слоистого композита при действии продольного, поперечного и сдвигового потоков.
2. Верификация аналитического решения для оценки устойчивости неподкрепленных и стрингерных панелей из слоистого композита при действии продольного, поперечного и сдвигового потоков.
3. Разработка программы, реализующей численно-аналитический алгоритм выбора рациональных параметров неподкрепленных и стрингерных панелей из слоистого композиционного материала, нагруженных продольным, поперечным и сдвиговым потоками.
4. Тестирование алгоритма выбора рациональных параметров панелей из слоистого композита с помощью численных и экспериментальных методов.

5. Исследование параметров, влияющих на массу и несущую способность панелей из слоистого композита.

Научная новизна

1. Разработан алгоритм выбора рациональных параметров неподкрепленных и стрингерных панелей из слоистого композиционного материала, нагруженных продольным, поперечным и сдвиговым потоками. Алгоритм позволяет получить укладку, высоту и количество стрингеров, которые обеспечивают минимальный вес панели при ограничениях по прочности и устойчивости.
2. Получено аналитическое решение задачи устойчивости подкрепленной панели из композиционного материала с учетом дискретного расположения стрингеров и деформирования стрингера совместно с обшивкой, что позволяет учитывать их изгибно-крутильную потерю устойчивости (такая потеря устойчивости реализуется при избыточном увеличении высоты стрингерного набора).
3. Получены результаты исследования влияния на массу и несущую способность конструктивных параметров панелей из слоистых композиционных материалов (использование сбалансированной и несбалансированной укладок композитного пакета, применение в укладках слоев с различными углами армирования и отклонения толщин, связанных с допусками при поставке препрегов и усадкой при отверждении изделий из полимерных композиционных материалов).

Теоретическая и практическая значимость работы

Разработанный алгоритм выбора рациональных параметров неподкрепленных и стрингерных композитных панелей минимального веса, нагруженных продольными, поперечными и сдвиговыми нагрузками, при ограничениях по прочности и устойчивости дает возможность получить необходимое количество слоев, направление и их полную последовательность в пакете при проектировании панелей из слоистого композита.

Для ускорения работы алгоритма получены аналитические решения задачи устойчивости неподкрепленных и стрингерных композитных панелей с учетом дискретного расположения стрингеров и деформирования стрингера совместно с обшивкой при граничных условиях опирания и защемления.

Алгоритм реализован в виде программного обеспечения для выбора параметров панелей из слоистого композита, обеспечивающих минимальную массу и максимальную мембранную жесткость панелей.

Результаты диссертационной работы были использованы при выполнении научно-исследовательских и опытно-конструкторских работ в ФАУ «Сибирский научно-исследовательский институт авиации имени С.А. Чаплыгина» (ФАУ «СибНИА им. С.А. Чаплыгина»), при проектировании панелей отъемной части крыла учебно-тренировочного самолета «Танго» в ООО «Проект Виктори» (входит в *S7 Group*) и в учебном процессе на факультете летательных аппаратов Новосибирского государственного технического университета (ФЛА НГТУ).

Методология и методы исследования

Алгоритм выбора рациональных параметров панелей из слоистого композита основан на методе покоординатного спуска. Решение задачи устойчивости получено с помощью энергетического метода. Для оценки критических нагрузок и деформаций панелей использован метод конечных элементов и экспериментальные исследования.

Положения, выносимые на защиту

1. Аналитическое решение задачи устойчивости неподкрепленных и стрингерных композитных панелей при граничных условиях шарнирного опирания и защемления, нагруженных продольным, поперечным и сдвиговым потоками.

2. Численно-аналитический алгоритм выбора параметров, обеспечивающих минимальную массу и максимальную мембранную жесткость неподкрепленных и подкрепленных стрингерами слоистых композитных панелей, при ограничении по условиям прочности и устойчивости и компьютерная программа для его реализации.

3. Результаты исследования влияния на массу и несущую способность конструктивных параметров панелей из слоистых композиционных материалов.

Степень достоверности и апробация результатов работы

Достоверность результатов подтверждается экспериментальными исследованиями, проведенными в ФАУ «СибНИА им. С. А. Чаплыгина», и результатами конечно-элементного анализа в широко используемой среде моделирования *ANSYS* и *Femap with NX Nastran*.

Основные результаты и положения работы докладывались и обсуждались на Международной научно-технической конференции, приуроченной к 80-летию ФГУП «СибНИА им. С.А. Чаплыгина», г. Новосибирск, 2021; Научно-технической конференции, посвященной 120-летию Н.И. Камова, г. Москва, 2022; XII Всероссийской научной конференции с международным участием «Механика композиционных материалов и конструкций, сложных и гетерогенных сред» им. И.Ф. Образцова, г. Москва, 2022; 16-й Всероссийской научной конференции с международным участием «Краевые задачи и математическое моделирование», г. Новокузнецк, 2022; Научно-технической конференции «Прочность конструкций летательных аппаратов-2022», г. Жуковский, 2022; XIII Всероссийском съезде по теоретической и прикладной механике, г. Санкт-Петербург, 2023; Всероссийской научно-практической конференции «Проблемы прочности авиационных конструкций и материалов», г. Новосибирск, 2023; Международной научно-практической конференции «IX Чаплыгинские чтения», г. Новосибирск, 2024; II Всероссийской научно-технической конференции аспирантов «Аэродинамика, динамика полета, прочность и конструирование летательных аппаратов», Новосибирск, 2024; Научно-технической конференции «Прочность конструкций летательных аппаратов», г. Жуковский, 2024.

Публикации

Основные положения диссертационной работы опубликованы в 12 печатных работах, из них четыре — в рецензируемых научных изданиях, рекомендованных ВАК РФ, и одно свидетельство о регистрации программы для ЭВМ.

Личный вклад автора включает: реализацию решения задачи устойчивости при комбинированной нагрузке стрингерных панелей из слоистого композита, разработку алгоритма выбора рациональных параметров панелей из слоистого композита; верификацию аналитических решений; построение расчетных моделей образцов стрингерных панелей совместно с оснасткой для испытаний, обработку результатов натурных испытаний и численного моделирования и их анализ.

Соответствие паспорту заявленной специальности

Тема и содержание диссертационной работы соответствует паспорту научной специальности 2.5.14 — «Прочность и тепловые режимы летательных аппаратов» в части пунктов 2 — «Обеспечение прочности объектов авиационной, ракетной и космической техники на основе современных аналитических и численных методов, методов натурного и полунатурного моделирования в условиях стационарных и нестационарных внешних воздействий» и 6 — «Организация, экономика и оптимизация процессов обеспечения прочности, термопрочности и тепловых режимов летательных аппаратов».

Объем и структура работы

Диссертация состоит из введения, пяти глав, заключения, списка литературы из 145 наименований и трех приложений. Общий объем основной части составляет 140 страниц и включает 58 рисунков и 38 таблиц.

1 ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ О РАЗВИТИИ НАУКИ ОБ УСТОЙЧИВОСТИ. ПОДХОДЫ К ОПТИМИЗАЦИИ ЭЛЕМЕНТОВ АВИАЦИОННЫХ КОНСТРУКЦИЙ (литературный обзор)

В области авиастроения одной из наиболее значимых проблем является задача минимизации веса элементов конструкции летательных аппаратов. Одним из эффективных способов решения этой задачи является рациональное проектирование элементов конструкции, другим — применение композиционных материалов (КМ). При проектировании тонкостенных элементов можно столкнуться с проблемой потери несущей способности конструкции в результате потери устойчивости при малых нагрузках, и нерациональное использование материала может существенно увеличить массу самолета.

1.1 История развития науки об устойчивости конструкций

Основой для создания теории устойчивости стали экспериментальные исследования П. Мушенбрука (1692–1761 гг.) и аналитическое решение, полученное Л. Эйлером (1707–1783 гг.). Мушенбрук примерно в 1729 году обнаружил, что при сжатии длинных стержней происходит потеря их устойчивости, при этом критическая сила обратно пропорциональна квадрату длины стержня [1]. Первое решение задачи о потере устойчивости сжатого стержня было получено Эйлером в работе «О нагрузке колонн» примерно в 1757 году. Работу Эйлера продолжил Лагранж (1736–1813 гг.), в 1770 году установив связь между величинами нагрузки и стрелой прогиба. Также Лагранж впервые обнаружил возможность продольного изгиба по нескольким полуволнам и вычислил значение критической силы при различных закреплениях концов стержня [1]. В 1798 году П. Жирар (1765–1836 гг.) в своем «Аналитическом трактате о сопротивлении твердых тел и твердых тел с равным сопротивлением» критиковал выводы Эйлера по продольному изгибу и пытался объяснить это явление поперечным расширением сжатых стержней.

Сперва теория устойчивости Эйлера не нашла широкого отклика у инженеров. В [1] Барнштейн отмечает, что в XVIII веке разрыв между наукой и жизнью был очень глубок и «…решение Эйлера невозможно применить на практике, и ни

Эйлера, ни его соратников не интересовала необходимость довести это решение до возможности практического использования».

Применять и более детально исследовать поведение сжатых элементов конструкции начали почти через сто лет, особенно после ряда катастроф на железной дороге, связанных с внезапной потерей устойчивости сжатых элементов.

Одна из таких катастроф, например, произошла в Швейцарии 14 июня 1891 года. Внезапно под проходящим поездом разрушился мост через р. Бирс, погибли более семидесяти человек и многие получили ранения. Одним из инженеров, привлеченных к расследованию катастрофы, был Л. Тетмайер (1850–1905 гг.), который обнаружил, что формула Эйлера нуждается в доработке при ее применении к тонким стержням [2].

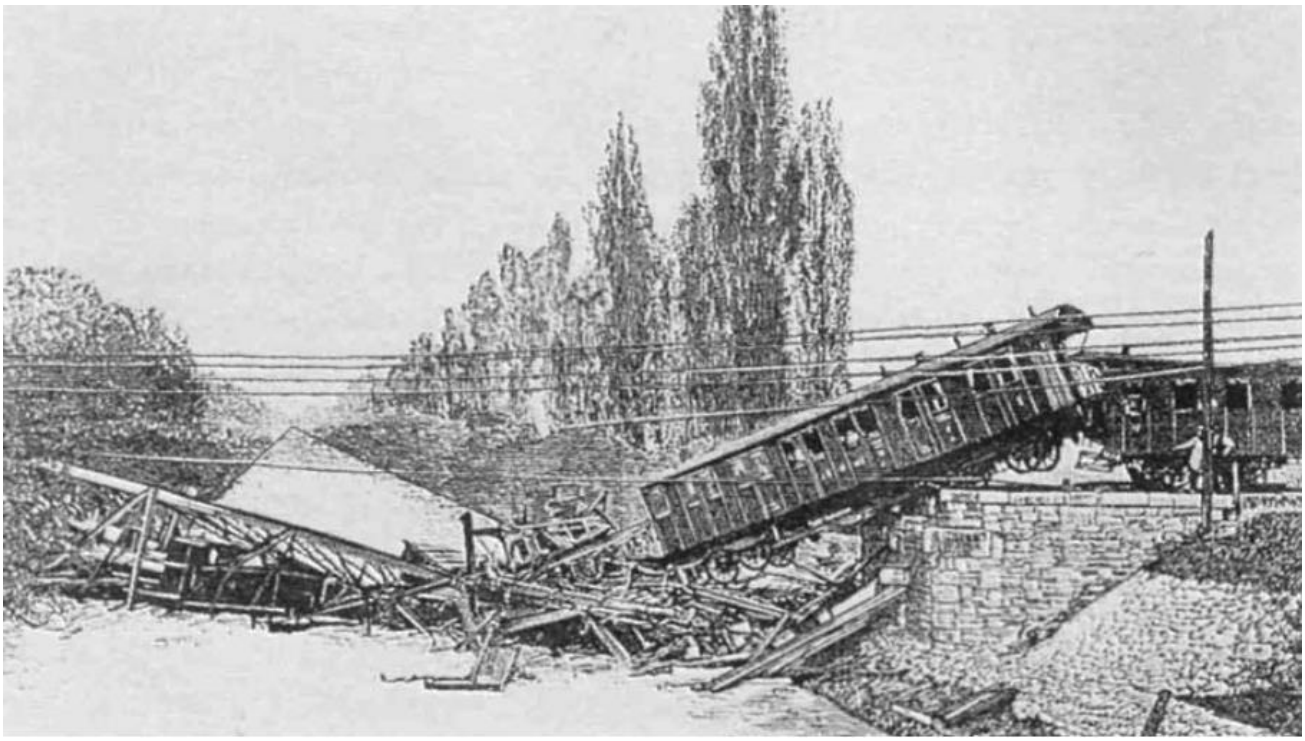


Рисунок 1.1 — Крушение моста через р. Бирс [3]

В 1875 г. в России во время движения поезда произошло разрушение железнодорожного моста через р. Кевду. Основной причиной обрушения признана потеря устойчивости верхних поясов ферм в плоскости, перпендикулярной плоскости ферм. Это впервые показало опасность продольного изгиба и что послужило толчком к развитию теории устойчивости [3].

Увеличение строительства мостов, судов, высоких дымовых труб и зданий, плотин и т. д. в 20-х годах XIX века дало толчок к интенсивному развитию такого прикладного направления механики, как строительная механика — наука о прочности, устойчивости, жесткости, долговечности и надежности инженерных конструкций и сооружений [4].

В развитие устойчивости внесли огромный вклад такие ученые, как Ф. С. Ясинский (1856–1899 гг.), решивший задачу об устойчивости стержня под действием распределенной нагрузки и об определении критических напряжений стержня за пределами пропорциональности [1].

В первой половине XX века широкое использование стали и других высокопрочных сплавов в инженерных сооружениях, особенно в мостостроении, судостроении и самолетостроении придало проблеме упругой устойчивости особую актуальность. Расчеты становились сложнее, помимо устойчивости стержней была необходима теория для расчета пластин и оболочек.

Обшивка самолета подвергается действию той или иной «местной» поперечной нагрузки и воспринимает основное усилие совместно с подкрепляющими элементами. Во многих случаях эти основные усилия вызывают сжатие, изгиб или сдвиг панели в ее плоскости и приводят к выпучиванию [5]. В 1888 году Дж. Брайан применил энергетический метод для решения задачи устойчивости. С 1907 года энергетический метод применялся С. П. Тимошенко для решения задач устойчивости неподкрепленных и усиленных различными ребрами жесткости пластин. Тимошенко внес большой вклад в теорию устойчивости тонкостенных элементов открытого профиля, провел исследование упругой устойчивости прямоугольных пластин для многих частных случаев закрепления [6]. Часть работ Тимошенко посвящена устойчивости трехслойных пластин.

Нельзя не отметить и вклад В. З. Власова (1906–1958 гг.) — специалиста в области теории тонкостенных конструкций, в развитие подходов к оценке устойчивости конструкции. Он ввел простую расчетную модель, в которой оболочка подменяется системой множества арок, передающих усилия, но не передающих изгибающие и крутящие моменты. С помощью такого упрощения расчет оболочки

сводится к нахождению решения системы дифференциальных уравнений, с которой обычно имеют дело в строительной механике. Также на основе теории безмоментных оболочек Власов доработал теорию расчета на устойчивость тонкостенных стержней. Не менее важное значение имеют и предложенные Власовым уравнения нелинейной теории при конечных прогибах, которые позволяют изучить поведение оболочки после потери устойчивости [7].

Свои особенности имеет расчет устойчивости композитных элементов конструкций. По определению композиционные материалы не однородны. В книге [8] авторы выделяют два уровня неоднородности: неоднородность на микроуровне, связанная с соединением волокна с матрицей, и на макроуровне, связанная с укладкой слоев. При расчете пластин и оболочек обычно полагается, что каждый слой является анизотропным материалом и жесткостные характеристики определяются экспериментально или стандартными методами механики композиционных материалов. При расчете элементов конструкций на прочность и устойчивость композиционный материал считается квазиоднородным и анизотропным и решение основано на методах расчета однородных анизотропных тел.

Подбор рациональных параметров конструкции из композиционных материалов по условиям устойчивости — сложная задача. На критические нагрузки общей потери устойчивости панелей существенно влияют размеры исследуемых панелей, укладка армирующих слоев, количество стрингеров и их высота, причем изменение одного из указанных параметров приводит к изменению критической нагрузки как общей, так и местной потери устойчивости. При варьировании этих параметров необходимо осуществлять контроль одновременно по общей потере устойчивости панели, по локальным формам потери устойчивости (между стрингерами, между стрингером и лонжероном и т. д.), по потере устойчивости самого стрингера, а также по условиям прочности. Для отыскания параметров композитной панели минимального веса представляются удобными подходы оптимального проектирования.

1.2 Подходы к оптимизации конструкций

Оптимизация — это задача определения экстремального значения некоторой заданной целевой функции $f(x)$, которая применяется в таких дисциплинах, как прикладная математика, физика, инженерия, экономика и т. д. Задачи оптимизации касаются как минимизации физических величин на микро- и макроуровнях, так и максимизации прибыли или эффективности логистических цепочек [9], и важным этапом является выбор метода решения, поскольку от этого зависит как количество вычислительных ресурсов, которые необходимо затратить на поиск решения, так и будет ли найден экстремум исследуемой функции [10].

Задача оптимизации разделяется на безусловную и условную. Безусловная оптимизация предполагает, что экстремум ограничен только областью определения целевой функции [9], при наложении ограничений на целевую функцию оптимизация становится условной.

Также оптимизация разделяется на глобальную и локальную. Глобальная оптимизация определяет фактический экстремум функции во всей области. Локальная оптимизация — локальный экстремум на подмножестве области определения.

В зависимости от типа целевой функции и ограничений методы поиска экстремума разделяются на методы линейного и нелинейного программирования [11].

Наиболее часто в литературе выделяют следующие методы решения задач оптимизации:

Задачи, которые имеют известные аналитические выражения целевой функции и ее производных, обычно решают методами классического анализа [10]; при наличии ограничений типа равенств на независимые переменные или если уравнения записаны в частных производных применяется метод множителей Лагранжа [12, 13].

При описании задачи оптимизации с помощью функционалов используются методы вариационного исчисления [14–16].

Идея динамического программирования заключается в разделении сложной задачи на несколько простых. Центральным результатом теории динамического программирования, который переформулирует оптимизационную задачу

в рекурсивной форме, является уравнение Беллмана [17]. Обычно, промежуточные результаты решения подзадач запоминаются во время выполнения алгоритма оптимизации [18], поэтому повышаются требования к объему памяти вычислительной машины.

При описании задачи оптимизации системой дифференциальных уравнений удобным оказывается использование принципа максимума Понтрягина [19, 20]. Систему интегрируют, применяя обычные программы на цифровых вычислительных машинах. Принцип максимума для процессов, описываемых дифференциальными уравнениями, при некоторых предположениях является достаточным условием оптимальности [21], поэтому дополнительной проверки на оптимум получаемых решений обычно не требуется. Для дискретных процессов принцип максимума в той же формулировке, что и для непрерывных, вообще говоря, несправедлив. Однако условия оптимальности, получаемые при его применении для многостадийных процессов, позволяют найти достаточно удобные алгоритмы оптимизации.

Линейное программирование применяется для задач оптимизации с линейной целевой функцией и линейными ограничениями. Универсальным методом для решения задач линейного программирования является симплекс-метод [22], позволяющий за конечное число итераций находить оптимальное решение подавляющего большинства задач.

Широкое распространение при решении задач оптимизации получил генетический алгоритм, в основе которого лежит теория эволюции Ч. Дарвина. Впервые основные идеи генетического алгоритма упоминаются в работах Д. Холланда в конце XX века под названием «репродуктивный план Холланда» [24, 25]. Позже К. Йонг и Д. Голдберг разработали классический генетический алгоритм, в котором сохранены некоторые биологические термины такие как популяция, мутация, размножение, скрещивание и т. д. [25].

На первом шаге задается набор векторов — популяция. Путем операций скрещивания эта популяция размножается и производится естественный отбор на основании минимизации целевой функции. Если значение функции перестает минимизироваться, делается вывод о том, что популяция вырождается. Для того чтобы

избежать этого, необходимо включать некоторые элементы случайности, например мутации, т. е. случайное изменение каких-то особей. Также для внесения разнообразия в популяцию используется селекция — отбор особей, которые лучше минимизируют функцию. Иногда этих операций недостаточно, и почти вся популяция уничтожается и добавляются новые случайные особи [26].

Решение задач нелинейного программирования намного сложнее решения задач линейного программирования [27–29]. Ограничения в задачах линейного программирования представляют собой линейные неравенства и равенства, и область допустимых решений представляет собой выпуклое множество с конечным числом угловых точек. В задачах нелинейного программирования множество допустимых решений может быть невыпуклым, несвязанным и иметь бесконечное число крайних точек. Геометрически это проиллюстрировано на рисунке 1.2.

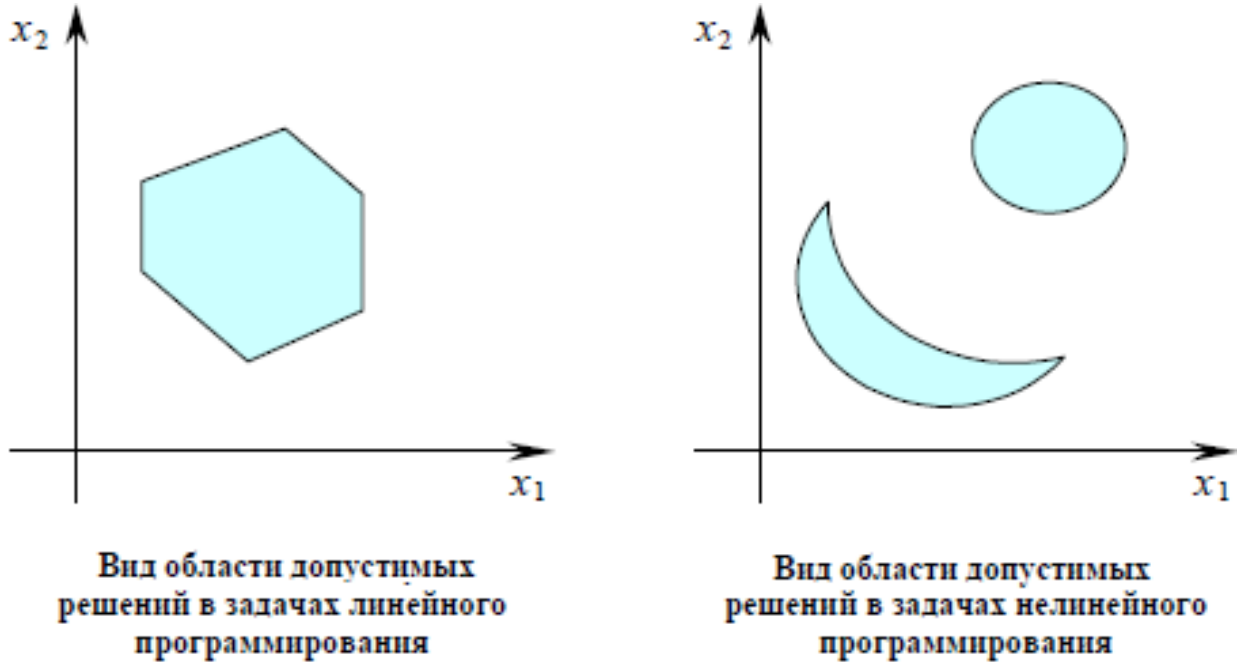


Рисунок 1.2 — Области допустимых решений в задачах с линейными и нелинейными ограничениями [29]

Минимальное значение линейной целевой функции достигается в одной из угловых точек области допустимых значений, в то время как при нелинейной целевой функции минимум может достигаться и внутри области допустимых решений.

В задачах линейного программирования локальный минимум целевой функции всегда совпадает с глобальным решением задачи. В задачах же нелинейного программирования целевая функция может иметь несколько локальных решений.

Принято разделять методы оптимизации на прямые методы поиска или методы нулевого порядка, методы первого и второго порядка [11]. Прямые методы — это методы, в которых при поиске экстремума используется информация только о самой функции и не используется информация о ее производных. Плюсом таких методов является возможность оптимизации функций, аналитическое представление которых неизвестно, т. е. эти функции определены только алгоритмически. Методы нулевого порядка не требуют знания целевой функции в явном виде. Они не требуют регулярности и непрерывности целевой функции и существования производных. Это существенное достоинство при решении сложных технических и экономических задач.

К методам одномерного поиска относятся методы дихотомии (деления отрезка пополам), золотого сечения и Фибоначчи. В каждом из этих методов последовательно сокращается интервал, содержащий точку минимума. Следует также отметить, что при практическом применении метод золотого сечения по эффективности, скорости сходимости и точности получаемого решения практически не уступает методу Фибоначчи, а алгоритмически реализация метода золотого сечения является более простой.

К прямым методам также относится алгоритм Гаусса (метод очень прост, но не очень эффективен, поскольку в некоторых случаях поиск быстро застревает и процесс так и останется в точке начального приближения), алгоритм Хука и Дживса, алгоритм Розенброка или метод вращающихся координат. Одним из удобных и простых методов является метод покоординатного спуска [30, 31] — это метод безусловной оптимизации, который сводит оптимизацию в многомерном пространстве к многократно повторяемой одномерной оптимизации. Суть метода состоит в последовательном движении в направлениях, параллельных координатным осям. При движении вдоль координатной оси варьирование исследуемой переменной производится до точки минимума целевой функции.

К методам первого порядка относятся алгоритмы, в которых в процессе поиска кроме информации о самой функции используется информация о производных первого порядка. К группе таких методов относятся различные градиентные

методы [32–36], такие, как метод наискорейшего спуска, метод сопряженных градиентов и так называемый многопараметрический поиск [11].

Методы второго порядка, или ньютоновские методы, используют матрицу Гессе, содержащую вторые производные целевой функции.

Сходимость метода Ньютона существенно зависит от выбора начального приближения. Если целевая функция сильно выпуклая, а начальное приближение выбрано удачно, то алгоритм метода Ньютона обладает квадратичной скоростью сходимости. Но в случае, когда целевая функция не является сильно выпуклой или же начальное приближение находится далеко от искомой точки, метод Ньютона может расходиться.

Понятие «оптимального решения» (лат. *optimis* — лучший) предполагает, что предложенная конструкция будет наилучшим решением при всех возможных вариантах. Приемлемое для конструктора «рациональное решение» не претендует на роль лучшего варианта и является работоспособным при имеющихся временных, вычислительных и других ограничениях. В отличие от оптимального проектирования конструкций, которое предполагает достижение математически обоснованной максимальной эффективности конструкции, выбор рациональной конструкции — это движение в сторону наибольшей эффективности. Тем не менее создание рациональной конструкции, как правило, требует применения методов оптимизации. Развитие вычислительной техники позволило достигнуть значительного прогресса в области оптимального проектирования и повысить производительность процесса конструирования и качество разрабатываемых моделей за счет исключения ручной работы и внедрения новых методов и технологий проектирования [37].

1.3 Оптимизация и рациональное проектирование композитных панелей

В самолетостроении наиболее актуальной является проблема уменьшения веса конструкции. С. М. Егер в [38] дает примеры расчета экономичности пассажирского самолета, где показывает, что в процессе проектирования необходимо добиваться максимально возможной весовой отдачи самолета за счет облегчения

конструкции и уменьшения веса его двигателей и оборудования, т. к. от массы зависят тактико-технические характеристики самолета.

Обычно необходимо оптимизировать мембранные и крутильные жесткости, вес, технологические параметры, и в зависимости от целевой функции, заданных ограничений и постановки задачи используются различные подходы. Например, в задаче минимизации веса оболочек используются методы наискорейшего спуска [39–42], метод перебора в [43], методы случайного поиска, методы сканирования, метод множителей Лагранжа и т. д. В работе [44] рассмотрено рациональное проектирование гибридных композитных стержней. Рациональное проектирование кольцевых пластин с криволинейными структурами с точки зрения устойчивости рассмотрено в [45]. В [46, 47] на первом этапе оптимизации обеспечивается общая устойчивость за счет варьирования основных параметров подкреплений, и на втором этапе обеспечивается выполнение технологических ограничений, условий прочности и местной устойчивости. В работах [48–50] критерием оптимальности является критерий равнопрочности, в [51] используется принцип равных запасов по прочности и устойчивости.

В научно-технических отчетах СибНИА [52, 53] представлен метод рационального проектирования подкрепленных оболочек, работающих совместно с центропланом. Напряженно-деформированное состояние (НДС) конструкции определяется с помощью решения двух систем алгебраических уравнений методом групповой релаксации. При рациональном проектировании была использована методика, разработанная Ю. И. Бадрухиным и др. в [52]. Были учтены ограничения по параметрам конструктивно-силовой схемы (КСС), таким как толщина обшивки, приведенная толщина стрингеров, шаг стрингеров, высота стрингеров и площадь сечения шпангоутов. Также во внимание принимались ограничения по прочности ортотропной обшивки и шпангоутов, устойчивости панели между шпангоутами при сжатии, растяжении и сдвиге и по устойчивости стрингера при сжатии.

В отчете [52] рассмотрено рациональное проектирование стрингерного крыла. Оптимальная площадь пояса лонжерона и толщина его стенки найдены из условия прочности и равенства нулю производной от веса. При выборе

рациональной стрингерной панели были учтены ограничения по прочности поясов и стенок лонжеронов и нервюр, прочности панелей обшивки, устойчивости панелей обшивки, устойчивости стрингера (из этого условия определялась высота стрингера), устойчивости ячейки обшивки между стрингерами (определение шага и количества стрингеров), устойчивости стенки лонжерона при изгибе и сдвиге, а также конструктивные ограничения.

Рациональное проектирование крыла с трехслойной обшивкой рассмотрено в отчете СибНИА [53]. Алгоритм рационального проектирования состоит из следующих пунктов: задание начальных жесткостных характеристик элементов конструкции, определение усилий в элементах, задание начальной толщины углеволокна в стенках и панелях, варьирование площади поперечных сечений таким образом, чтобы ограничения по прочности и устойчивости были удовлетворены; если изменение толщины углеволокна на текущем шаге больше некоторой величины, задается следующая итерация варьирования площади углеволокна, если меньше — переход к определению толщины сотового заполнителя.

При проектировании элементов космических аппаратов часто применяют ферменные и сетчатые конструкции. Большой вклад в изучение сетчатых оболочек внес В. В. Васильев [54–58].

В [59] исследуется задача оптимального проектирования элементов многосекционных ферменных конструкций и соединительных узлов. Задача оптимизации анизогридной оболочки из полимерных композиционных материалов (ПКМ) с учетом веса наружной обшивки рассмотрена в работе [60]. Оптимизация анизогридных оболочек с нарушенной структурой ребер представлена в [61, 62]. Алгоритм оптимизации основан на симплексном методе, минимизируется масса конструкции при ограничениях по прочности, жесткости и устойчивости. Оптимизация сетчатой структуры панели крыла из ПКМ рассмотрена в работе [63]. Параметрами оптимизации служат толщина панели и ребер, угол наклона ребер и расстояние между ними. Рассмотрены шарнирно-опертые панели с различным отношением длины к ширине при осевом сжатии.

Применение традиционных КСС в панелях фюзеляжа или крыла позволяет упростить анализ прочности и устойчивости конструкции отсека и использовать в расчетах подкрепленные панели с простыми граничными условиями, постоянными нагрузками на кромках, сохранением прямолинейности кромок панелей. Классические решения задач по определению критических нагрузок потери устойчивости подкрепленных (стрингерных) металлических панелей, разработанные такими учеными как Х. Вагнер, С. Тимошенко, Г. Ростовцев и др. [64–66] широко применяются и для композитных панелей с учетом ортотропии, последовательности укладки слоев, и т. д. Наряду с линейной устойчивостью широко исследовалась и задача по анализу устойчивости в геометрически нелинейной постановке с учетом закритического деформирования обшивки панели [67–71].

Метод конечных элементов (МКЭ) является удобным инструментом для расчета НДС авиационных конструкций. Большой популярностью пользуются коммерческие конечно-элементные (КЭ) комплексы, такие как *Ansys, NX Nastran, Abaqus* и т. д., имеющие удобный пре/постпроцессор и хорошо зарекомендовавшие себя на рынке [72].

С помощью МКЭ решаются различные задачи, связанные с оптимизацией конструкций. Например, в [73] была решена задача уменьшения жесткости рессоры многоцелевого самолета, в [74] рассмотрена задача повышения прочности режущего клина инструмента при ружейном сверлении. С помощью метода конечных элементов в [75] проведена оптимизация конструкции бампера автомобиля при ударных воздействиях. Оптимизация рамы легкого колесного вездехода приведена в [76]. Здесь МКЭ использован для анализа НДС и выявления перегруженных мест конструкции. В работе [77] с помощью конечно-элементного пакета *Femap with NX Nastran* проведена оптимизация крыла легкого самолета К-8. В качестве критериев оптимизации были выбраны масса, прогиб и коэффициент запаса прочности. На первом этапе определялись оптимальные параметры для двух и трехлонжеронного крыла. При этом положение лонжеронов и нервюр, их толщина и укладка являлись параметрами оптимизации. На втором этапе выбирался наиболее оптимальный вариант из рассмотренных. Авторы [78] использовали МКЭ для проведения

частотного анализа при оптимизации конструктивных параметров основания мобильного лидара. В [79–83] конечно-элементный анализ использован для моделирования процесса изготовления конструкций из полимерных композиционных материалов. Задача распределения температуры и степени полимеризации в оболочках, получаемых в автоклаве, решена с помощью конечно-элементного анализа в работах [84, 85].

Однако эти комплексы имеют определенные недостатки, как например проблема интерпретации напряженного состояния, полученного с помощью МКЭ, связанная с тем, что МКЭ дает среднеквадратичное приближение к истинному результату и в местах скачков напряжений должен давать усредненные значения [86]. Также не всегда можно достоверно определить алгоритмы, по которым произведен расчет НДС при геометрической нелинейности или при закритическом деформировании конструкции.

Тем не менее с появлением коммерческих программ МКЭ задачи устойчивости в основном стали решаться на основе конечно-элементных моделей с различной степенью дискретизации. Однако в итерационных процедурах алгоритмов предварительного проектирования эти решения использовались крайне редко из-за относительно невысокого быстродействия расчетной части МКЭ и невозможности автоматизировать процедуру анализа результатов расчетов. Поэтому применялись расчеты на основе континуальной модели или на модели с так называемыми «размазанными» жесткостями подкреплений. В СибНИА В. В. Кабанов, Л. П. Железнов, В. К. Белов занимались вопросами нелинейного деформирования и устойчивости композитного отсека фюзеляжа при действии чистого изгиба, внутреннего давления, а также при комбинированном нагружении фюзеляжа изгибающим и крутящим моментом [87, 88] на основе ортотропной модели с учетом нелинейности исходного НДС.

Разработка таких методов активно проводилась в ЦАГИ [89–91]. Численно-аналитические методы позволяли решать задачи определения критического уровня комбинированной нагрузки в геометрически и физически нелинейной постановке. Из методов, созданных в ЦАГИ, можно отметить метод расчета подкрепленных

оболочек с учетом нелинейного поведения элементов конструкции [92], который нашел широкое применение в отечественных ОКБ авиационной отрасли [93].

Задача оптимизации веса панели из слоистых КМ для спектра нагрузок при ограничении по прочности и устойчивости решена в работе [8]. Для решения задачи применен метод проектируемых градиентов и метод покоординатного спуска.

Метод топологической оптимизации авиационных конструкций, в котором применена модель твердого тела переменной плотности разработан А. В. Болдыревым и В. А. Комаровым [94]. А. А. Дудченко и Р. Р. А. Канчая применили эту математическую модель в статье [95] и описали методику рационального проектирования конструкций из КМ при ограничениях по прочности, жесткости и устойчивости с учетом конструктивно-технологических ограничений. Сначала для получения рациональных параметров используются ограничения по прочности и жесткости, затем проводится анализ устойчивости и при необходимости конструкция дорабатывается. Выбор рациональных параметров крыла по условиям прочности и устойчивости с использованием пакета программ АРГОН, разработанном в ЦАГИ, продемонстрирован в работе К. А. Балунова, Ф. З. Ишмуратова [96].

Широкое применение аддитивных технологий привело к масштабному изучению биоподобных конструкций, в основе проектирования которых лежит топологическая оптимизация [97]. В работе [98] представлено решение задачи топологической оптимизации кронштейна из короткоармированного композиционного материала с учетом определения анизотропии материалов путем полного решения задачи литья изделия. Топологическая оптимизация кессона крыла проведена в [99]. Различные КСС фюзеляжа беспилотного летательного аппарата, такие как классическая схема, схема с наклонными шпангоутами, схема подкреплений на основе обратных шестигранников, сетчатая конструкция и бионическая схема на основе структуры бамбука, рассмотрены в [100]. Показано, что использование ауксетической конструктивно-силовой схемы позволяет снизить массу конструкции на 25,6 % по сравнению с классической КСС.

В работе [101] предложена методика многокритериальной оптимизации конструкции трубчатой направляющей из ПКМ, в которой проектными параметрами

являются количество и материал слоя, а также укладка. Также при оптимизации лопасти квадрокоптера в [102] показано, что оптимальные значения углов укладки слоев находятся в интервале от минус 22,46° до минус 14,26°. Критерием оптимальности в этих работах служил минимум обратного коэффициента запаса прочности. В работах [103–105] предложена методика весовой оптимизации конструкций с помощью топологической оптимизации и выбора наилучших углов армирования, зависящих от направления действия главных напряжений.

Использование однонаправленных слоистых препрегов дает возможность формирования необходимых характеристик панелей по направлениям действия силовых потоков, поэтому возникает вопрос о возможности рационального сочетания направлений слоев, которое бы обеспечивало минимальный вес и наилучшую несущую способность.

Авторы работы [106] показали, что устойчивость оболочек, нагруженных осевой сжимающей нагрузкой, повышается при смещении слоев ±45° к внешнему краю укладки. Также проведено исследование влияния количества пакетов с углами ориентации слоев ±45°, 0°, 90° на прочность и устойчивость. При увеличении количества таких наборов слоев коэффициент запаса общей устойчивости увеличивается. Наибольший запас прочности получен для укладки [±45/0/90].

В статье [107] также приведен пример использования метода конечных элементов для проектирования кессона крыла из ПКМ минимального веса с ограничениями по прочности и величине прогиба. В предложенном алгоритме сперва с помощью встроенного оптимизационного модуля *Ansys* задаются различные укладки и определяется та, которая дает наименьшую толщину. Затем задается количество слоев, соответствующее отношению общей толщины к толщине монослоя с округлением в большую сторону.

Полученные панели имеют толщины 2–2,2 мм, и потеря устойчивости может наступить раньше достижения предельного уровня напряжений, при этом сведений об устойчивости панелей кессона авторами [107] не приводится.

В работе [108] для оптимизации шпангоутов из КМ также использован модуль *Ansys Response Surface Optimization*. В отличие от [107], с помощью этого

модуля выбирают места расположения силовых шпангоутов и необходимую ширину, а затем проводят топологическую оптимизацию формы шпангоутов по условию прочности. Далее шпангоуты дорабатываются с учетом технологических ограничений.

В [109] предложено решать задачу выбора рациональной укладки слоев в тонкостенных элементах авиационных конструкций из ПКМ путем расчета множества вариантов укладки и выбора среди них наиболее рациональных с точки зрения веса и прочности. Критерием выбора подходящей укладки служит коэффициент перегруженности, вычисляемый с помощью критерия Мизеса-Хилла.

В работе [110] рациональная укладка также была исследована путем перебора множества комбинаций слоев с направлением армирования ±45°, 0° и 90°. Оценка проводилась по прочности слоя, прочности пакета и устойчивости. В результате анализа выработан ряд рекомендаций: для того, чтобы избежать прямого нагружения матрицы в любом направлении, требуется не менее 10 % слоев каждого из четырех направлений укладки; для снижения вероятности расслоения рекомендовано избегать группировки более чем четырех слоев одной ориентации; на наружных поверхностях пакета рекомендовано располагать слои +45° или –45°; для предотвращения растрескивания при отверждении слои с направлениями 0° и 90° или +45° и –45° не рекомендовано совмещать; для минимизации влияния межслоевого сдвига и нормальных напряжений не допускается группировать слои с ориентацией 90°. Получено следующее распределение содержания слоев для эффективной передачи нагрузки: 0° — от 30 до 50 %, ±45° — от 40 до 60 %, 90° — не менее 10 %.

Для решения задачи оптимизации веса композитной панели за счет рациональной укладки в работе [111] применен метод поиска организованным перебором на сетке в комбинации с методом сопряженных направлений. В этой работе проведены исследования влияния на прочность, жесткость и устойчивость не только процентного содержания слоев, но и их расположения по толщине панели. Прочность оценивается по критерию разрушения слоя, жесткость ограничена уровнем деформаций, а устойчивость — критическим значением нагрузки.

Также оптимизация укладки слоев реализована в *Siemens NX* 12 на вкладке *Laminate Modeler*. Этот алгоритм позволяет проводить оптимизацию по толщине слоя в укладке, по расположению слоев, а также по выбору материала для слоя. Целевую функцию можно выбрать в виде массы конструкции или механических характеристик укладки. Ограничениями могут служить собственные числа потери устойчивости, индекс разрушения слоя в зависимости от выбранного критерия (доступны критерий Хилла, Хофмана, Цая-Ву, максимальных напряжений, максимальных деформаций и т. д.) [112]. В *Siemens NX* 12 оптимизация реализуется с помощью генетического алгоритма. Также генетический алгоритм применен для минимизации массы и стоимости материала за счет оптимального сочетания слоев в работах [113–116].

Итерационный алгоритм послойного наращивания материала для поиска оптимальных параметров панелей крыла реализован в работе В. А. Киреева, И. А. Казакова [117]. В данном алгоритме используются инженерные методы анализа прочности и устойчивости, в частности стрингерная панель заменяется на неподкрепленную с учетом эквивалентной жесткости стрингерного набора. Это существенно сокращает время вычислений. Затем параметры панели уточняются с помощью МКЭ.

Обобщая приведенные алгоритмы, стоит отметить, что в литературе не представлено универсальных, быстрых и эффективных алгоритмов оптимизации панелей из слоистых ПКМ. В некоторых источниках учитывается только общая или только местная потеря устойчивости, либо ограничением служит прочность без учета устойчивости панели. Также во многих работах проводится только послойный анализ прочности, а прочность всего пакета и влияние слоев друг на друга не учитывается. Другие алгоритмы дают только процентное содержание слоев и необходимую толщину по прочности, хотя расположение слоев в укладке существенно влияет на устойчивость.

Также, когда речь идет о подкрепленных панелях, нельзя ограничиваться только оптимизацией локальных зон, геометрические и жесткостные параметры подкрепления влияют на распределение потоков в панели.

Таким образом, задача разработки алгоритма выбора параметров стрингеров, укладки и расположения слоев в панелях и стрингерах из ПКМ, обеспечивающих прочность, общую и местную устойчивость, является актуальной.

Выводы по главе 1

Представлены сведения об этапах развития науки об устойчивости конструкций и об ученых, занимавшихся данной проблематикой, в частности, выделен начальный этап развития, включающий оценку критической силы потери устойчивости стержней (XVII–XVIII века), этап динамичного развития (XIX – начало XX века), характеризующийся переходом от стержневых конструкций к оценке устойчивости пластин и тонких оболочек. Отмечен вклад в развитие теории устойчивости Л. Эйлера, Ф. С. Ясинского, С. П. Тимошенко, В. З. Власова.

Дано общее определение задачи оптимизации, представлен обзор различных методов оптимизации. Приведен обзор литературы по методам рационального проектирования панелей из композиционных материалов. Рассмотрено применение методов линейного и нелинейного программирования, использование генетических алгоритмов для решения задач оптимизации, развитие метода конечных элементов для анализа НДС конструкций, внедрение топологической оптимизации для проектирования конструкций. Особое внимание уделено методам поиска рационального расположения слоев в укладке. Отмечено, что существенное влияние на критические нагрузки оказывают параметры укладки.

Выполнен анализ возможностей, достоинств и недостатков существующих подходов и алгоритмов, пригодных в качестве инструмента поиска реализуемых на практике оптимальных вариантов конструкции композитных панелей. Показана актуальность разработки алгоритма, позволяющего снизить трудоемкость получения параметров панелей, отвечающих требованиям устойчивости и прочности при наименьшем весе.

2 АНАЛИТИЧЕСКОЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ПРОЧНОСТИ И УСТОЙЧИВОСТИ КОМПОЗИТНОЙ ПАНЕЛИ

2.1 Аналитическое решение задачи прочности и устойчивости неподкрепленной панели

Прочность композитного пакета панели оценивается по критерию максимальной интенсивности деформаций

$$\varepsilon_i \le \varepsilon_{ib}, \tag{2.1}$$

где ε_i — интенсивность деформации при плоском напряженном состоянии [118], которая определяется выражением

$$\varepsilon_i = \frac{\sqrt{2}}{3} \cdot \sqrt{\left(\varepsilon_x - \varepsilon_y\right)^2 + \left(\varepsilon_y - \varepsilon_z\right)^2 + \left(\varepsilon_x - \varepsilon_z\right)^2 + \frac{3}{2} \cdot \gamma_{xy}^2}, \tag{2.2}$$

$$\varepsilon_x = \frac{\sigma_x}{E_x} - \nu_{yx} \cdot \frac{\sigma_y}{E_y}, \quad \varepsilon_y = \frac{\sigma_y}{E_y} - \nu_{xy} \cdot \frac{\sigma_x}{E_x}, \quad \gamma_{xy} = \frac{\tau_{xy}}{G}, \quad \varepsilon_z = -\nu_z \left(\frac{\sigma_x}{E_x} + \frac{\sigma_y}{E_y} \right), \tag{2.3}$$

$$\nu_{xy} = \frac{E_x}{E_y} \cdot \nu_{yx}.$$

Представив напряжения через потоки сил q_x, q_y и q_{xy}, получим:

$$\varepsilon_i = \frac{\sqrt{2}}{3 \cdot h} \cdot \sqrt{F_i}, \tag{2.4}$$

где

$$\begin{aligned} F_i = & \left(\frac{q_x}{E_x} \right)^2 \cdot \left((1+\nu_{xy})^2 + (\nu_z - \nu_{xy})^2 + (1+\nu_z)^2 \right) + \\ & + \left(\frac{q_y}{E_y} \right)^2 \cdot \left((1+\nu_{yx})^2 + (1+\nu_z)^2 + (\nu_z - \nu_{yx})^2 \right) + \\ & + 2 \cdot \frac{q_x}{E_x} \cdot \frac{q_y}{E_y} \cdot \left(2 \cdot \nu_z^2 + 2 \cdot \nu_z - \left(\nu_{xy} + \nu_{yx} \right) \cdot \left(\nu_z + 2 \right) - 1 \right) + \frac{3}{2} \cdot \left(\frac{q_{xy}}{G} \right)^2. \end{aligned} \tag{2.5}$$

Здесь ε_{ib} — предельное значение интенсивности деформации;

ε_x, ε_y и ε_z — линейные деформации в направлениях x, y и z;

γ_{xy} — сдвиговые деформации в плоскости xy;

σ_x, σ_y — нормальные напряжения в направлениях x и y;

τ_{xy} — касательные напряжения в плоскости xy;

E_x, E_y — модули упругости в направлениях x и y;

G — модуль сдвига;

v_{xy}, v_{yx}, v_z — коэффициенты Пуассона;

q_x, q_y, q_{xy} — потоки сил (потоки представляют собой силу, распределенную по ширине сечения) в направлениях x, y и в плоскости xy.

Ось x направлена по длине панели, y — по ширине панели, z — по толщине панели, xy — в плоскости панели (рисунок 2.1). Толщина пакета h, необходимая для обеспечения прочности, определяется из условия равенства (2.1) предельному значению ε_{ib}.

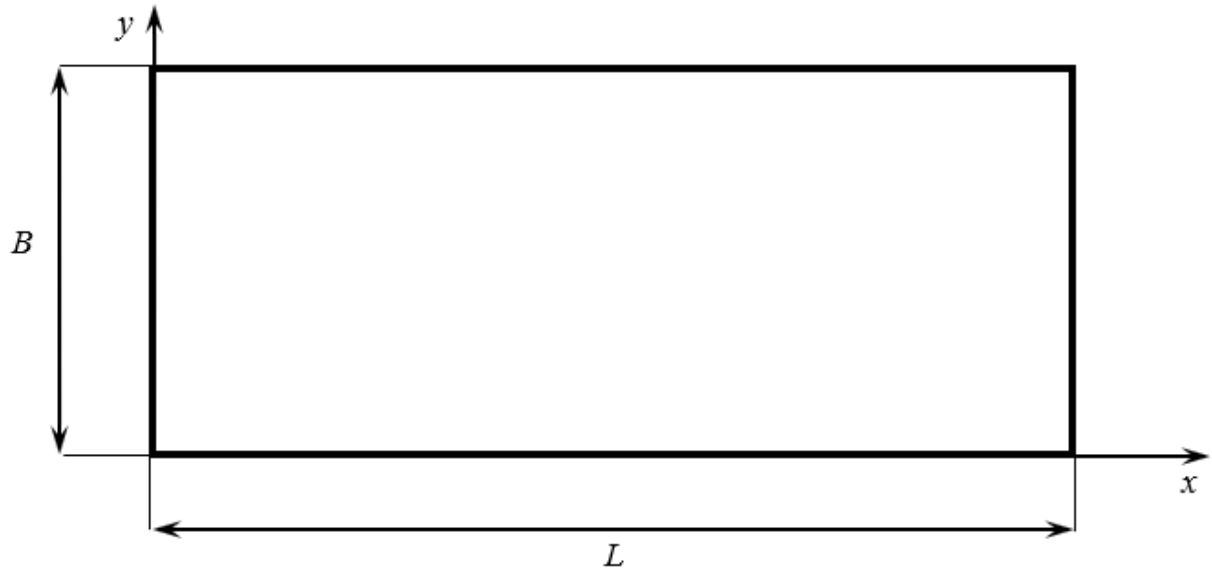


Рисунок 2.1 — Схема панели

Для аналитического определения критических потоков потери устойчивости был использован энергетический принцип [5]:

$$\delta\Pi = \delta U - \lambda \cdot \delta A = 0 \qquad (2.6)$$

где δU — первая вариация потенциальной энергии деформации изгиба панели, δA — первая вариация работы внешних сил, λ — коэффициент пропорциональности внешних нагрузок, достигающий критического значения при $\delta\Pi = 0$ [119]. Далее по тексту λ называется фактором потери устойчивости.

Для учета сдвига по толщине обшивки представим углы поворота пластины при изгибе в виде суммы

$$\theta_x = \gamma_{xz} + \frac{\partial w}{\partial x},\ \theta_y = \gamma_{yz} + \frac{\partial w}{\partial y}. \qquad (2.7)$$

Выражение для потенциальной энергии деформации U имеет вид:

$$U = \frac{1}{2}\int \left(M_x \cdot \chi_x + M_y \cdot \chi_y + H \cdot \chi_{xy} + Q_x^2 + \cdot Q_y^2 \right) dF \tag{2.8}$$

Изгибающие моменты M_x, M_y, крутящий момент H, перерезывающие силы Q_x, Q_y определены следующим образом:

$$\begin{cases} M_x = D_{11} \cdot \left(\chi_x + \nu_{yx} \cdot \chi_y \right) \\ M_y = D_{22} \cdot \left(\chi_2 + \nu_{xy} \cdot \chi_y \right) \\ H = 2 \cdot D_k \cdot \chi_{xy} \\ Q_x = G_{oz} \cdot \gamma_{xz} \\ Q_y = G_{oz} \cdot \gamma_{yz} \end{cases} \tag{2.9}$$

$$G_{oz} = h_o^2 \cdot \int_{-h/2}^{h/2} G \cdot dz. \tag{2.10}$$

D_{11}, D_{22}, и т. д. — элементы матрицы изгибной жесткости.

С учетом того, что

$$\chi_x = \frac{\partial \theta_x}{\partial x};\ \ \chi_y = \frac{\partial \theta_y}{\partial y};\ \ \chi_{xy} = \frac{\partial \theta_x}{\partial y} + \frac{\partial \theta_y}{\partial x}$$

и вклада в энергию углов сдвига, получим выражение для потенциальной энергии изгиба обшивки [120]

$$U_o = \frac{1}{2}\int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \left(\begin{array}{l} D_{11} \cdot \left(\dfrac{\partial \theta_x}{\partial x} \right)^2 + 2 \cdot D_{12} \cdot \left(\dfrac{\partial \theta_x}{\partial x} \cdot \dfrac{\partial \theta_y}{\partial y} \right) + D_{22} \cdot \left(\dfrac{\partial \theta_y}{\partial y} \right)^2 + \\ + D_{33} \cdot \left(\dfrac{\partial \theta_x}{\partial y} + \dfrac{\partial \theta_y}{\partial x} \right)^2 \end{array} \right) dF + \tag{2.11}$$

$$+ \frac{G_{oz}}{2} \cdot \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \left(\gamma_{xz}^2 + \gamma_{yz}^2 \right) dF$$

Для случая опирания панели по контуру выражения для прогиба и углов сдвига представим в виде

$$w = f \cdot \sin\left[\alpha \cdot \left(x - k \cdot y\right)\right] \cdot \sin\left(\beta \cdot y\right),$$
$$\gamma_{xz} = \gamma_{x0} \cdot \left(\cos\left[\alpha \cdot \left(x - k \cdot y\right)\right] \cdot \sin\left(\beta \cdot y\right)\right), \qquad (2.12)$$
$$\gamma_{yz} = \gamma_{y0} \cdot \left(\sin\left[\alpha \cdot \left(x - k \cdot y\right)\right] \cdot \cos\left(\beta \cdot y\right) + \cos\left[\alpha \cdot \left(x - k \cdot y\right)\right] \cdot \sin\left(\beta \cdot y\right)\right).$$

Введены следующие обозначения:

f, γ_{x0}, γ_{y0} — неизвестные параметры прогиба и углов поворота,

$\alpha = m \cdot \pi / L$ (m = 1,2, r — количество продольных полуволн),

$\beta = n \cdot \pi / B$ (n = 1,2, l — количество поперечных полуволн),

k — тангенс угла наклона полуволны при нагружении сдвигом [5].

В [6] С. П. Тимошенко показал, что при исследовании устойчивости пластин в случае простых исходных состояний принцип $\delta\Pi = 0$ по отношению к отклоненному состоянию приводит к принципу $\Pi = 0$.

Тогда, подставив (2.12) в (2.11), после преобразований получим

$$U_o = D_{11o} \cdot \alpha^4 + D_{22o} \cdot coef_3 + 2 \cdot D_{33o} \cdot coef_1 - 4 \cdot D_{13o} \cdot \alpha^4 \cdot k -$$
$$-4 \cdot D_{23o} \cdot coef_2 - \frac{a_{12}^2 \cdot a_{33} + a_{13}^2 \cdot a_{22} - 2 \cdot a_{12} \cdot a_{13} \cdot a_{23}}{a_{22} \cdot a_{33} - a_{23}^2}, \qquad (2.13)$$

где

$$\gamma_1 = \beta + \alpha \cdot k,\ \gamma_2 = \beta - \alpha \cdot k,$$
$$coef_1 = \left(\beta^2 + \alpha^2 \cdot k^2\right) \cdot \alpha^2,$$
$$coef_2 = k \cdot \left(3 \cdot \beta^2 + \alpha^2 \cdot k^2\right) \cdot \alpha^2,$$
$$coef_3 = \frac{\gamma_1^4 + \gamma_2^4}{2},$$
$$a_{12} = \left(D_{11o} - 3 \cdot D_{13o} \cdot k\right) \cdot \alpha^4 + D_{33o} \cdot coef_1 - D_{23o} \cdot coef_2,$$
$$a_{13} = D_{22o} \cdot coef_3 + D_{33o} \cdot coef_1 - D_{13o} \cdot \alpha^4 \cdot k - 3 \cdot D_{23o} \cdot coef_2,$$
$$a_{22} = \left(D_{11o} - 2 \cdot D_{13o} \cdot k\right) \cdot \alpha^4 + D_{33o} \cdot coef_1 + G_{oz} \cdot h_o \cdot \alpha^2,$$
$$a_{23} = \left(D_{33o} + D_{12o}\right) \cdot coef_1 - D_{13o} \cdot \alpha^4 \cdot k - D_{23o} \cdot coef_2,$$
$$a_{33} = D_{22o} \cdot coef_3 + D_{33o} \cdot coef_1 - 2 \cdot D_{23o} \cdot coef_2 + G_{oz} \cdot h_o \cdot \beta^2.$$

Выражение для работы внешних сил A имеет вид:

$$A=\frac{1}{2}\int\left(q_x\cdot\left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)^2+q_y\cdot\left(\frac{\partial w}{\partial y}\right)^2+q_{xy}\cdot\frac{\partial w}{\partial x}\cdot\frac{\partial w}{\partial y}\right)dF \qquad (2.14)$$

Подставив (2.12) в (2.14), получим

$$A=q_x+q_y\cdot\left(\alpha^2\cdot k^2+\beta^2\right)+q_{xy}\cdot R, \qquad (2.15)$$

где R — поправочный коэффициент, зависящий от отношения длины панели L и ширины B [5].

Из (2.6) получим выражение для определения фактора потери устойчивости

$$\lambda=-\frac{U_o}{A} \qquad (2.16)$$

Для случая защемления панели по контуру выражения для прогиба и углов сдвига представим в виде

$$\begin{aligned} w&= f\cdot\sin\left(\frac{\pi\cdot x}{L}\right)\cdot\sin\left(\frac{m\cdot\pi\cdot x}{L}\right)\cdot\sin\left(\frac{\pi\cdot y}{B}\right)\cdot\sin\left(\frac{n\cdot\pi\cdot y}{B}\right).,\\ \gamma_{zx}&=\gamma_{x0}\cdot\sin\left(\frac{\pi\cdot x\cdot(m+1)}{L}\right)\cdot\sin\left(\frac{\pi\cdot y}{B}\right)\cdot\sin\left(\frac{\pi\cdot y\cdot n}{B}\right),\\ \gamma_{yz}&=\gamma_{y0}\cdot\sin\left(\frac{\pi\cdot y\cdot(n+1)}{B}\right)\cdot\sin\left(\frac{\pi\cdot x}{L}\right)\cdot\sin\left(\frac{\pi\cdot x\cdot m}{L}\right). \end{aligned} \qquad (2.17)$$

По аналогии с задачей для опертой панели для случая защемления по контуру выражение для потенциальной энергии деформации примет вид

$$\begin{aligned} U_o&=D_{11o}\cdot\alpha_4\cdot k_n+D_{22o}\cdot\beta_4\cdot k_m+2\cdot D_{33o}\cdot\alpha_2\cdot\beta_2-\\ &-\frac{ao_{12}^2\cdot ao_{33}+ao_{13}^2\cdot ao_{22}-2\cdot ao_{12}\cdot ao_{13}\cdot ao_{23}}{ao_{22}\cdot ao_{33}-ao_{23}^2}, \end{aligned} \qquad (2.18)$$

$$\alpha_4=\left(\frac{\pi}{L}\right)^4\cdot\left(\frac{(m-1)^4+(m+1)^4}{2}\right),\ \beta_4=\left(\frac{\pi}{B}\right)^4\cdot\left(\frac{(n-1)^4+(n+1)^4}{2}\right),$$

$$\alpha_2=\left(\frac{\pi}{L}\right)^2\cdot\left(\frac{(m-1)^2+(m+1)^2}{2}\right),\ \beta_2=\left(\frac{\pi}{B}\right)^2\cdot\left(\frac{(n-1)^2+(n+1)^2}{2}\right),$$

$$ao_{12}=D_{11o}\cdot\alpha_4\cdot k_n+D_{33o}\cdot\alpha_2\cdot\beta_2,\ ao_{13}=D_{22o}\cdot\beta_4\cdot k_m+D_{33o}\cdot\alpha_2\cdot\beta_2,$$

$$ao_{22}=D_{11o}\cdot\alpha_4\cdot k_n+D_{33o}\cdot\alpha_2\cdot\beta_2+G_{oz}\cdot h_o\cdot\alpha_2,\ ao_{23}=(D_{33o}+D_{12o})\cdot\alpha_2\cdot\beta_2$$

$$ao_{33} = D_{22o} \cdot \beta_4 \cdot k_m + D_{33o} \cdot \alpha_2 \cdot \beta_2 + G_{oz} \cdot h_o \cdot \beta_2,$$

где k_n = 1,5 при n = 1 и k_n = 1,0 при $n \neq 1$, k_m = 1,5 при m = 1 и k_m = 1,0 при $m \neq 1$.

Работа внешних сил примет вид

$$A = q_x \cdot \alpha_2 + q_y \cdot \beta_2 \cdot k_m. \quad (2.19)$$

Действие сдвигового потока в задаче для защемленной панели не рассмотрено.

2.2 Аналитическое решение задачи прочности и устойчивости стрингерной панели

Схема стрингерной панели представлена на рисунках 2.2 и 2.3.

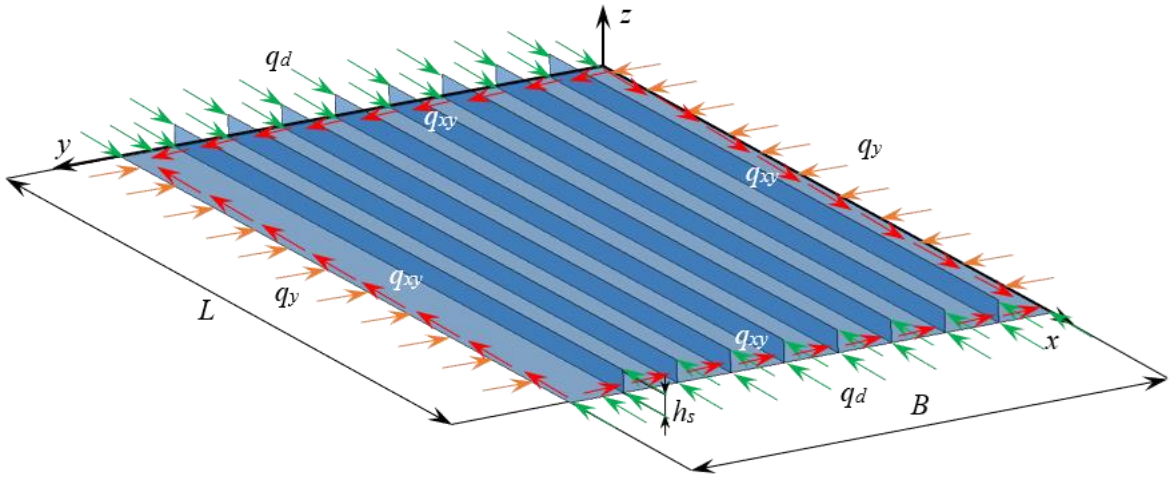


Рисунок 2.2 — Расчетная схема стрингерной панели

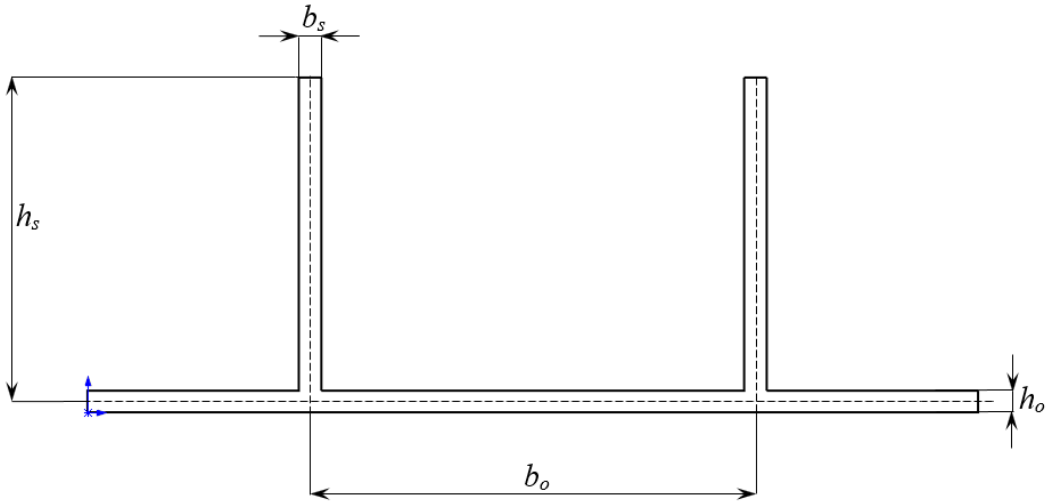


Рисунок 2.3 — Схема сечения стрингерной панели

В качестве допущения принято, что укладка и соответственно толщина стрингера совпадают с укладкой и толщиной панели. Предполагая, что стрингер

и панель деформируются совместно (рисунок 2.4), выразим перемещение стрингера через перемещение панели.

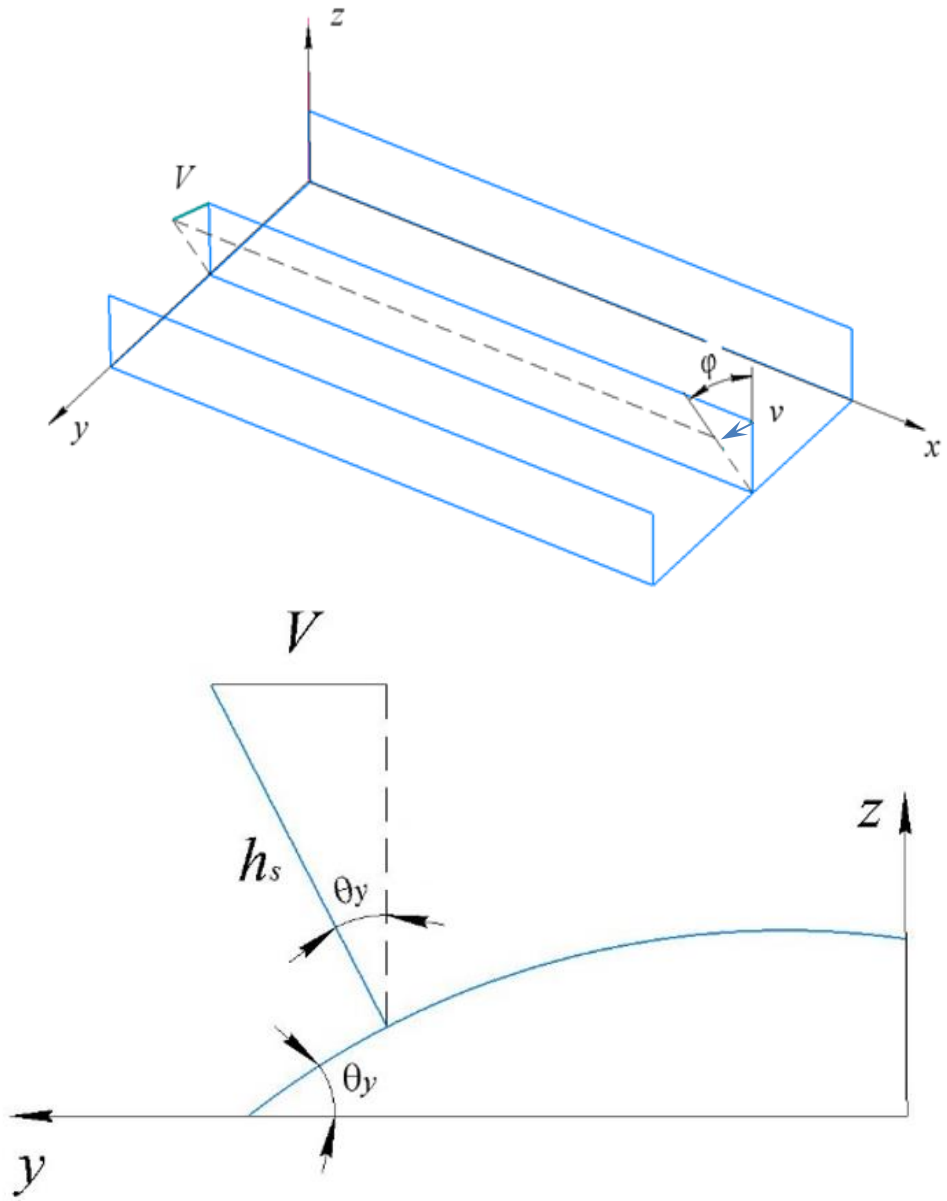


Рисунок 2.4 — Деформирование стрингера

Из рисунка 2.4 следует, что

$$\sin(\varphi) = \frac{V}{h_s} = \frac{v(x,y,z)}{z}.$$

Отсюда перемещение стрингера по оси *y* определяется как

$$v(x,y,z) = V \cdot \frac{z}{h_s}.$$

Поскольку стрингер деформируется совместно с обшивкой (рисунок 2.4):

$$\frac{V}{h_s} = \frac{\partial w(x,y)}{\partial y}.$$

Таким образом, выражение для перемещения стрингера примет вид:

$$v(x,y,z) = z \cdot \frac{\partial w(x,y)}{\partial y}, \qquad (2.20)$$

где $w(x, y)$ определяется формулой (2.12) или (2.17).

По аналогии с выражениями для неподкрепленной панели составим выражения для потенциальной энергии деформации изгиба i-го стрингера ($i = 0,1,2\ldots n_s + 1$, где n_s — количество стрингеров).

Для учета дискретного расположения стрингеров введем обозначения:

$$\Sigma s = \sum_{i=1}^{n_s} \sin^2\left(\beta \cdot i \cdot \frac{B}{n_s+1}\right),\ \Sigma c = \sum_{i=1}^{n_s}\left[\cos^2\left(\beta \cdot i \cdot \frac{B}{n_s+1}\right)\right],\ \alpha\beta = \beta^2 \cdot \Sigma c + \alpha^2 \cdot k^2 \Sigma s.$$

В выражении для потенциальной энергии изгиба стрингера учтены изгиб стрингера в своей плоскости (рисунке 2.5), изгиб из плоскости, кручение и сдвиги в плоскости стрингера и по толщине.

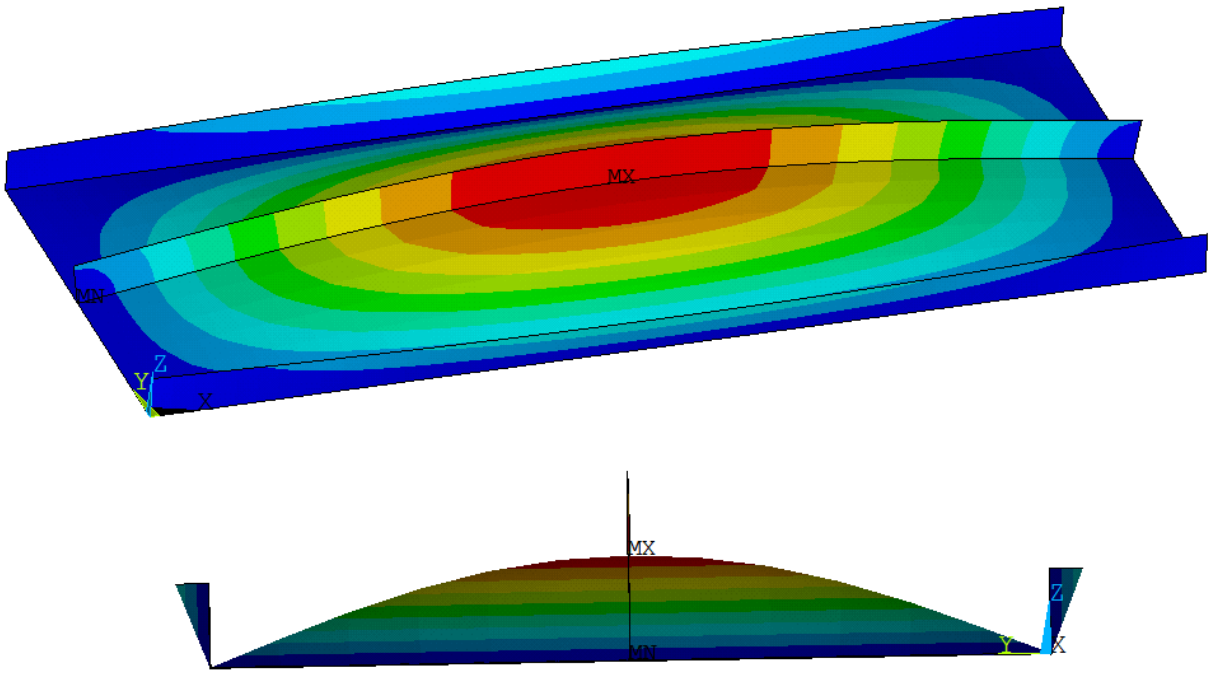


Рисунок 2.5 — Работа среднего стрингера на сдвиг

Вклад изгиба из плоскости и кручения стрингера имеет вид

$$U_{si} = \frac{1}{2}\int\left[D_{11s}\cdot\left(\frac{\partial\theta_{xs}}{\partial x}\right)^2 + D_{33s}\cdot\left(\frac{\partial\theta_{xs}}{\partial y}+\frac{\partial\theta_{ys}}{\partial x}\right)^2\right]dF_s\,, \tag{2.21}$$

где D_{11s}, D_{33s} — элементы изгибной и крутильной жесткости стрингеров.

Энергия изгиба стрингера в своей плоскости имеет вид

$$U_i^{\text{изг.}} = \frac{1}{2}\int_0^{h_s}\frac{E_{xs}\cdot b_s\cdot h_s^3}{3}\cdot\left(\frac{\partial\theta_x}{\partial x}\right)^2 dF_s,, \tag{2.22}$$

где

E_{xs} — продольный модуль упругости стрингера,

h_s — высота стрингера,

b_s — толщина стрингера.

С учетом сдвига углы поворота имеют вид

$$\begin{aligned}
&\theta_{xs} = \gamma_{xz} - \frac{\partial v}{\partial x} = \gamma_{xz} - z\cdot\frac{\partial^2 w}{\partial x\partial y},\\
&\theta_{ys} = \gamma_{yz} - \frac{\partial v}{\partial z} = \gamma_{yz} - \frac{\partial w}{\partial y},\\
&\frac{\partial\theta_{xs}}{\partial z}+\frac{\partial\theta_{ys}}{\partial x} = \frac{\partial\gamma_{xz}}{\partial z}+\frac{\partial\gamma_{xy}}{\partial x}-2\frac{\partial w}{\partial y},\\
&\theta_x = \gamma_{xz} - \frac{\partial w}{\partial x}.
\end{aligned} \tag{2.23}$$

С учетом (2.21)–(2.23) энергия деформации i-го стрингера и работа внешних сил запишутся в виде:

$$U_{si} = \left(\begin{array}{l}
\dfrac{E_{xs}\cdot I_z}{2}\displaystyle\int\left(\frac{\partial\gamma_{xy}}{\partial x}-\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\right)^2 dF_s + D_{11s}\int\left(\frac{\partial\gamma_{xy}}{\partial x}-z\cdot\frac{\partial^2 w}{\partial x\partial y}\right)^2 dF_s + \\
D_{33s}\displaystyle\int\left(\frac{\partial\gamma_{xz}}{\partial z}+\frac{\partial\gamma_{xy}}{\partial x}-2\frac{\partial w}{\partial y}\right)^2 dF_s + \dfrac{G_s\cdot h_s}{2}\displaystyle\int\left(\gamma_{xz}+\gamma_{yz}\right)^2 dF_s
\end{array}\right)\cdot\sin^2\left(\beta\cdot y_i\right), \tag{2.24}$$

$$A_{si} = \frac{q_x}{2}\int\left(\frac{\partial v}{\partial x}\right)^2\cdot\sin^2\left(\beta\cdot y_i\right)dF_s\,, \tag{2.25}$$

F_s — площадь стрингера.

По аналогии с выражением для U_o запишем выражение для вклада стрингеров в энергию деформации изгиба.

$$U_s = \frac{2}{3}\cdot\frac{h_s^3\cdot\alpha^4}{B}\cdot\left[\frac{E_{xs}\cdot b_s\cdot\Sigma s\cdot C\varepsilon}{1+\dfrac{2\cdot C\varepsilon\cdot E_{xs}\cdot\alpha^2\cdot h_s^2}{5\cdot G_s}}\right]+$$

$$+\alpha\beta\cdot\left[D_{11s}+12\frac{D_{33s}}{h_s^2\cdot\alpha^2}-\frac{\left(D_{11s}+6\dfrac{D_{33s}}{h_s^2\cdot\alpha^2}\right)^2}{D_{11s}+3\dfrac{D_{33s}}{h_s^2\cdot\alpha^2}+\dfrac{G_{sz}\cdot b_s}{\alpha^2}}\right], \qquad (2.26)$$

где

$$\Sigma s=\sum_{i=1}^{n_s+2}\sin^2\left(\beta\cdot i\cdot\frac{B}{n_s+1}\right),$$

$$\Sigma c=\sum_{i=1}^{n_s+2}\left[\cos^2\left(\beta\cdot i\cdot\frac{B}{n_s+1}\right)\right]-2,$$

$$\alpha\beta=\beta^2\cdot\Sigma c+\alpha^2\cdot k^2\Sigma s,$$

$$C\varepsilon=1-\frac{0{,}75\cdot n_s\cdot E_{xs}\cdot b_s\cdot h_s}{E_{1o}\cdot B\cdot 0{,}5\cdot h_o+n_s\cdot E_{1s}\cdot b_s\cdot h_s}.$$

Работа внешних сил, действующих на панель, получена по аналогии с работой для неподкрепленной панели. При этом для стрингерной панели продольная погонная сила q_d выражается через поток: $q_d=\dfrac{q_x}{1+\dfrac{h_s\cdot n_s}{B}}$.

$$A=q_d\cdot\left[1+\frac{2\cdot h_s^2}{3}\cdot\alpha\beta\right]+q_y\cdot\left(k^2+\left(\frac{\beta}{\alpha}\right)^2+dq_1+Kq_2\cdot\alpha\beta\right)+q_{xy}\cdot R, \qquad (2.27)$$

где

$$dq_1=\frac{E_{12s}}{E_{22s}}\cdot\frac{5\cdot E_{11s}\cdot h_s\cdot b_s\cdot n_s}{5\cdot E_{11s}\cdot h_s\cdot b_s\cdot n_s+2\cdot E_{11o}\cdot h_o\cdot B},$$

$$Kq_2=\frac{h_o\cdot h_s^2\cdot dq_1}{21\cdot B}.$$

Для случая защемления панели по контуру выражения для прогиба и углов

сдвига представим в виде (2.17). По аналогии с задачей для опертой панели для случая защемления по контуру выражения для потенциальной энергии деформации и работы внешних сил примут вид

$$U_s = \frac{E_{xs}\cdot b_s\cdot \Sigma c\cdot h_s^3\cdot \alpha_4}{3\cdot B}\cdot\frac{C\varepsilon}{1+\dfrac{2\cdot C\varepsilon\cdot E_{xs}\cdot\alpha_4\cdot h_s^2}{3\cdot G_s\cdot\alpha_2}}+ \\ +\frac{\Sigma s\cdot h_s}{B}\cdot\left[as_{11}-\frac{as_{12}^2\cdot as_{33}+as_{13}^2\cdot as_{22}-2\cdot as_{12}\cdot as_{13}\cdot as_{23}}{as_{22}\cdot as_{33}-as_{23}^2}\right], \qquad (2.28)$$

где

$$\Sigma s=\sum_{i=1}^{n_s+1}\left(\frac{\pi\cdot(n_s+1)}{B}\cdot\sin\left(\frac{\pi\cdot(n_s+1)}{B}\cdot y_i\right)-\frac{\pi\cdot(n_s-1)}{B}\cdot\sin\left(\frac{\pi\cdot(n_s-1)}{B}\cdot y_i\right)\right)^2,$$

$$\Sigma c=\sum_{i=1}^{n_s+1}\left[\cos\left(\frac{\pi\cdot(n_s-1)}{B}\cdot y_i\right)-\cos\left(\frac{\pi\cdot(n_s-1)}{B}\cdot y_i\right)\right]^2,\ \alpha\beta=\beta^2\cdot\Sigma c+\alpha^2\cdot k^2\Sigma s,$$

$$C\varepsilon=1-\frac{0{,}75\cdot E_{xs}\cdot b_s\cdot h_s\cdot\Sigma c}{E_{1o}\cdot B\cdot 0{,}5\cdot h_o+\Sigma c\cdot E_{xs}\cdot b_s\cdot h_s}.$$

$$as_{11}=D_{11s}\cdot\alpha_4\cdot\frac{h_s^2}{3}+4\cdot D_{33s}\cdot\alpha_2,\ as_{13}=2\cdot D_{33s}\cdot\alpha_2, as_{12}=D_{11s}\cdot\alpha_4\cdot\frac{h_s^2}{3}+as_{13},$$

$$as_{22}=D_{11s}\cdot\alpha_4\cdot\frac{h_s^2}{3}+\left(D_{33s}+G_{sz}\cdot b_s\cdot\frac{h_s^2}{3}\right)\cdot\alpha_2,\ as_{23}=D_{33s}\cdot\alpha_2,\ as_{33}=as_{23}+G_{sz}\cdot b_s$$

$$A=\frac{q_x}{1+\dfrac{h_s\cdot n_s}{B}}\cdot\left[1+\frac{2\cdot h_s^2}{3}\cdot\alpha\beta\right]+q_y\cdot\left(k^2+\left(\frac{\beta}{\alpha}\right)^2+dq_1+Kq_2\cdot\alpha\beta\right). \qquad (2.29)$$

где k_n = 1,5 при n = 1, k_n = 1,0 при $n \neq 1$, k_m = 1,5 при m = 1, k_m = 1,0 при $m \neq 1$.

Выражение для определения фактора потери устойчивости подкрепленной панели примет вид

$$\lambda=-\frac{U_o+U_s}{A}. \qquad (2.30)$$

2.3 Верификация аналитического решения задачи устойчивости композитных панелей

Для верификации аналитического решения критические нагрузки для панелей с различными укладками из препрега *ACM*-102*C*130*UD* были получены двумя способами: с помощью МКЭ и с помощью аналитического решения. Механические характеристики препрега представлены в таблице 2.1.

Таблица 2.1 — Механические характеристики материала *ACM*-102*C*130*UD*

E_x, ГПа	E_y, ГПа	E_{xy}, ГПа	ν_{xy}	ν_z	t_s, мм	γ, кг/мм^3
126,33	10,39	4,90	0,34	0,30	0,13	$1{,}56\cdot10^{-6}$

В таблицах 2.2–2.5 приведены размеры панелей, укладки, нагрузки и собственные значения для рассмотренных панелей [121, 122].

Таблица 2.2 — Сравнение результатов аналитического решения и МКЭ для случая шарнирного опирания неподкрепленной панели

L, мм	B, мм	q_x, q_y, q_{xy}, Н/мм	h, мм	$\lambda_{теор}$	$\lambda_{МКЭ}$	δ, %
700	500	–981, 0, 0	10,14	1,00	0,95	–5,3
$[(\pm45)_8/45/90/-45/(0)_2/45/90/-45/(\pm45)_4/(90)_2/0/90/(0)_3]_s$						
700	500	–981, –196, 196	12,22	1,00	1,06	5,7
$[(90)_7/(\pm45)_4/45/(0)_2/-45/(\pm45)_2/90/(0)_{22}/45]_s$						
700	250	–981, 0, 0	6,50	1,00	0,94	–6,4
$[(\pm45)_{10}/(0)_5]_s$						
700	250	–981, –196, 196	8,06	1,00	1,11	9,9
$[(90)_3/(0)_4/(\pm45)_2/45/90/-45/(\pm45)_2/45/(0)_{12}]_s$						
Примечание: L — длина панели, B — ширина панели, h — толщина панели, $\lambda_{теор}$ — фактор потери устойчивости в аналитическом решении; $\lambda_{МКЭ}$ — первое собственное число потери устойчивости панели, полученное из конечно-элементного анализа, δ — различие между $\lambda_{МКЭ}$ и $\lambda_{теор}$.						

Таблица 2.3 — Сравнение результатов аналитического решения и МКЭ для случая защемления неподкрепленной панели

L, мм	B, мм	q_x, q_y, Н/мм	h, мм	$\lambda_{теор}$	$\lambda_{МКЭ}$	δ, %
700	500	–981, 0	8,32	1,02	0,95	–7,4
$[45/90/-45/90/(0)_{28}]_s$						
700	500	–981, –196	8,84	1,01	0,97	–4,1
$[(90)_3/0/90/(0)_{12}/(90)_2/(0)_{15}]_s$						

Продолжение таблицы 2.3

L, мм	B, мм	q_x, q_y, Н/мм	h, мм	$\lambda_{теор}$	$\lambda_{МКЭ}$	δ, %
700	250	–981, 0	5,72	1,00	0,94	–6,4
$[45/(0)_3/–45/90/(0)_2/45/90/0/(90)_2/(0)_3/90/(0)_5]_s$						
700	250	–981, –196	5,72	1,00	0,93	–7,5
$[(\pm45)_6/45/0/90/0/90/(0)_5]_s$						

Таблица 2.4 — Сравнение результатов аналитического решения и МКЭ для случая шарнирного опирания стрингерной панели

L, мм	B, мм	q_x, q_y, q_{xy}, Н/мм	h, мм	h_s, мм	n_s	$\lambda_{теор}$	$\lambda_{МКЭ}$	δ, %
700	250	–981, 0, 0	4,16	20	5	1,01	0,98	–3,1
$[(90)_6/(0)_{10}]_s$								
700	250	–981, –196, 0	5,98	20	3	1,00	1,02	2,0
$[(90)_8/\pm45/(0)_2/45/(0)_{10}]_s$								
700	500	–981, 0, 0	9,62	15	7	1,00	0,97	–3,1
$[(\pm45)_4/45/(90)_3/(0)_3/(90)_3/(0)_{19}]_s$								
700	500	–981, –196, 0	10,92	22	4	1,00	1,15	13,0
$[(\pm45)_3/90/45/90/–45/\pm45/90/0/90/0/0/90/(0)_{24}]_s$								
Примечание: h_s — высота стрингера, n_s — количество стрингеров.								

Таблица 2.5 — Сравнение результатов аналитического решения и МКЭ для случая защемления стрингерной панели

L, мм	B, мм	q_x, q_y, Н/мм	h, мм	h_s, мм	n_s	$\lambda_{теор}$	$\lambda_{МКЭ}$	δ, %
700	250	–981, 0	2,60	20	5	1,03	1,18	12,7
$[90/(0)_9]_s$								
700	250	–981, –196	3,64	20	3	1,02	1,06	3,8
$[(90)_6/(0)_8]_s$								
700	500	–981, 0	5,98	15	7	1,01	1,08	6,5
$[90/90/(0)_{21}]_s$								
700	500	–981, –196	5,72	22	4	1,00	1,07	6,5
$[90/45/90/(0)_{13}/90/(0)_4/–45]_s$								

На рисунках 2.6 и 2.7 представлены первые формы (соответствующие минимальной критической нагрузке) потери устойчивости, полученные с помощью МКЭ, и соответствующие им собственные числа. Панели имеют длину 700 мм, ширину 500 мм и нагружены продольным потоком $q_x = –981$ Н/мм, поперечным

потоком q_y = –196 Н/мм, при различных граничных условиях (смотри таблицы 2.3 и 2.5).

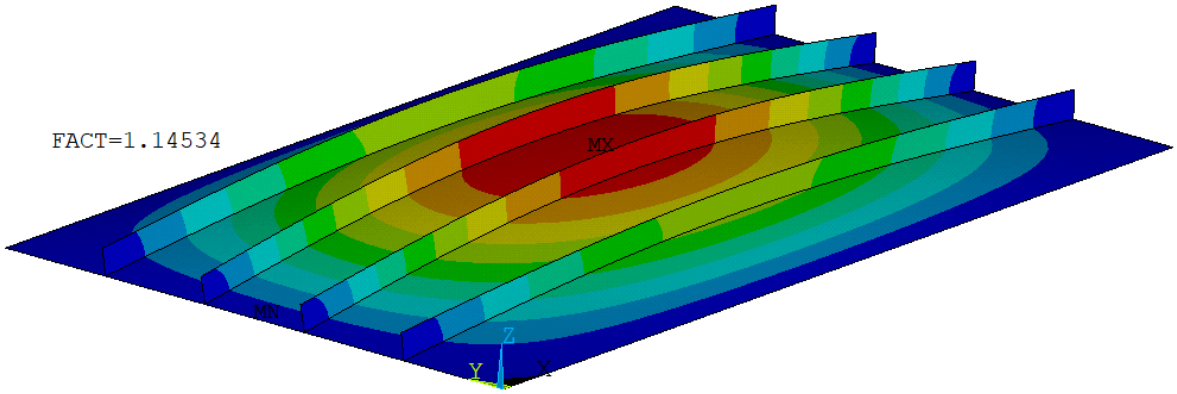


Рисунок 2.6 — Первая форма потери устойчивости шарнирно опертой панели

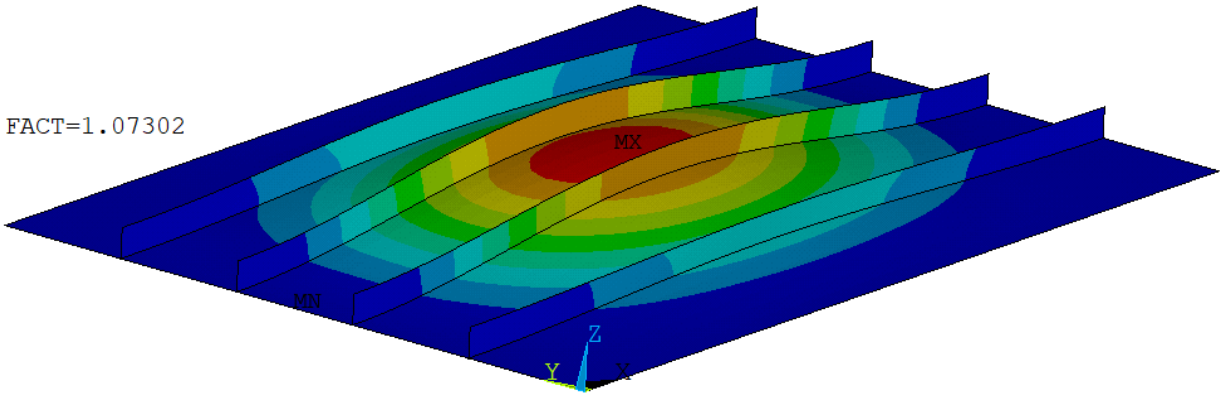


Рисунок 2.7 — Первая форма потери устойчивости защемленной панели

Из таблиц 2.2–2.5 следует, что аналитическое решение дает близкие к МКЭ результаты, максимальное отклонение составляет 13% для защемленной стрингерной панели. Для шарнирно опертых панелей отклонения в среднем меньше (около 5 %), для защемленных панелей отклонения выше (около 7 %).

Стрингерные панели показывают более высокую погрешность (до 13 %), неподкрепленные панели имеют более стабильные результаты (около 5–6 %).

При нагружении продольным потоком q_x результаты аналитического решения ближе к МКЭ, при наличии поперечной нагрузки q_y и сдвигового потока q_{xy} отклонение увеличивается.

Таким образом, аналитическое решение является хорошим инструментом для предварительного анализа, но для окончательных расчетов рекомендуется использовать метод конечных элементов, особенно при проектировании панелей со сложной конструкцией и нагружением.

2.4 Влияние выбора функции формы на критическую силу потери устойчивости панели из композиционного материала

При использовании энергетического метода для определения критической нагрузки необходимо задать выражение, описывающее форму искривленной пластины. Для случаев шарнирного опирания по контуру используется функция прогиба в виде произведения синусов:

$$w = f \cdot \sin\left(\frac{m \cdot \pi \cdot x}{L}\right) \cdot \sin\left(\frac{n \cdot \pi \cdot y}{B}\right). \quad (2.31)$$

Для случаев защемления панели по контуру иногда используют произведение квадратов синусов (2.33) [123]. Поэтому было проведено сравнение результатов, полученных с использованием функции (2.32), которая применена в аналитическом решении, представленном выше, и функции (2.33).

$$w_1 = f \cdot \sin\left(\frac{\pi \cdot x}{L}\right) \cdot \sin\left(\frac{m \cdot \pi \cdot x}{L}\right) \cdot \sin\left(\frac{\pi \cdot y}{B}\right) \cdot \sin\left(\frac{n \cdot \pi \cdot y}{B}\right). \quad (2.32)$$

$$w_2 = f \cdot \sin^2\left(\frac{m \cdot \pi \cdot x}{L}\right) \cdot \sin^2\left(\frac{n \cdot \pi \cdot y}{B}\right). \quad (2.33)$$

Для оценки влияния выбора функции прогиба на критические нагрузки была рассмотрена панель длиной 700 мм и шириной 500 мм, нагруженная продольным потоком –490 Н/мм.

При $m = 1$ и $n = 1$ эти функции одинаковы, однако при $m > 1$ или $n > 1$ формы прогиба различны. Пример показан на рисунке 2.8.

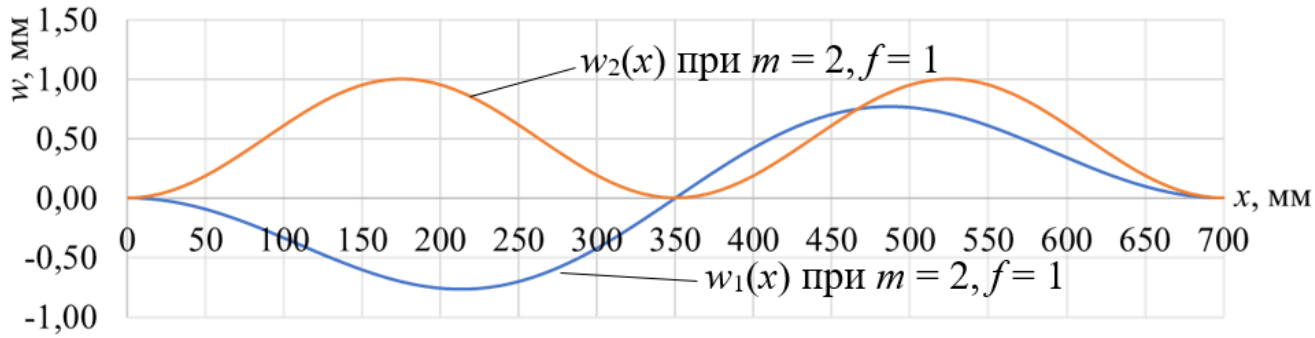


Рисунок 2.8 — Прогиб панели вдоль длины (x) при $m = 2$, $n = 1$ и $f = 1$

Для каждой функции прогиба защемленной панели была записана энергия деформации изгиба и работа внешних сил.

$$U_1 = D_{11} \cdot \left(\alpha p^4 + \alpha m^4\right) \cdot kn + D_{22} \cdot \left(\beta p^4 + \beta m^4\right) \cdot km + \\ + D_3 \cdot \left(\alpha p^2 + \alpha m^2\right) \cdot \left(\beta p^2 + \beta m^2\right), \quad (2.34)$$

$$A_1 = qd \cdot \left(\alpha p^2 + \alpha m^2\right) \cdot kn, \quad (2.35)$$

где

$$\alpha p = \frac{\pi}{L} \cdot (m+1);$$

$$\alpha m = \frac{\pi}{L} \cdot (m-1);$$

$$\beta p = \frac{\pi}{B} \cdot (n+1);$$

$$\beta m = \frac{\pi}{B} \cdot (n-1);$$

m — количество продольных полуволн,

n — количество поперечных полуволн,

kn = 1, если n = 1, kn = 1,5 при n > 1;

km = 1, если m = 1, km= 1,5 при m > 1;

qd — действующий сжимающий поток.

$$U_2 = D_{11} \cdot \alpha^4 + D_{22} \cdot \beta^4 + \frac{2}{3} \cdot D_3 \cdot \alpha^2 \cdot \beta^2, \quad (2.36)$$

$$A_2 = \frac{1}{4} \cdot qd \cdot \alpha^2, \quad (2.37)$$

где $\alpha = \frac{\pi \cdot m}{L}$, $\beta = \frac{\pi \cdot n}{B}$.

Подставив (2.34–2.37) в (2.6), получим факторы потери устойчивости λ_1 и λ_2 для прогибов w_1 и w_2 соответственно.

Значения λ_1 и λ_2 сравнены с факторами потери устойчивости $\lambda_{МКЭ}$, полученными с помощью МКЭ, а также с $\lambda_{теор.}$, полученными в точном решении [5]. В таблице 2.6 представлены факторы потери устойчивости для панели из изотропного материала при различных отношениях длины к ширине.

Таблица 2.6 — Сравнение решений

L, мм	B, мм	h, мм	$\lambda_{теор.}$	$\lambda_{МКЭ}$	$\delta_{МКЭ}$, %	λ_1	δ_1, %	λ_2	δ_2, %
700	140	2,6	0,408	0,418	–2,5	0,436	–6,9	0,622	–52,5
	175		0,270	0,272	–0,7	0,281	–4,1	0,398	–47,4
	233		0,155	0,156	–0,6	0,164	–5,8	0,224	–44,5
	350		0,074	0,074	0,0	0,077	–4,1	0,100	–35,1
	700		0,024	0,024	0,0	0,025	–4,2	0,025	–4,2
$\delta_{МКЭ}$ — относительная погрешность между $\lambda_{МКЭ}$ и $\lambda_{теор.}$, δ_1 — относительная погрешность между λ_1 и $\lambda_{теор.}$, δ_2 — относительная погрешность между λ_2 и $\lambda_{теор.}$									

Из таблицы 2.6 видно, что использование функции прогиба w_2 дает хорошее совпадение с точным решением и с результатами, полученными в МКЭ для квадратной панели, но с увеличением длины панели отличие от точного решения возрастает (до 1,5 раза). Относительная погрешность между точным решением и решением, полученным при использовании функции прогиба w_1, остается в пределах 7 %. Также функция прогиба w_1 лучше соотносится с формой прогиба, полученной в МКЭ (рисунок 2.9).

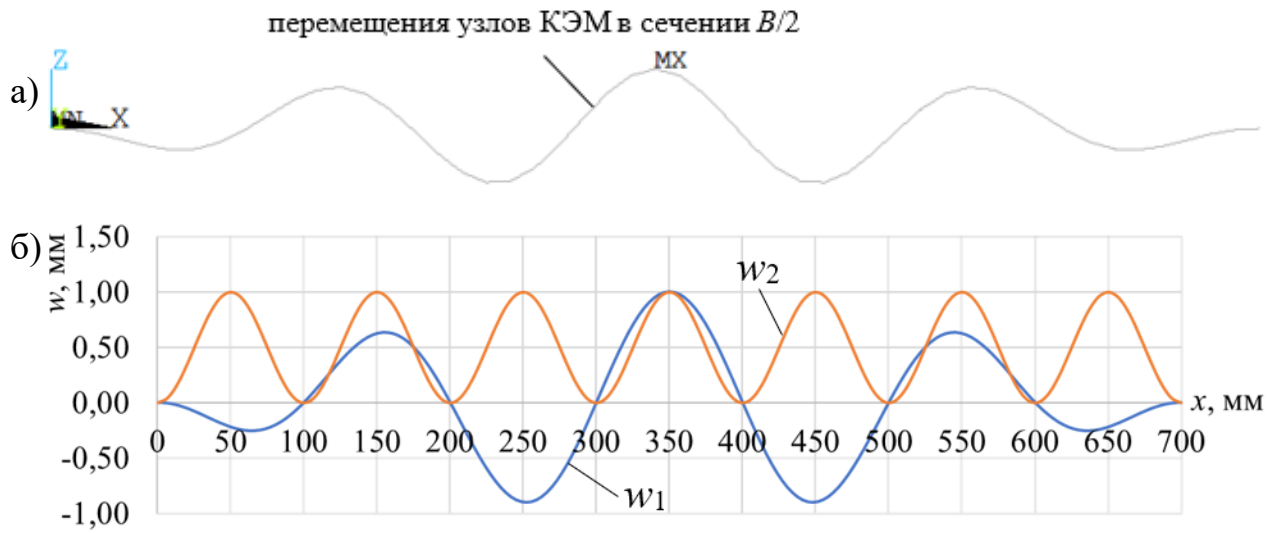


Рисунок 2.9 — Сравнение формы прогиба в КЭМ и заданных функций прогиба. а — прогиб панели вдоль длины, полученный с помощью конечно-элементного анализа устойчивости; б — прогибы панели вдоль длины, полученные с помощью функций формы w_1 и w_2

По результатам проведенного анализа можно сделать вывод, что использование функции прогиба защемленной по контуру панели в виде (2.30) обосновано.

Выводы по главе 2

Получены аналитические решения задачи устойчивости для неподкрепленных и стрингерных композитных панелей для шарнирного опирания и защемления по контуру. Прочность композитного пакета оценивалась по критерию максимальной интенсивности деформаций.

Проведена верификация разработанного аналитического решения путем сравнения с результатами, полученными с помощью метода конечных элементов. Различие между критическими нагрузками составляет от 2% до 12,7%. Формы потери устойчивости, полученные аналитическим методом и МКЭ, совпадают.

Исследовано влияние выбора функции формы на критическую силу потери устойчивости. Выявлено, что функция прогиба в виде произведения синусов (примененная в аналитическом решении) дает погрешность не более 7% относительно точного решения [5]. Альтернативная функция прогиба в виде произведения квадратов синусов при увеличении длины панели дает расхождение с точным решением до полутора раз.

Таким образом, результаты исследования подтверждают достоверность и практическую применимость разработанного аналитического решения для инженерных расчетов композитных панелей.

3 АЛГОРИТМ ВЫБОРА РАЦИОНАЛЬНЫХ ПАРАМЕТРОВ ПАНЕЛЕЙ ИЗ СЛОИСТОГО КОМПОЗИТА

3.1 Описание алгоритма выбора рациональных параметров панелей из слоистого композита

Под рациональным проектированием в данном случае понимается проектирование панелей из ПКМ при соблюдении ограничений по прочности и устойчивости, а также технологических ограничений, таких как заданная толщина монослоя, симметрия и сбалансированность укладки. При этом целевыми функциями при оптимизации являются масса и жесткость панели.

При оценке несущей способности панели из слоистого композита принято, что удельный вес материала для всей панели постоянный, толщина обшивки и стрингеров одинаковая, габариты панели постоянные, следовательно, вес панели пропорционален толщине обшивки $h_o=f(L, B, h_s, \ldots, \varphi)$ и зависит от размера панели, количества и высоты стрингеров, нагрузки, марки препрега и укладки слоев. Задача рационального проектирования сводится к нахождению $\min h_o$ при заданных ограничениях по прочности $\varepsilon_i \leq \varepsilon_{ib}$ и устойчивости $\lambda \geq 1$.

Поскольку напрямую выразить целевую функцию и ее производную затруднительно, для решения задачи выбран метод покоординатного спуска. В качестве координаты принято положение слоя в укладке. Спуск осуществляется в рамках заданного базиса возможных направлений слоев. Внутри алгоритма покоординатного спуска осуществляется изменение толщины для текущей укладки по условию прочности и устойчивости методом итераций.

Алгоритм выбора рациональных параметров (АВРП) панелей из слоистого композита включает следующие шаги:

Шаг 1. Формирование пакета минимального веса по условию прочности

На начальном этапе задаются исходные данные: базис возможных направлений слоев в укладке; начальная укладка и количество слоев.

Рассмотрены укладки симметричные по толщине, т. е. каждый слой выше плоскости симметрии одинаково соответствует (в плане положения, ориентации и механических свойств) слою ниже плоскости симметрии [124].

В двойном цикле по слоям и направлениям базиса для каждого слоя происходит замена угла из базиса возможных направлений и для каждой укладки с помощью выражения (3.1), которое следует из (2.1), вычисляется толщина, необходимая для обеспечения прочности.

$$h = \frac{\sqrt{2}}{3 \cdot \varepsilon_{ib}} \cdot \sqrt{F_i} \tag{3.1}$$

Результатом данного шага является укладка, дающая минимальную толщину при заданной комбинации нагрузок.

Стоит отметить, что на первом шаге количество слоев остается постоянным и при изменении общей толщины пакета изменяется толщина монослоя.

Шаг 2. Формирование пакета минимального веса по условию устойчивости

В качестве исходных данных на этом шаге задаются укладка и толщина панели, которые получены на шаге 1. Затем по соотношению (2.27) определяется фактор потери устойчивости λ.

$$\lambda = -\frac{U_o(h^3) + U_s(h^3)}{A}.$$

В знаменателе (2.27) находится работа внешних сил, а в числителе энергия деформации изгиба панели, которая зависит от h^3. При $\lambda < 1$, когда комбинация действующих нагрузок превышает критический уровень, эта зависимость позволяет за несколько итераций увеличить толщину панели до нового значения, отвечающего равенству $\lambda = 1$, с помощью соотношения (3.2).

$$h_{\text{нов.}} = \frac{h}{\sqrt[3]{\lambda}}. \tag{3.2}$$

Здесь h и λ — значения, полученные по результатам шага 1, и всегда $h_{\text{нов.}} \geq h$.

Затем в двойном цикле по слоям укладки и направлениям базиса каждый слой последовательно обменивается своим направлением со всеми остальными слоями с одновременным определением толщины по выражению (3.2) и проверкой по прочности. Из всех сочетаний выбирается то, которое соответствует наименьшей толщине и удовлетворяет ограничению по прочности. Циклический процесс продолжается до подходящего установления значения толщины.

Если $\lambda \geq 1$, это означает, что полученная укладка обеспечивает помимо прочности еще и устойчивость, т. е. задача решена.

Шаг 3. Коррекция укладки с учетом толщины монослоя

На данном шаге корректируется количество слоев укладки с учетом реальной толщины монослоя и полученной общей толщины. Для сохранения запасов по прочности и устойчивости толщина всегда округляется в большую сторону.

Шаг 4. Максимизация мембранной жесткости

В результате округления толщины на шаге 3 в большую сторону неизбежно появляется небольшое превышение ограничений по прочности и устойчивости. Это позволяет сменить целевую функцию и перейти от минимизации веса к максимизации мембранной жесткости при соблюдении ограничений по устойчивости.

На данном шаге фиксируется количество слоев и в цикле по направлениям базиса и по слоям укладки выбирается укладка, дающая наименьшую интенсивность деформации при соблюдении ограничения на устойчивость.

Шаг 5. Формирование сбалансированной укладки

Для предотвращения коробления изделий из ПКМ при отверждении рекомендовано использовать не только симметричные, но и сбалансированные укладки, т. е. укладки, в которых каждый слой $+\theta$, измеренный по отношению к оси симметрии слоистого материала, уравновешивается слоем $-\theta$ того же материала [124]. Для того чтобы скорректировать пакет, полученный на шаге 3 и/или 4, с учетом ограничения на сбалансированность в цикле по слоям подбирается укладка, содержащая в половине симметричного пакета (от края до плоскости симметрии) четное количество слоев с направлением $|45|^\circ$. При этом ограничения на прочность и устойчивость сохраняются.

Шаг 6. Проверка прочности и устойчивости конструкции

На данном шаге с помощью МКЭ проводится проверка прочности и устойчивости полученных панелей.

3.2 Тестирование алгоритма выбора рациональных параметров панелей из слоистого композита

Для того чтобы удостовериться в корректности работы АВРП, было проведено сравнение его работы с похожими задачами в некоторых источниках.

В работе [109] рассмотрен случай сжатия в продольном направлении шарнирно опертой неподкрепленной панели с отношением длины к ширине 2/1. Укладка $[45,68^{0,76\cdot h}/3,57^{0,24\cdot h}/45,68^{0,76\cdot h}]$ (верхним индексом обозначена толщина слоя, h — толщина пакета) обеспечивает наименьший вес при соблюдении ограничений по прочности и устойчивости.

Для того чтобы сравнить результаты работы АВРП с данными из [109], была получена укладка для панели с таким же отношением длины к ширине (500 × 250 мм) при сжимающем продольном потоке 1471 Н/мм. Для исследования использованы характеристики препрега *ACM*-102*C*130*UD* (таблица 2.1). Получена следующая укладка: $[45^{0,80\cdot h}/90^{0,03\cdot h}/0^{0,17\cdot h}/0^{0,17\cdot h}/90^{0,03\cdot h}/45^{0,80\cdot h}]$. Эти результаты схожи с [109].

Также для панелей с размерами 500 × 100 мм, 500 × 250 мм и 500 × 500 мм для различного сочетания потоков была проведена оптимизация укладки с помощью генетического алгоритма, реализованного в *Siemens NX* 12.

В генетическом алгоритме для оценки прочности был использован критерий максимальных деформаций, потеря устойчивости панели не допускалась.

Результаты работы генетического алгоритма для некоторых значений представлены в таблице 3.1.

Таблица 3.1 — Результаты работы генетического алгоритма в *Siemens NX* 12

$L \times B$, мм	q_x/ q_y/ q_{xy}, Н/мм	t, мм	$\lambda_{ГА}$
500 × 100	–1471/0/0	3,99	1
$[-45^{0,339мм}/-45^{0,360}/45^{0,306мм}/45^{0,219мм}/45^{0,198мм}/0^{0,575мм}]_s$			
500 × 250	0/–490/0	6,51	1
$[90^{0,607мм}/90^{0,545}/90^{0,487мм}/90^{0,635мм}/90^{0,468мм}/90^{0,497мм}]_s$			
500 × 500	0/0/490	8,14	1
$[-45^{0,662мм}/-45^{0,728}/-45^{0,644мм}/45^{0,712мм}/45^{0,631мм}/45^{0,694мм}]_s$			

Продолжение таблицы 3.1

$L \times B$, мм	$q_x/\ q_y/\ q_{xy}$, Н/мм	t, мм	$\lambda_{ГА}$
500 × 100	–1471/–147/147	4,33	1
$[45^{0,308мм}/–45^{0,551}/45^{0,376мм}/45^{0,401мм}/0^{0,176мм}/0^{0,355мм}]_s$			
500 × 250	–490/–49/49	5,45	1
$[–45^{0,427мм}/–45^{0,465}/45^{0,477мм}/–45^{0,423мм}/–45^{0,472мм}/–45^{0,461мм}]_s$			

В таблице 3.2 представлены результаты работы АВРП для аналогичных условий нагружения панелей.

Таблица 3.2 — Результаты работы АВРП

$L \times B$, мм	$q_x/\ q_y/\ q_{xy}$, Н/мм	t, мм	$\lambda_{АВРП}$	Укладка
500 × 100	–1471/0/0	4,16	1,03	$[(\pm45)_4/45/(0)_7]_s$
500 × 250	0/–490/0	6,76	1,10	$[(90)_{24}/(0)_2]_s$
500 × 500	0/0/490	5,98	1,03	$[(\pm45)_{11}/45]_s$
500 × 100	–1471/–147/147	4,42	1,16	$[(\pm45)_5/45/90/(0)_5]_s$
500 × 250	–490/–49/49	5,46	1,09	$[(\pm45)_9/45/(0)_2]_s$

Для того чтобы убедиться в том, что результаты работы двух алгоритмов удовлетворяют наложенным ограничениям, фактор потери устойчивости λ и индекс разрушения *FI* для панелей с укладками, полученными в результате работы алгоритмов, определены с помощью МКЭ. Сравнение результатов конечно-элементного анализа для панелей, полученных с помощью использованных алгоритмов, представлено в таблице 3.3.

Результаты работы алгоритмов для остальных случаев представлены в Приложении «А».

Таблица 3.3 — Результаты конечно-элементного анализа для неподкрепленных панелей, полученных с помощью генетического алгоритма и АВРП

$L \times B$, мм	$q_x/\ q_y/\ q_{xy}$, Н/мм	t, мм	$\lambda_{МКЭ}$	*FI*	t, мм	$\lambda_{МКЭ}$	*FI*
		ГА			АВРП		
500 × 100	–1471/0/0	3,99	0,79	0,82	4,16	0,97	0,92
500 × 250	0/–490/0	6,51	0,98	0,07	6,76	1,10	0,09
500 × 500	0/0/490	8,14	1,19	0,12	5,98	0,90	0,24

Продолжение таблицы 3.3

$L \times B$, мм	q_x/ q_y/ q_{xy}, Н/мм	t, мм	$\lambda_{МКЭ}$	FI	t, мм	$\lambda_{МКЭ}$	FI
		ГА			АВРП		
500 × 100	–1471/–147/147	4,33	0,90	0,77	4,42	1,03	0,94
500 × 250	–490/–49/49	5,45	0,89	0,44	5,46	1,03	0,51
Примечание: ГА — генетический алгоритм, АВРП — алгоритм выбора рациональных параметров композитных пакетов.							

Из таблицы 3.3 видно, что в большинстве случаев толщины, полученные с помощью двух алгоритмов, совпадают с точностью до округления по толщине монослоя. Укладки, полученные с помощью генетического алгоритма, в основном теряют устойчивость раньше, чем полученные с помощью АВРП.

Для проверки эффективности АВРП также было проведено сравнение его результатов с данными, представленными в работах [113] и [114].

Работа [113] сосредоточена на минимизации массы панели, выполненной из ПКМ и нагруженной сжатием. На целевую функцию наложены конструктивные ограничения и ограничения по устойчивости. Укладка, обеспечивающая минимальный вес и удовлетворяющая ограничениям, формируется с помощью генетического алгоритма.

Панель, рассмотренная в [113], имела размеры 150 × 100 мм и была нагружена сжимающей нагрузкой 981 Н/мм. В результате работы генетического алгоритма получены укладка и толщина, представленные в таблице 3.4.

В таблице 3.4 также приведены результаты работы АВРП. Дополнительно проведен конечно-элементный анализ панелей с параметрами из таблицы 3.4 [125].

Таблица 3.4 — Результаты конечно-элементного анализа

Алгоритм	t, мм	Укладка	λ	$\lambda_{МКЭ}$	ε_i, %
ГА	3,5	$[(\pm45)_2/\mp45/–45/(0)_2/(90)_5]_s$	1,0	0,90	0,554
АВРП	3,5	$[(\pm45)_5/(0)_4]_s$	1,0	0,91	0,538

Результаты, представленные в таблице 3.4, позволяют предположить, что задача имеет множество экстремумов в пределах толщины монослоя и можно получить одинаковые интенсивности деформации и факторы потери устойчивости для нескольких вариантов укладки.

Также проведено сравнение результатов работы АВРП и генетического алгоритма, представленного в работе [114], который имеет следующие шаги:

1. Определение минимальной толщины и процентного соотношения слоев из условий прочности и устойчивости.

2. Округление общей толщины пакета с учетом толщины монослоя.

3. Применение генетического алгоритма для определения последовательности слоев в укладке, удовлетворяющей условиям прочности, устойчивости и конструктивным ограничениям.

В [114] рассмотрена панель с размерами 500 × 150 мм, нагруженная сжимающим продольным потоком q_x = 400 Н/мм, сжимающим поперечным потоком q_y = 120 Н/мм и сдвиговым потоком q_{xy} = 80 Н/мм. Предельная интенсивность деформации ε_{ib} = 2,5 %.

В таблице 3.5 представлены укладки, полученные в результате работы АВРП и генетического алгоритма, представленного в [114], λ — факторы потери устойчивости, полученные в алгоритмах, и $\lambda_{МКЭ}$ — собственные числа потери устойчивости, полученные с помощью МКЭ [125].

Таблица 3.5 — Результаты конечно-элементного анализа

Алгоритм	t, мм	Укладка	λ	$\lambda_{МКЭ}$	ε_i, %
ГА	8,32	$[–45/–45/45/90/90/–45/45/45/–45/45/90/(0)_5]_s$	1,23	0,71	0,656
АВРП	9,88	$[45/(90)_2/–45/90/45/90/–45/90/(0)_{10}]_s$	1,01	1,04	0,588

АВРП дал большую толщину. Критическая нагрузка, полученная с помощью МКЭ, на 73 % ниже полученной в ГА. Для АВРП отличие $\lambda_{МКЭ}$ от λ составило 3 %.

Как в укладках, полученных с помощью генетического алгоритма, так и с помощью АВРП слои с направлением ±45° в основном расположены снаружи, а слои 0° — в середине.

3.3 Разработка программного обеспечения для рационального проектирования панелей из слоистого композита

Алгоритм реализован в качестве консольного приложения на языке *Fortran*90. Для этой программы получено Свидетельство о государственной

регистрации программы для ЭВМ № 2023680522 от 02.10.2023 г. [126], представленное в Приложении «Б».

Исходные данные заданы в файле «*shall.dat*». Пример задания исходных данных показан на рисунке 3.1.

```
' Datas for program '
    700.    ' <--- length plate '
    100.    ' <--- width plate '
     30.    ' <--- altitude stringer '
      2     ' <--- number stringers '
    -70.0   ' <---  qd - longitudal linear load '
     -0.    ' <---  q2 - transverse linear load '
     -0.    ' <---  q12 - shift load '
     10     ' <--- number monolayers '
' Packet characteristics '
'         h         E1         E2        G      kpl      direct     weigt'
         0.13      12882      1059      500     0.34      45        1.51e-6
```

Рисунок 3.1 — Пример задания исходных данных

Пример вывода результатов показан на рисунке 3.2.

```
!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!
!Если flag1=0 - корректировка жёсткости отключена, если flag1=1 - корректировка жёсткости
      flag1=1
!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!
!Если flag2=0 - опирание, если flag2=1 - защемление
      flag2=1
 !Если flag3=0 - балансировка отключена, если flag3=1 - балансировка включена
      flag3=1
      open(11, file='defpath', status='old', err=10)
      nf=0
   30 call ClearBuf
      read(11,'(a)', end=40) buf
      if(buf(1:1) .eq. '-') goto 40
         nf=nf+1
      open(10, file=buf, status='old', err=20)
```

```
* Build Status *    * Console *
Clear   Terminate
nmns=     11
ho=       2.860
hs=       20.000
ns=       5
mass=     1.874
factor=   1.071
eps=      0.102
qd=     -50.
q2=       0.
q12=      0.
 layup  90.   0.   0.   0.   0.   0.   0.   0.   0.   0.   0.
```

Рисунок 3.2 — Пример вывода результатов

В разделе *Datas for program* исходных данных необходимо задать длину панели *length plate*, ширину панели *width plate*, высоту стрингеров *altitude stringer*, количество стрингеров *number stringer*, действующие продольный, поперечный и сдвиговый потоки q_d, q_2 и q_{12} соответственно, начальное количество слоев

в укладке *number monolayers*. В разделе *Packet characteristics* должны быть заданы толщина монослоя *h*, характеристики материала E_1, E_2, G, kp_1, начальный угол армирования *direct* и удельный вес материала *weight*. а

При выводе результатов введены следующие обозначения: *nmns* — количество слоев в половине укладки (т. к. рассматривается только симметричная укладка), *ho* — толщина панели и стрингеров, *hs* — высота стрингеров, *ns* — количество стрингеров, *mass* — масса панели, *factor* — фактор потери устойчивости, *eps* — интенсивность деформации, q_d, q_2 и q_{12} — действующие нагрузки, *layup* — последовательность слоев в половине укладки.

Выводы по главе 3

Разработан АВРП для проектирования композитных панелей. Данный алгоритм позволяет определять рациональные параметры конструкции, обеспечивающие минимальную массу как для неподкрепленных, так и для подкрепленных панелей. При этом учитываются ограничения по условиям прочности и устойчивости конструкции.

Для проверки корректности работы алгоритма было проведено сравнение его результатов с данными из различных источников. В частности, были проанализированы: результаты исследований из российских и зарубежных научных публикаций, а также результаты работы генетического алгоритма, реализованного в *Siemens NX* 12.

Для подтверждения достоверности полученных результатов был проведен конечно-элементный анализ. Для неподкрепленных панелей было достигнуто хорошее соответствие между результатами, полученными с помощью АВРП, и данными из различных источников при одинаковых условиях расчета. Это демонстрирует корректность работы разработанного алгоритма.

Отдельно стоит отметить, что для стрингерных панелей сравнение с другими источниками не проводилось из-за отсутствия соответствующих данных в рассмотренной научной литературе.

Для реализации АВРП разработано программное обеспечение, которое значительно упрощает процесс проектирования композитных панелей и делает его более точным с точки зрения определения оптимальных параметров конструкции.

4 ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ПОТЕРИ НЕСУЩЕЙ СПОСОБНОСТИ ОБРАЗЦОВ СТРИНГЕРНЫХ ПАНЕЛЕЙ

4.1 Образцы стрингерных панелей

Для подтверждения несущей способности стрингерных панелей, полученных с помощью АВРП, были разработаны образцы для последующих испытаний. Панели нагружены продольным сжимающим потоком.

Изготовлены образцы с укладками трех типов:

Укладки первого типа получены в результате работы АВРП.

Укладки второго типа получены в результате работы АВРП и скорректированы с учетом ограничения на сбалансированность (каждому слою 45° соответствует слой –45°).

Укладки третьего типа имеют следующее процентное соотношение слоев: 50 % слоев с направлением 0°, 40 % слоев с направлением ±45° и 10 % слоев с направлением 90°, учтено ограничение на угол взаимного расположения соседних слоев [127] (<60°).

Схема образца стрингерной панели представлена на рисунке 4.1.

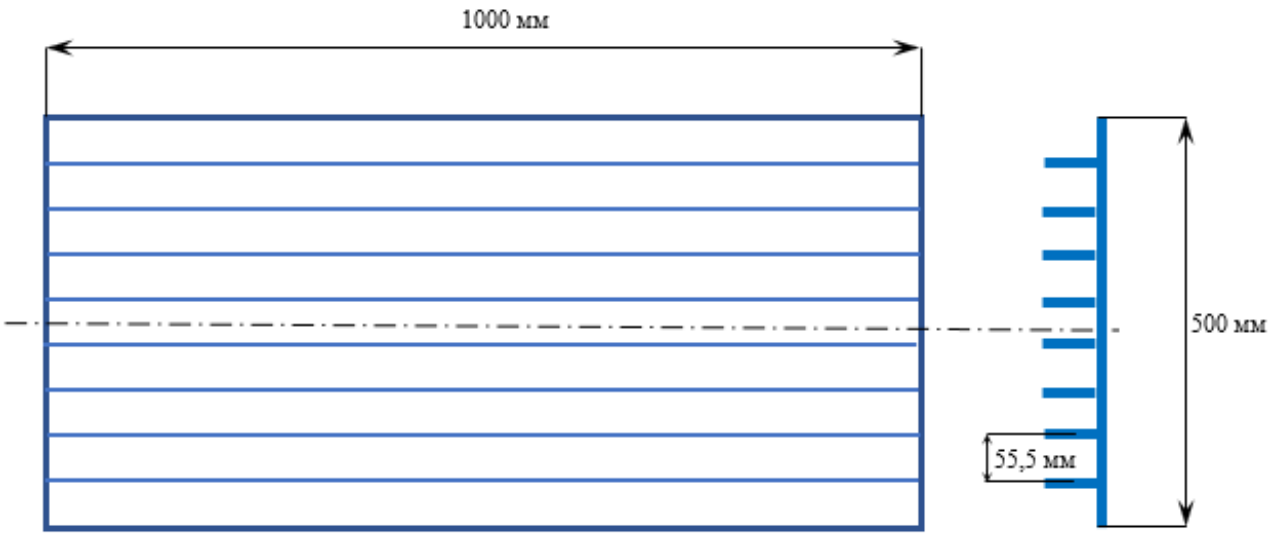


Рисунок 4.1 — Схема образца стрингерной панели

Параметры образцов стрингерной панели представлены в таблице 4.1.

Таблица 4.1 — Параметры образцов стрингерной панели

Тип	h, мм	$h_{стр}$, мм	Укладка
Тип 1*	2,34	22	$[45/(0)_8]_s$
Тип 2**	2,34	22	$[\pm45/(0)_7]_s$
Тип 3	2,34	27	$[45/90/-45/0/0/0/45/0/0]_s$
Примечание: * — оптимизированная укладка, ** — оптимизированная и сбалансированная укладка			

На рисунке 4.2 приведена первая форма потери устойчивости образца стрингерной панели.

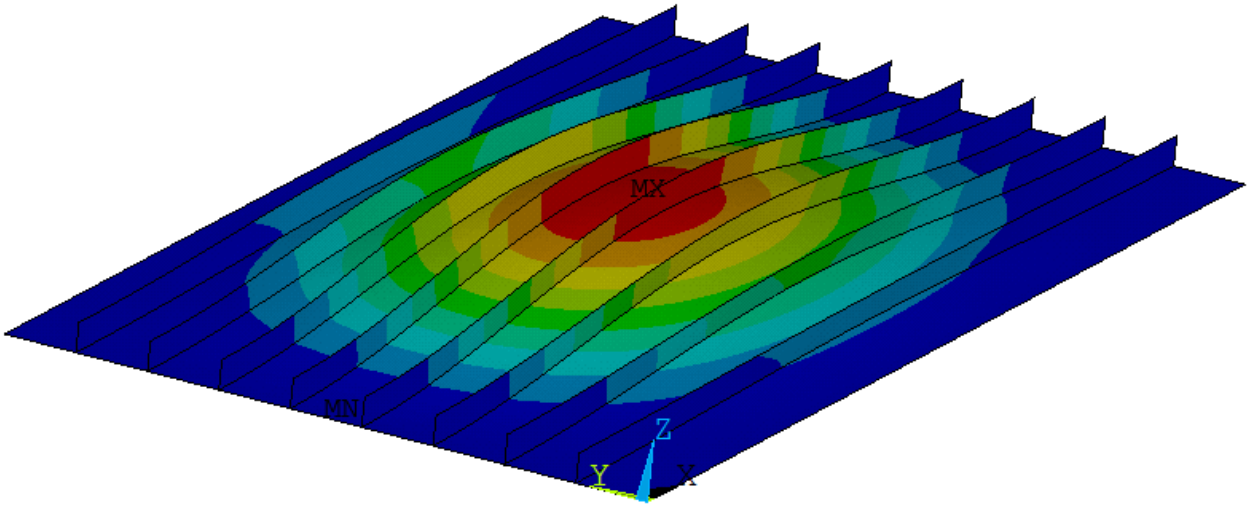


Рисунок 4.2 — Первая форма потери устойчивости образца стрингерной панели

Для проведения испытаний на устойчивость стрингерных образцов была разработана специальная оснастка. Для анализа НДС образцов совместно с оснасткой были разработаны конечно-элементные модели. Схема и КЭМ образца и оснастки представлены на рисунке 4.3.

В опорных плитах, представленных на рисунке 4.4, выполнены вырезы для фиксации образца. После установки торцов образца в опорные плиты вырезы заливаются смолой для реализации граничных условий защемления на торцах. Граничные условия защемления по продольным кромкам обеспечиваются с помощью набора продольных уголков. Опорная плита выполнена из Д16Т, уголки выполнены из Стали 3.

Опорные плиты и смола были смоделированы с помощью трехмерных конечных элементов, образцы смоделированы конечными элементами многослойной

оболочки. В КЭМ с одной стороны опорная плита защемлена, с противоположной стороны приложены перемещения, продольным кромкам образца запрещены перемещения из плоскости.

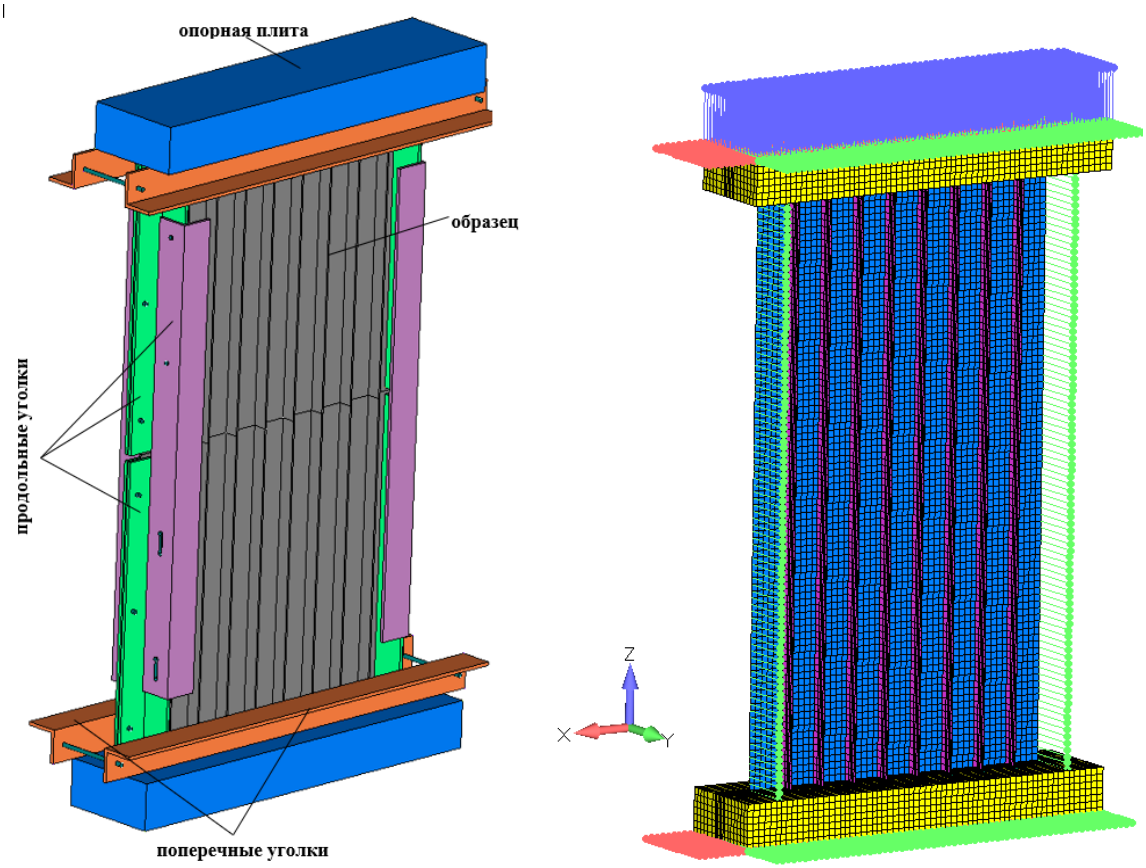


Рисунок 4.3 — Схема оснастки для испытаний образцов стрингерных панелей и ее конечно-элементная модель

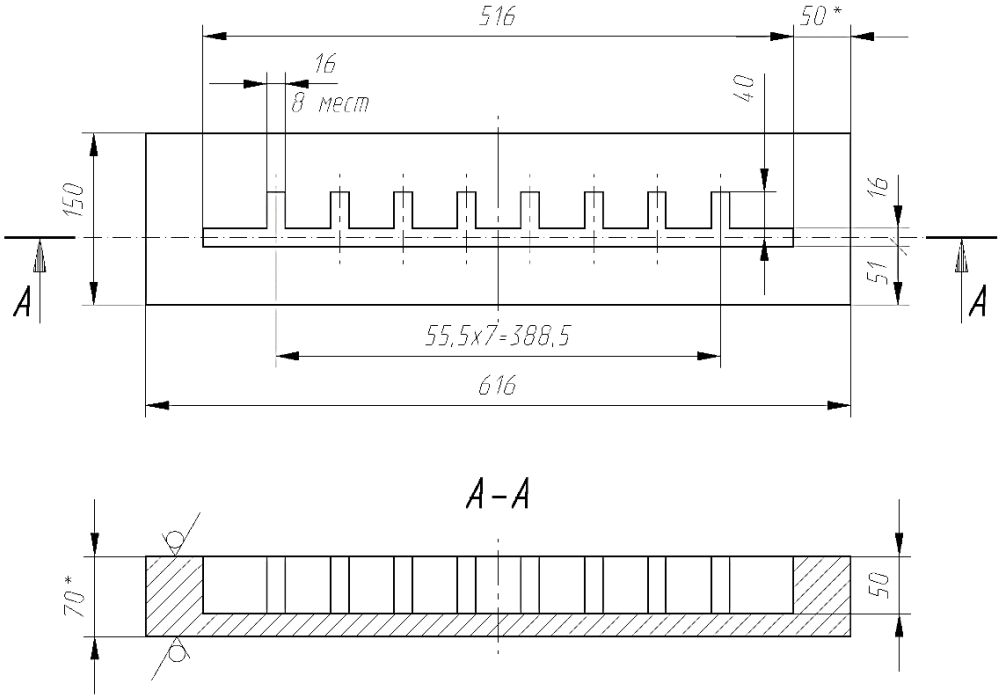


Рисунок 4.4 — Схема опорной плиты

На рисунке 4.5 приведена типовая первая форма потери устойчивости образцов типа 1, 2 и 3 с оснасткой.

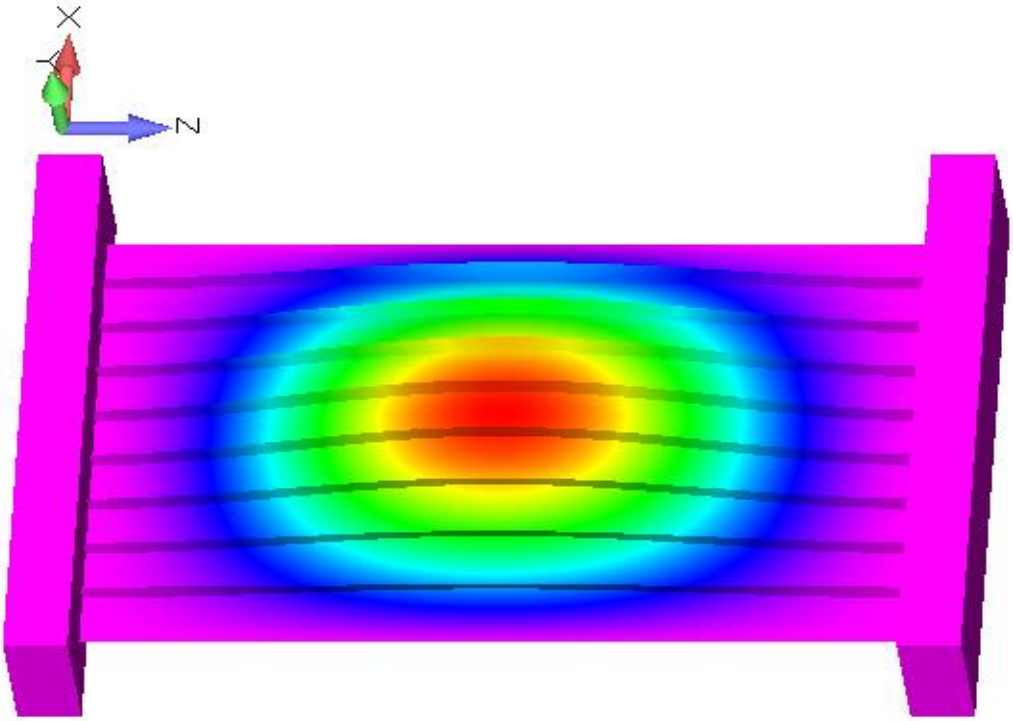


Рисунок 4.5 — Первая форма потери устойчивости стрингерных образцов

Фотографии изготовленных образцов приведены на рисунках 4.6–4.8.

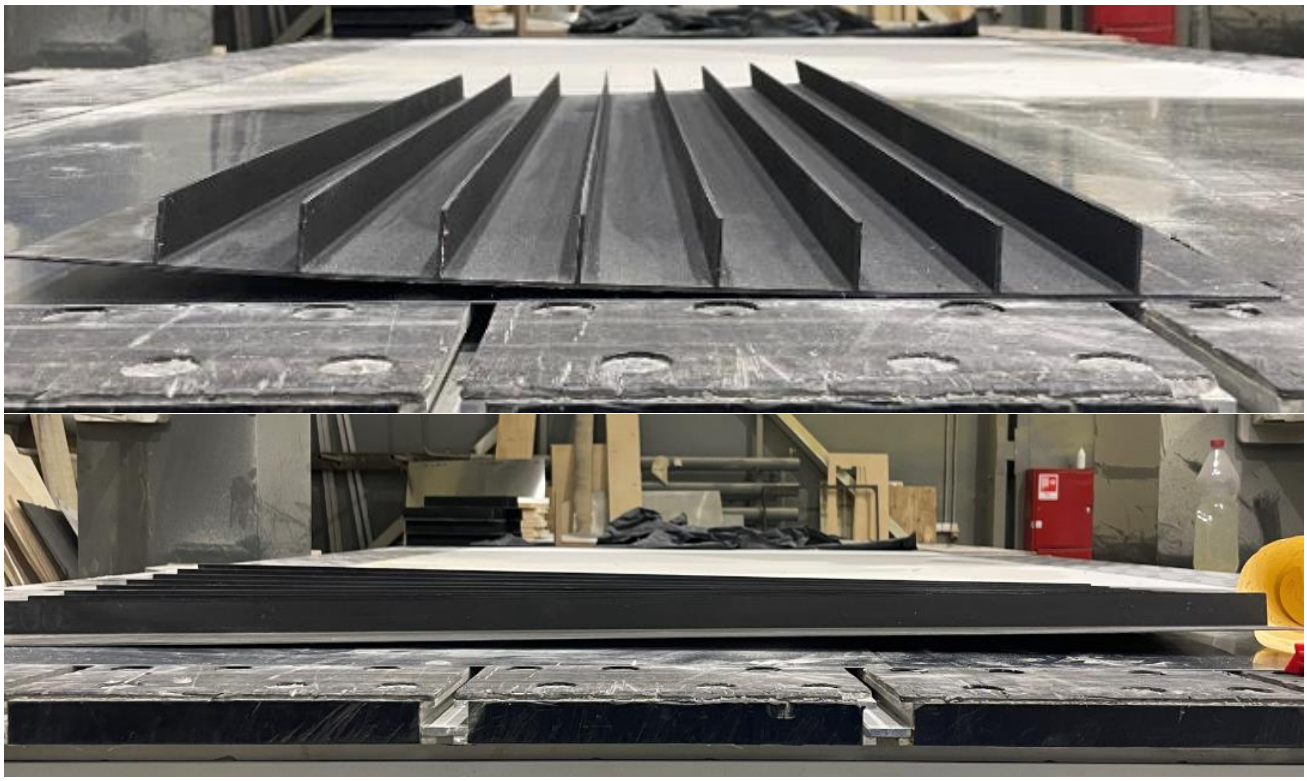


Рисунок 4.6 — Образец типа 1

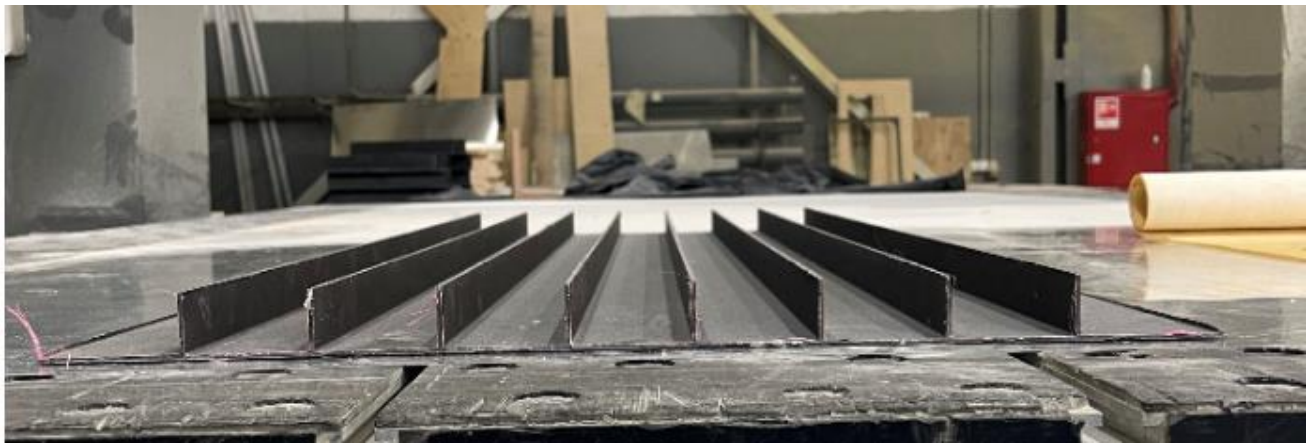


Рисунок 4.7 — Образец типа 2

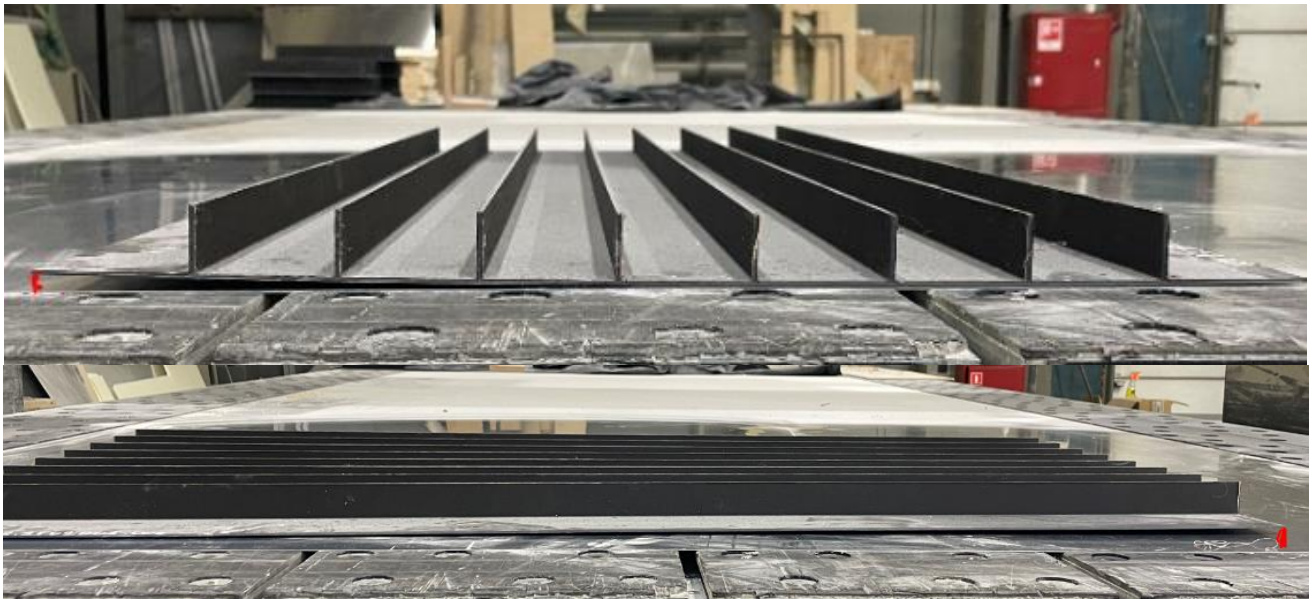


Рисунок 4.8 — Образец типа 3

На рисунках 4.6–4.8 отчетливо видно искривление образцов с несбалансированной укладкой (тип 1 и 3). Также при измерении параметров изготовленных образцов было замечено, что толщина готовой панели отличается от толщины, заложенной в расчетах, вычисленной на основе паспортной толщины монослоя [128, 129]. Для оценки влияния технологических параметров на характеристики изделий из ПКМ в процессе изготовления проведено исследование зависимости коробления панелей от симметрии, сбалансированности и количества слоев в укладках и зависимости толщины образцов композитных панелей от количества слоев, их укладки и способа изготовления (автоклавное или вакуумное формование).

4.2 Исследование влияния конструктивно-технологических факторов на толщину и коробление композитных панелей

Существенной особенностью технологических и эксплуатационных характеристик композиционных материалов является усадка в процессе отверждения [130]. Авторы [131] отмечают, что в процессе полимеризации связующего в подавляющем большинстве случаев происходит объемная усадка, которая наряду с различиями коэффициентов термического расширения полимерной матрицы и армирующего материала приводит к формированию остаточных напряжений в структуре материала. Эти напряжения могут привести к короблению изделия, снижению прочности за счет образования пустот, растрескивания матрицы, снижения адгезии волокна к матрице и т. д. По данным [132, 133] усадка готового изделия может составлять 1,5–10 %.

Коробление — дефект, характеризующийся деформацией изделия из ПКМ после извлечения его из формы [124]. Это крайне нежелательный браковочный признак, требующий исследования причин возникновения, поиска вариантов устранения, а также прогнозирования его появления на этапах конструирования изделия и технологической подготовки производства [134]. В [135] с помощью МКЭ решены совместно тепловая, деформационная и химическая задачи для моделирования процесса отверждения. Установлено, что при повышении температуры до начала химической усадки наблюдается увеличение объема образца, что обусловлено тепловым расширением термореактивной матрицы. Далее при отсутствии теплового расширения (изотермические условия) наблюдается усадка образца и дальнейшее отверждение приводит преимущественно к возникновению внутренних структурных напряжений.

4.2.1 Исследование коробления неподкрепленных панелей из слоистого композиционного материала

Одним из способов снижения коробления изделий в процессе изготовления считается использование симметричной и сбалансированной укладки [124]. Для оценки эффективности этих способов с помощью специального модуля *Ansys Composite Cure Simulation* (*ACCS*) для моделирования процесса отверждения

композитных материалов с полимерной матрицей, в котором сочетается термический и химический анализ, проведено исследование степени коробления для неподкрепленных и стрингерных панелей. Рассмотрены следующие типы укладок:

несимметричные (НС) и несбалансированные (НСБ) укладки,

симметричные (С) и несбалансированные укладки,

несимметричные и сбалансированные (СБ) укладки,

симметричные и сбалансированные укладки.

В процессе отверждения при соединении мономеров в более крупные молекулы выделяется энергия в виде тепла. Кинетика отверждения в *ACCS* может описываться следующими уравнениями: уравнением *n*-порядка, автокаталитической реакции, Камала-Сурура, Аврами-Ерофеева и др.

Как правило, в процессе отверждения термореактивной смолы можно выделить два основных перехода. Первый — это гелеобразование, а второй — стеклование. Гелеобразование — это необратимый процесс, при котором образуется трехмерная бесконечная сеть полимерных цепочек. Стеклование происходит, когда текущая температура становится ниже температуры стеклования, и смола переходит из эластичного состояния в стеклообразное или твердое. Стеклование обратимо, и когда температура материала повышается, эпоксидная смола переходит из стеклообразного состояния в эластичное.

В *ACCS* модель материала имеет четыре состояния: жидкое, гелеобразное, эластичное и твердое и использует линейную интерполяцию между свойствами различных состояний материала в зависимости от температуры, температуры стеклования, степени отверждения и температуры гелеобразования.

На первом этапе задаются исходные данные для материала и подготавливается конечно-элементная модель изделия из ПКМ. Затем с помощью метода конечных элементов проводится термический анализ переходных процессов с добавлением процедур химического отверждения и усадки для выбранной модели кинетики отверждения (при расчетах использовано уравнение автокаталитической реакции), т. е. определяются температура, теплота реакции и степень отверждения внутри композитной конструкции в зависимости от температуры и времени

стандартного цикла отверждения для заданного материала [136].

Далее распределение температуры передается в модуль статического анализа, где с помощью ранее рассчитанной температуры и свойств материала вычисляются деформации. Помимо температурных нагрузок к КЭМ прикладываются дополнительные граничные условия *Frictionless Support*, которые моделируют оснастку. На последнем шаге добавляется граничное условие *Support Remover*, которое моделирует снятие изделия с оснастки и позволяет модели свободно деформироваться. При этом на КЭМ должны быть наложены граничные условия, препятствующие ее перемещению как твердого тела.

Для анализа влияния укладки на степень коробления изделий из препрега *ACM*-102*C*130*UD* (таблица 2.1.) при моделировании использован стандартный цикл отверждения препрегов на основе связующего *ACM*-102 и углеродных армирующих наполнителей. Зависимость температуры T от времени t представлено на рисунке 4.9.

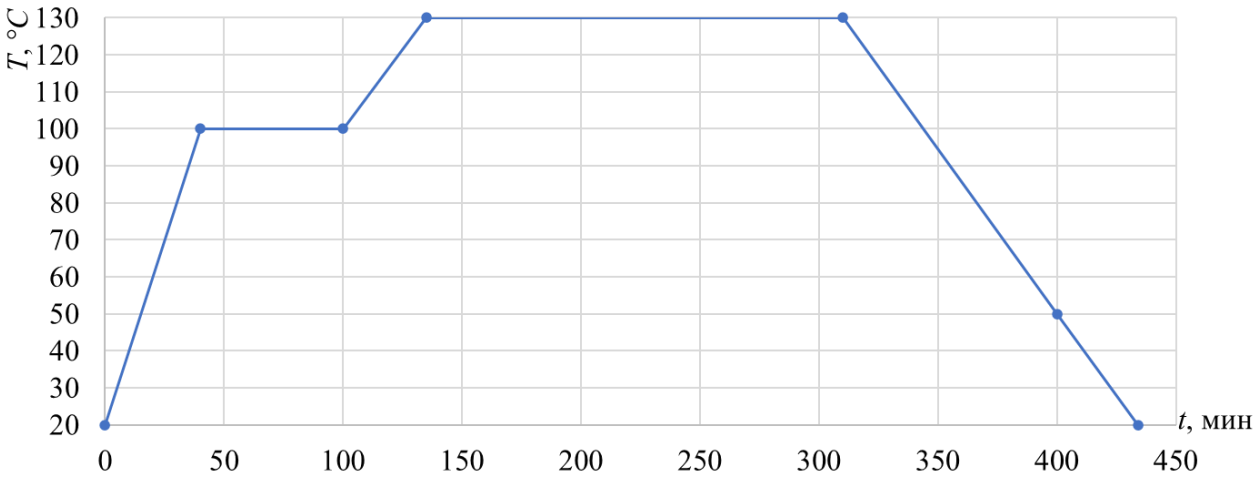


Рисунок 4.9 — Зависимость температуры от времени при стандартном цикле отверждения

Расчет проведен для квадратных пластин 300 × 300 мм [137]. Укладки и максимальные прогибы при короблении $w_{кор.}$, полученные в результате конечно-элементного анализа, представлены в таблице 4.2.

Таблица 4.2 — Коробление пластины в зависимости от укладки

Тип	Укладка	$w_{кор.}$, мм
НС/НСБ	[45/0/90/45/–45/0/90/–45]	15,20
	[45/45/45/–45/45/45/45/–45]	14,89

Продолжение таблицы 4.2

Тип	Укладка	$w_{кор.}$, мм
НС/СБ	[45/0/90/–45/45/0/90/–45]	11,80
	[45/–45/45/–45/45/–45/45/–45]	2,76
	[0/90/0/90/0/90/0/90]	5,11
С/НСБ	[45/0/90/45/45/0/90/45]	7,42
	[45/45/45/45/45/45/45/45]	0,96
С/СБ	[45/0/90/–45/–45/90/0/45]	0,02
	[45/–45/45/–45/–45/45/–45/45]	0,01
	[0/90/0/90/90/0/90/0]	0,01
	[90/90/90/90/90/90/90/90]	0,98
	[0/0/0/0/0/0/0/0]	0,98

На рисунке 4.10 представлен пример формы коробления панели, полученной с помощью *ACCS*.

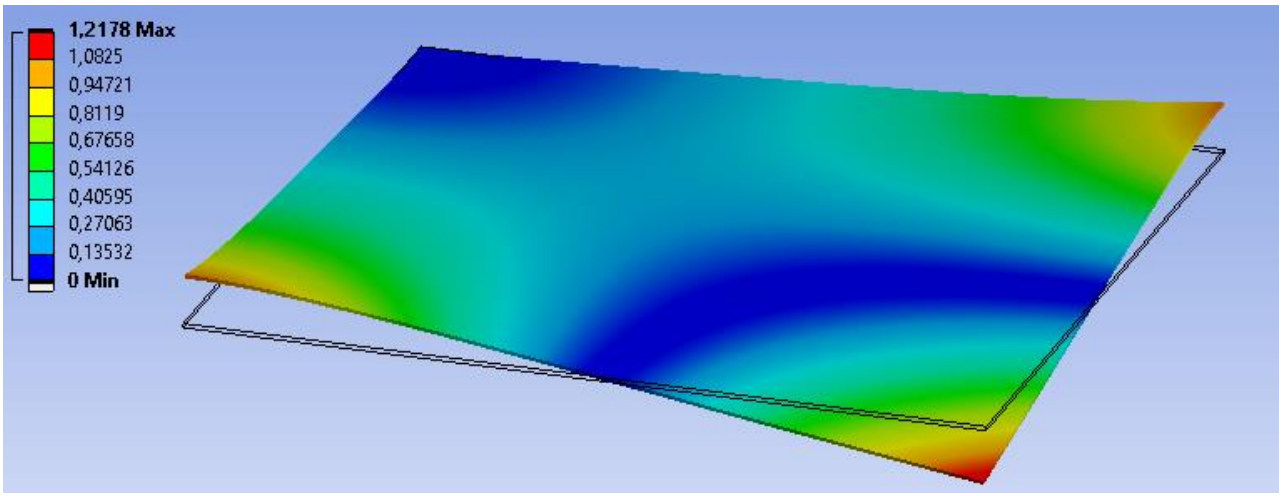


Рисунок 4.10 — Коробление панели с укладкой [±45/±45/±45/±45/±45/±45]

Из таблицы 4.2 видно, что максимальные значения $w_{кор.}$ получены для несимметричных и несбалансированных укладок, а минимальные — для панелей с симметричными и сбалансированными укладками. Следовательно, для предотвращения коробления наиболее эффективно использовать симметричные и сбалансированные укладки, что подтверждается опытом отечественных и зарубежных исследований.

Поскольку одним из видов нарушения технологии при изготовлении является отклонение от заданного угла выкладки, было проведено расчетное исследование влияния такого отклонения на коробление пластины. С помощью *ACCS* получены прогибы пластин для следующих укладок: $[(0/90)_4]$; $[(\pm45)_4]$; $[(\pm45/0/90)_2]$ [137].

Направление одного из слоев в укладках варьируется от φ–10° до φ+10°. Максимальные значения $w_{кор.}$ для рассмотренных вариантов приведены в таблице 4.3.

Таблица 4.3 — Коробление квадратной пластины с нарушением укладки слоя

Укладка	$w_{кор.}$, мм	Укладка	$w_{кор.}$, мм	Укладка	$w_{кор.}$, мм
$[0/80/(0/90)_3]$	7,71	$[45/–35/(\pm45)_3]$	11,91	[45/–35/0/90/±45/0/90]	10,41
$[0/85/(0/90)_3]$	6,35	$[45/–40/(\pm45)_3]$	7,78	[45/–40/0/90/±45/0/90]	8,95
$[0/90/(0/90)_3]$	5,11	$[45/–45/(\pm45)_3]$	2,77	[45/–45/0/90/±45/0/90]	7,37
$[0/95/(0/90)_3]$	6,52	$[45/–50/(\pm45)_3]$	7,78	[45/–50/0/90/±45/0/90]	5,77
$[0/100/(0/90)_3]$	8,38	$[45/–55/(\pm45)_3]$	11,91	[45/–55/0/90/±45/0/90]	4,23

Из таблицы 4.3 видно, что при отклонении угла укладки от номинального значения $w_{кор.}$ существенно меняется. Наибольшее влияние отклонение угла ориентации оказывает на укладку $[(\pm45)_4]$, минимальное влияние наблюдается для укладки $[(\pm45/0/90)_2]$.

Стоит отметить, что при отклонении угла от номинального значения $w_{кор.}$ может как увеличиваться, так и уменьшаться. Для снижения коробления необходимо строго контролировать точность укладки слоев. Величина $w_{кор.}$ зависит как от типа укладки, так и от конкретного угла отклонения.

Также проведен анализ влияния толщины панели на коробление. В таблице 4.4 приведены прогибы для различных укладок с различной толщиной.

Таблица 4.4 — Коробление квадратной панели в зависимости от толщины

0/90		45/–45		45/–45/0/90	
Толщина, мм	Прогиб, мм	Толщина, мм	Прогиб, мм	Толщина, мм	Прогиб, мм
1,04	5,11	1,04	2,77	1,04	7,37
1,56	2,23	1,56	1,22	1,56	3,01
2,08	1,27	2,08	0,69	2,08	1,65
2,60	0,82	2,60	0,45	2,60	1,04

С увеличением толщины панели $w_{кор.}$ существенно уменьшается для всех типов укладок, что сходится с теоретическими и экспериментальными данными из [137]. Укладка типа [0/90] имеет наибольшее коробление среди всех вариантов, типа [45/–45] — наименьшее.

Анализ результатов моделирования процесса отверждения показал, что наиболее эффективным способом минимизации $w_{кор.}$ является использование симметричных и сбалансированных схем укладки армирующих волокон.

Использование симметричных несбалансированных укладок позволяет снизить коробление примерно в два раза по сравнению с несимметричными сбалансированными вариантами.

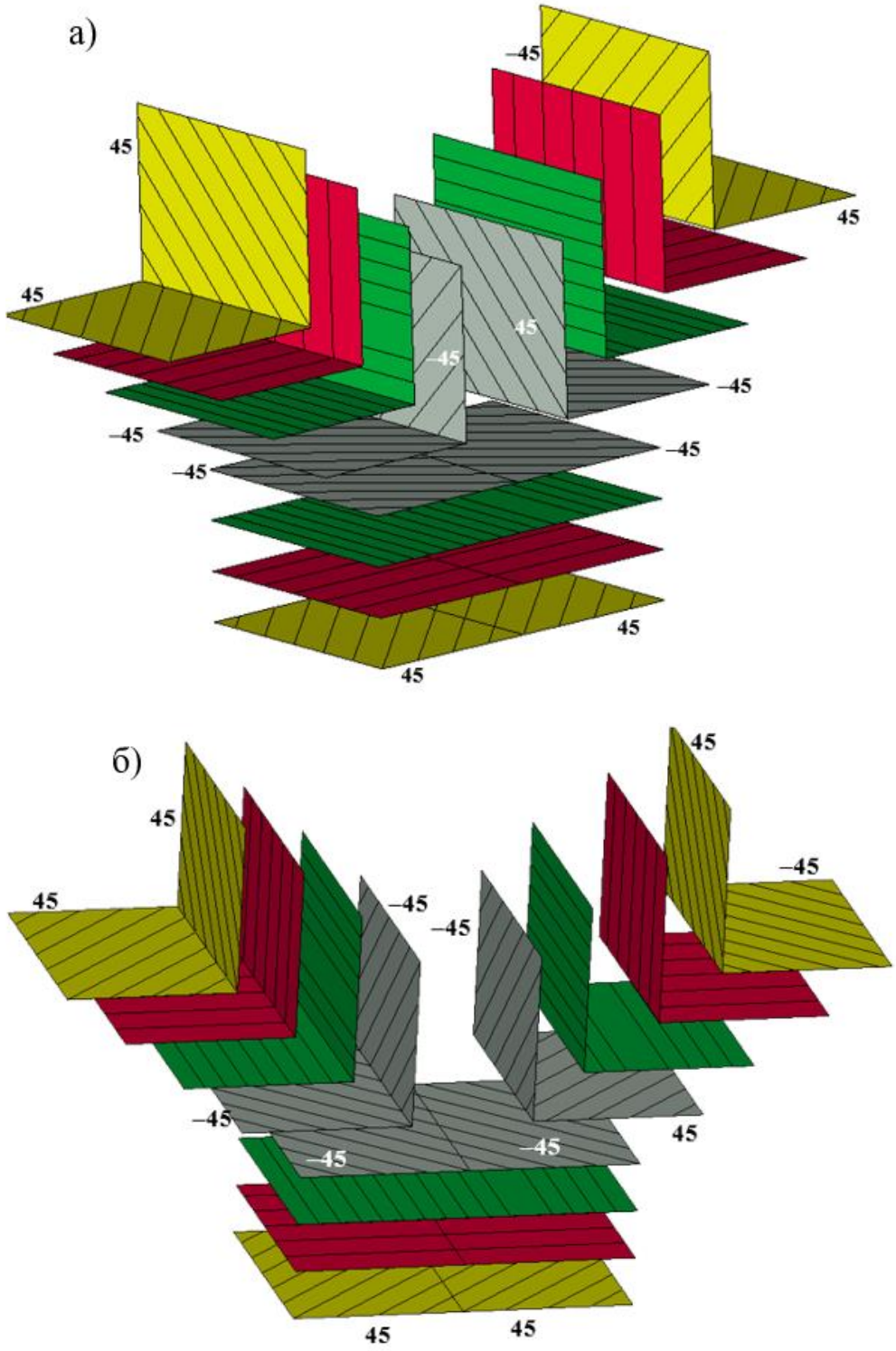
Особое внимание следует уделить точности соблюдения углов укладки армирующих волокон. Полученные данные демонстрируют, что даже небольшие отклонения от заданных углов могут привести к существенному изменению прогиба (в четыре раза). Это подчеркивает важность контроля качества укладки при производстве композитных конструкций.

Уменьшение толщины пластины в 2,5 раза приводит к увеличению коробления более чем в пять раз. Это необходимо учитывать при проектировании тонкостенных конструкций из композитных материалов.

На основании проведенного анализа можно сделать вывод о том, что проблема коробления при изготовлении композитных материалов требует комплексного подхода. Для получения оптимальных характеристик изделия необходимо тщательно выбирать тип укладки, соблюдать технологию производства и учитывать конструктивные особенности конкретной детали. Только такой системный подход позволит минимизировать нежелательные деформации и обеспечить требуемые эксплуатационные характеристики композитных конструкций.

4.2.2 Исследование коробления стрингерных панелей из слоистого композиционного материала

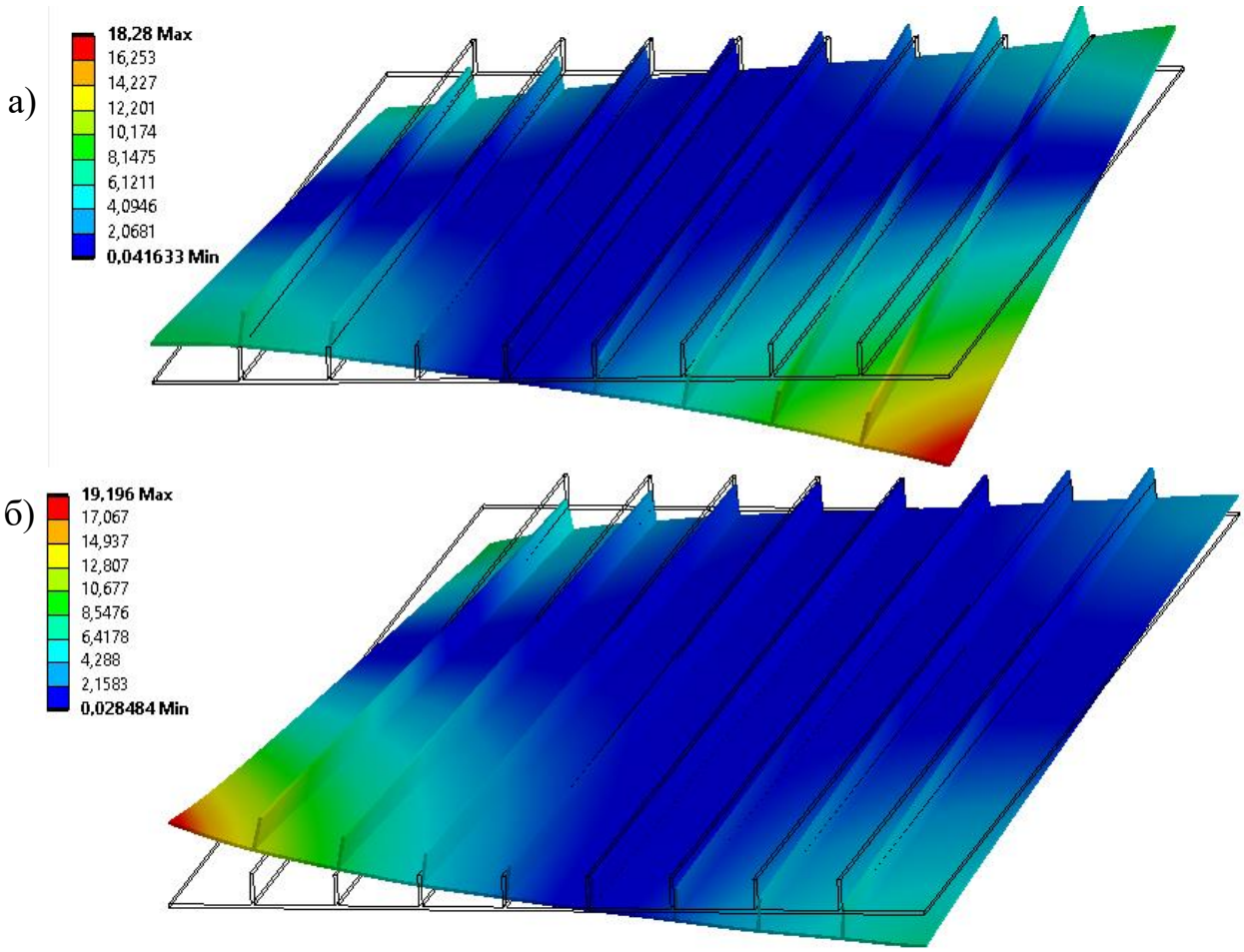
Для стрингерных панелей также проведены расчеты прогибов при короблении. Поскольку стрингеры (рисунок 4.6–4.8) формировались из половины симметричной обшивки, в большинстве случаев невозможно получить симметрию и в укладке обшивки и в укладке стрингеров. От выбора способа формирования стрингера и обшивки зависит степень коробления панелей. На рисунке 4.11 представлены схемы формирования стрингера при соблюдении симметрии укладки обшивки и при соблюдении симметрии укладки стрингеров.



а) симметричная обшивка; б) симметричный стрингер

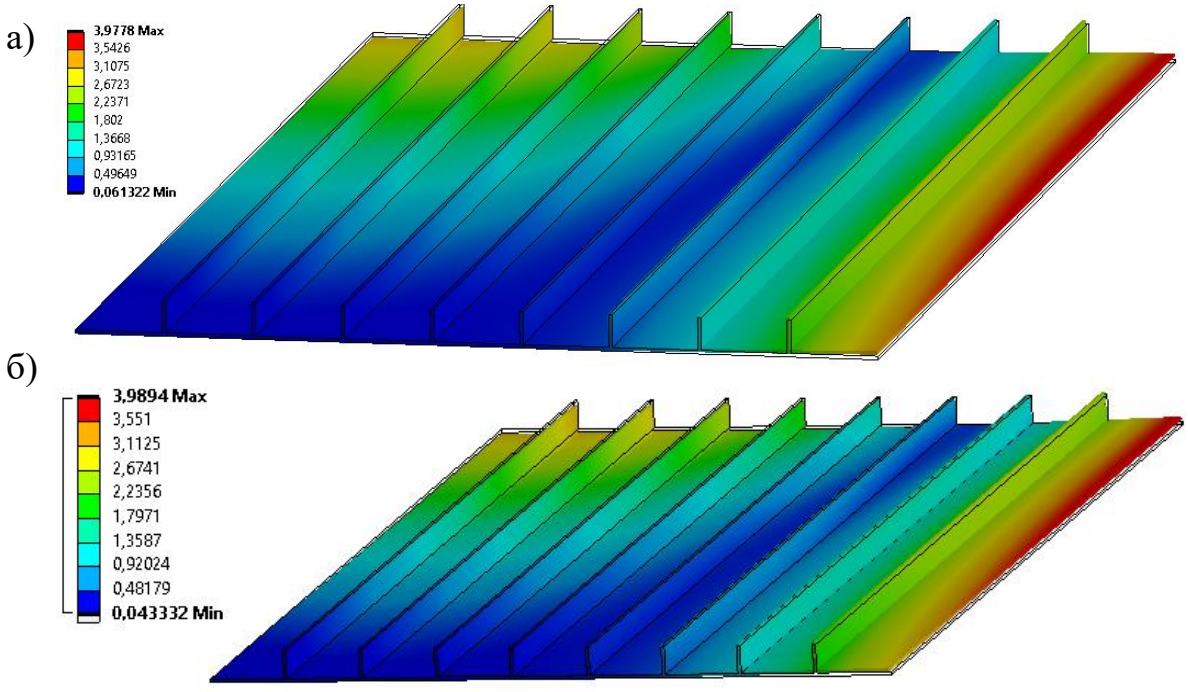
Рисунок 4.11 — Схема формирования стрингеров из обшивки

На рисунках 4.12–4.14 представлены прогибы образцов типа 1, 2 и 3 (таблица 4.1) после отверждения для двух способов формирования стрингера, полученные с помощью *ACCS*.



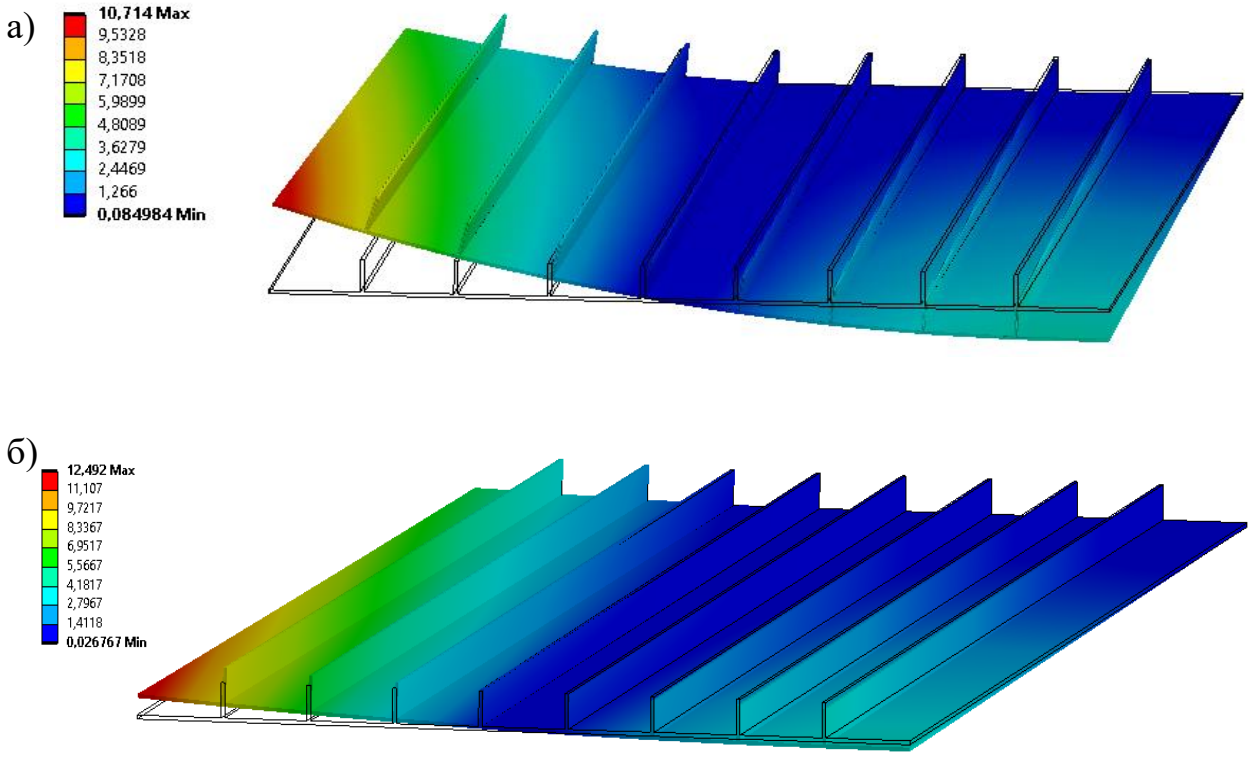
а — укладка обшивки симметрична; б — уклада стрингера симметрична

Рисунок 4.12 — Коробление образа типа 1



сверху — укладка обшивки симметрична; снизу — уклада стрингера симметрична

Рисунок 4.13 — Коробление образца типа 2



а — укладка обшивки симметрична; б — уклада стрингера симметрична
Рисунок 4.14 — Коробление образца типа 3

Наибольшее коробление наблюдается у образца типа 1, который имеет несбалансированную укладку. Это указывает на значительное влияние сбалансированности укладки на величину деформаций при короблении.

Минимальный $w_{кор,}$ получен для образца типа 2, имеющего сбалансированную укладку. Данный факт подтверждает эффективность использования сбалансированных укладок для минимизации деформационных процессов в композитных материалах.

Из рисунков 4.12–4.14 можно сделать несколько выводов относительно влияния различных факторов на коробление панелей. Во-первых, отчетливо видно, что применение симметричной схемы укладки обшивки приводит к уменьшению прогибов панелей. Во-вторых, для несбалансированных укладок влияние выбора схемы выкладки стрингеров (симметричной или несимметричной) оказывается существенным по сравнению с панелями, имеющими сбалансированную укладку.

Кроме сбалансированности укладки, значительное влияние на коробление оказывает симметрия самой укладки. Влияние нарушения симметрии на величину

прогибов исследовано на примере изменения угла ориентации внешнего слоя обшивки для стрингерных образцов. Прогибы панелей для укладок типа 1, 2 и 3 представлены на рисунке 4.15.

Наибольшее значение $w_{кор.}$ получено для образца типа 1, который имеет несбалансированную укладку. Наименьший прогиб получен для сбалансированной укладки (образец типа 2).

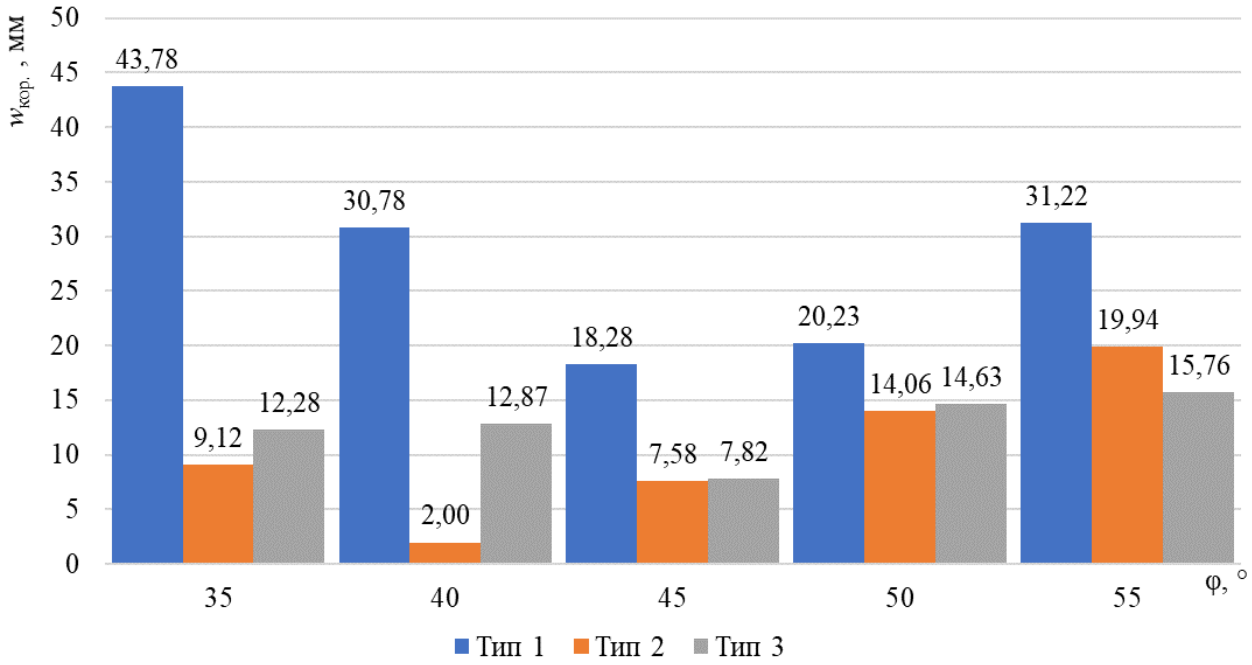


Рисунок 4.15 — Коробление стрингерных панелей при нарушении симметрии внешнего слоя обшивки

Расчеты показали, что отклонение угла ориентации внешнего слоя обшивки приводит к увеличению $w_{кор.}$ более чем в два раза. При этом для панели типа 1, имеющей несбалансированную укладку, отклонение от плоскости может достигать 44 мм, для панели типа 2 — 15 мм, за исключением угла 40° для которого расчет показал уменьшение прогиба $w_{кор.}$, а для панели типа 3 — 16 мм.

В результате проведенных исследований можно сделать следующие выводы: для снижения коробления изделий из слоистых композитных материалов в процессе отверждения необходимо использовать симметричные и сбалансированные укладки. Для рассмотренных стрингерных панелей помимо условия симметрии и сбалансированности, на величину прогиба при короблении оказывает способ формирования стрингера. Максимальные прогибы больше при соблюдении симметрии стрингеров, чем при соблюдении симметрии обшивки.

Таким образом выбор типа укладки имеет существенное влияние на коробление изделий в процессе отверждения. Наилучшие результаты достигаются при использовании симметричных и сбалансированных схем укладки. Это подтверждается данными из источников [134, 137].

При производстве стрингерных панелей выявлены дополнительные факторы, влияющие на степень коробления. Помимо уже упомянутых симметрии и сбалансированности укладки, существенное значение имеет способ формирования стрингера. При использованной технологии формирования стрингерной панели невозможно получить одновременно симметричную укладку стрингера и обшивки. В связи с этим величина коробления оказывается больше в случае симметрии укладки стрингеров.

4.2.3 Исследование толщины изделий из слоистого композиционного материала

Авторы [138] отмечают, что одним из основных геометрических параметров детали является ее толщина. Толщина композита варьируется в значительных пределах и определяется множеством факторов, таких как назначение изделия, давление формования, схема армирования, технология изготовления и т. д. Отмечено, что при переходе от контактного формования к безавтоклавным методам получения композитных деталей (вакуумная инфузия, вакуумное формование) происходит наиболее резкое уменьшение толщины. Показано, что для деталей, полученных методом вакуумной инфузии, с ростом количества слоев до определенного значения толщина существенно (на ~8–18 %) снижается. После некоторого значения дальнейшее увеличение количества слоев не приводит к существенному изменению толщины детали.

Для исследования влияния технологии изготовления, количества слоев и т. д. на толщину композитных панелей, изготовлены образцы с размерами 100 × 100 мм, которые отличаются количеством слоев, укладкой и технологией изготовления.

В таблице 4.5 представлена маркировка, схема укладки и n — количество слоев в образце. Маркировку «УА» имеют образцы, изготовленные с помощью автоклавного формования, «У» — с помощью вакуумного формования.

Таблица 4.5 — Образцы для исследования толщины

Маркировка	*n*, шт.	Укладка	Маркировка	*n*, шт.	Укладка
УА1	10	$[(0/90)_5]$	У1	10	$[(0/90)_5]$
УА2	20	$[(0/90)_{10}]$	У2	20	$[(0/90)_{10}]$
УА3	40	$[(0/90)_{20}]$	У3	40	$[(0/90)_{20}]$
УА4	80	$[(0/90)_{40}]$	У4	80	$[(0/90)_{40}]$
УА5	10	$[0_{10}]$	У5	10	$[0_{10}]$
УА6	20	$[0_{20}]$	У6	20	$[0_{20}]$
УА7	40	$[0_{40}]$	У7	40	$[0_{40}]$
УА8	80	$[0_{80}]$	У8	80	$[0_{80}]$

На рисунках 4.16 и 4.17 представлены значения теоретической толщины образца после отверждения, вычисленной по средней паспортной толщине монослоя, фактической толщины до отверждения после опрессовки и фактической толщины после отверждения.

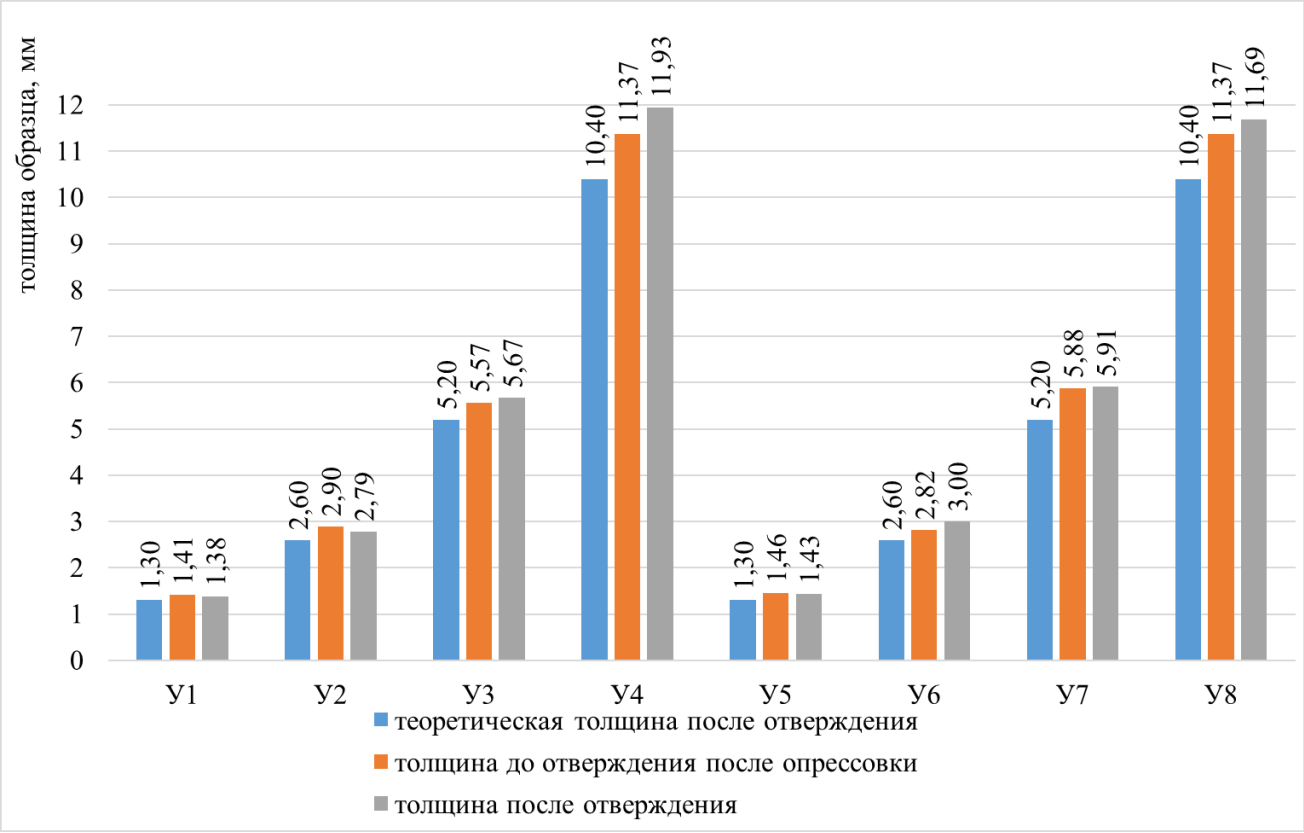


Рисунок 4.16 — Толщины образцов типа «У»

Отличие толщин образцов после отверждения от теоретической толщины для образцов типа «У» составляет от 7 % до 12 %. При этом однонаправленные образцы в большинстве случаев толще образцов с перекрестным армированием.

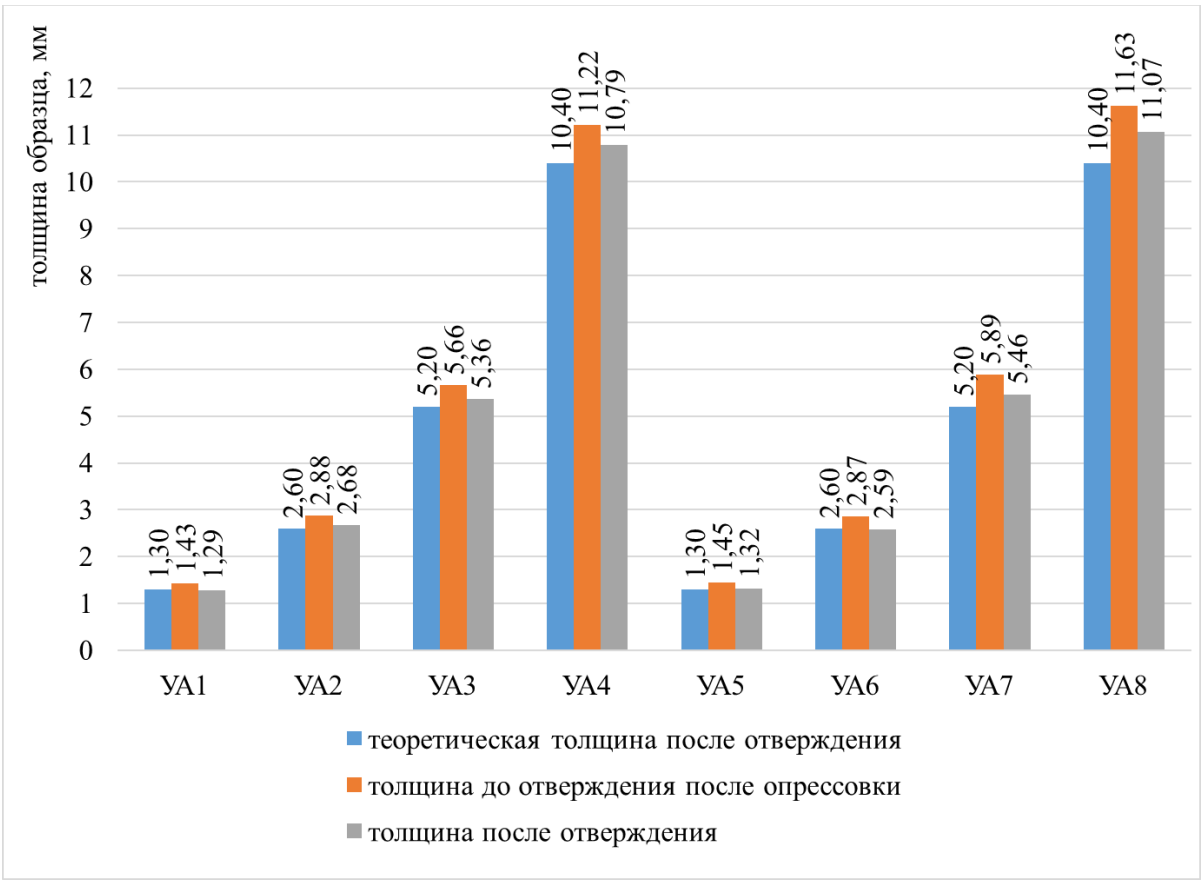


Рисунок 4.17 — Толщины образцов типа «УА»

Отличие толщин образцов после отверждения от теоретической толщины для образцов типа «УА» составляет от 0,4 % до 6,4 %. Однонаправленные образцы также в большинстве случаев толще образцов с перекрестным армированием.

На рисунке 4.18 для сравнения представлены толщины образцов типа «У» и «УА» после отверждения.

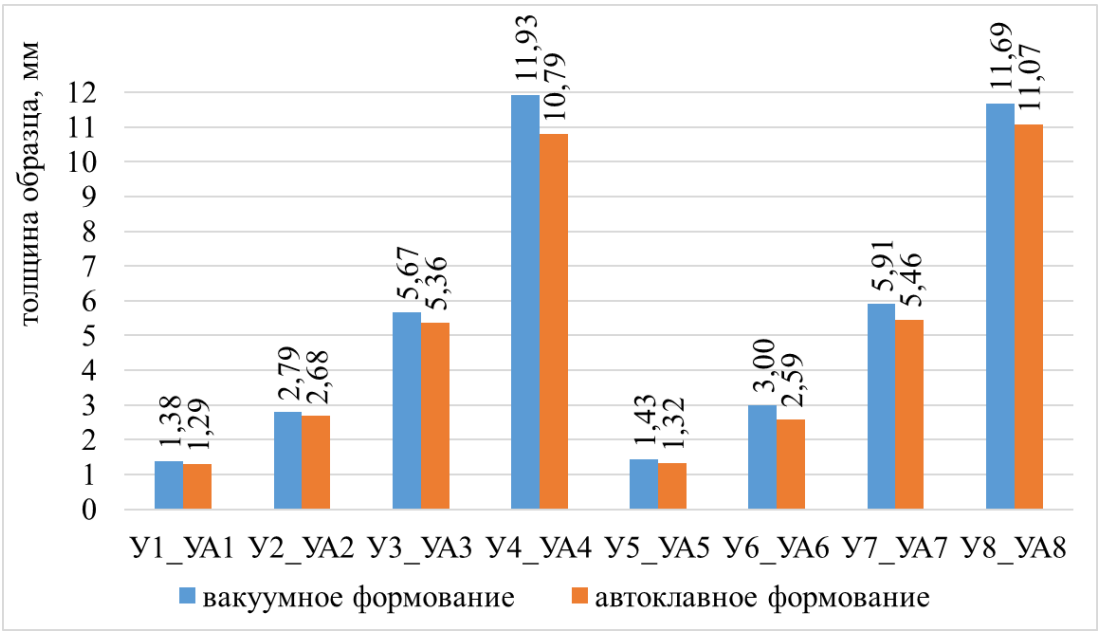


Рисунок 4.18 — Толщины образцов типа «У» и «УА»

Величина усадки определена как разница между толщинами образцов до отверждения после опрессовки и после отверждения. Для образцов типа «УА», изготовленных методом автоклавного формования, величина усадки составляет от 4 % до 10 %. Для образцов типа «У» получены значения от –6 % до 2 %. Знак «–» означает, что после отверждения толщина образца увеличилась.

Толщины образцов типа «У» на 5–14 % больше толщин образцов типа «УА» [139].

На основании этого можно сделать вывод, что в зависимости от технологии изготовления и партии материала толщина готового изделия может иметь разброс ±15 %, что существенно для тонкостенных конструкций, несущая способность которых определяется устойчивостью. Необходимо учитывать эти особенности при проектировании изделий из композиционных материалов.

4.3 Испытания образцов стрингерных панелей

Проведены испытания на сжатие образцов типа 1, 2 и 3 (таблица 4.1). Образцы нагружались в сервогидравлической испытательной машине *MTS*-250 по перемещению с контролем силы до разрушения.

Образцы типа 1

На рисунке 4.19 приведено фото образцов типа 1 до испытаний.

Рисунок 4.19 — Образец типа 1

При нагрузке 154,55 кН произошло разрушение образца. Фото разрушенного образца представлены на рисунке 4.20.

Рисунок 4.20 — Образец типа 1 (1) после разрушения

При нагрузке 205,94 кН произошло разрушение образца типа 1 (2). Фото разрушенного образца представлены на рисунке 4.21.

Рисунок 4.21 — Образец типа 1 (2) после разрушения

Образцы типа 2

На рисунке 4.22 приведено фото образца типа 2 до испытаний.

Рисунок 4.22 — Образец типа 2 (1)

При нагрузке 250,07 кН произошла потеря устойчивости панели и последующее разрушение образца. Фото разрушенного образца представлены на рисунке 4.23.

Рисунок 4.23 — Образец типа 2 (1) после разрушения

Потеря устойчивости образца типа 2 (2) произошла при нагрузке 212,80 кН. Фото разрушенного образца представлены на рисунке 4.24.

Рисунок 4.24 — Образец типа 2 (2) после разрушения

Образцы типа 3

На рисунке 4.25 приведено фото образцов типа 3 до испытаний.

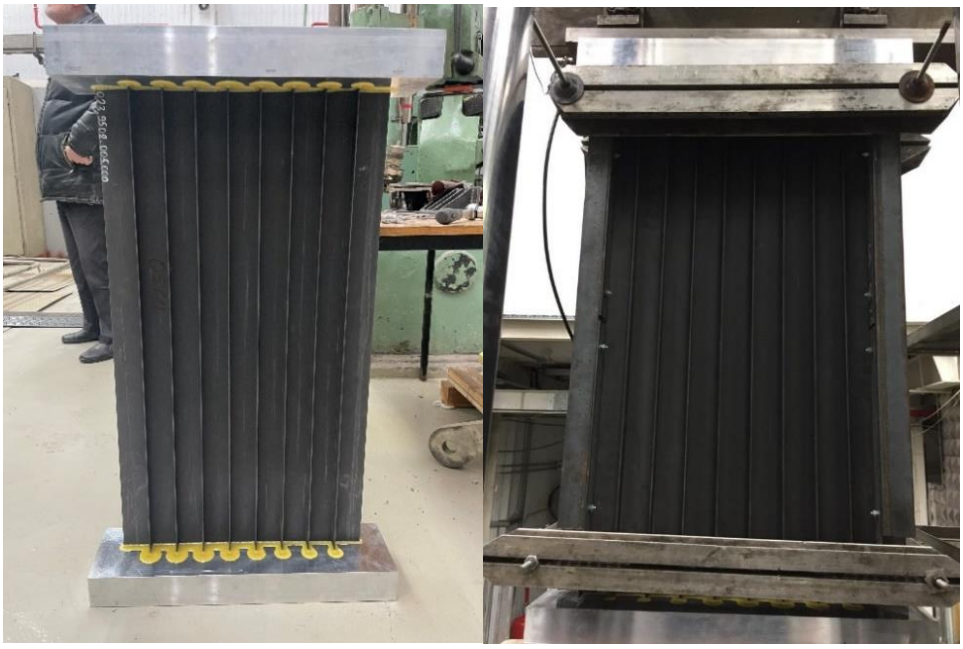


Рисунок 4.25 — Образец типа 3

При нагрузке 277,53 кН произошло разрушение образца типа 3 (1). Фото разрушенного образца представлены на рисунке 4.26.

Разрушение образца типа 3 (2) произошло при нагрузке 281,45 кН. Фото разрушенного образца представлены на рисунке 4.27.

Рисунок 4.26 — Образец типа 3 (1) после разрушения

Рисунок 4.27 — Образец типа 3 (2) после разрушения

Критические силы стрингерных образцов с фактической толщиной, полученные при моделировании образца в стенде $P_{кр.}^{стенд.}$, разрушающая нагрузка при испытаниях $P_{разр.}$ и различие между этими силами $\delta_{ст.}$ представлены в таблице 4.6 [140]. Знак «–» в таблице означает, что нагрузка в эксперименте меньше, чем нагрузка в КЭМ.

Таблица 4.6 — Критические силы стрингерных образцов при толщине 2,10 мм

Тип	$P_{разр.}$, кН	$P_{кр.}^{стенд.}$, кН	$\delta_{ст.}$, %
Тип 1 (1)	154,55	220,33	–42,56
Тип 1 (2)	205,94	226,98	–10,22
Тип 2 (1)	250,07	228,13	8,77
Тип 2 (2)	212,80	228,13	–7,20
Тип 3 (1)	277,53	285,68	–2,94
Тип 3 (2)	281,45	285,68	–1,50

Также в таблице 4.7 приведены критические силы образцов в стенде со средней паспортной толщиной $P_{кр.}^{п.}$, полученные с помощью конечно-элементного анализа, $P_{разр.}$ и $\delta_{п.}$ — отличие $P_{кр.}^{п.}$ от $P_{разр.}$

Таблица 4.7 — Критические силы стрингерных образцов при толщине 2,34 мм

Тип	$P_{разр.}$, кН	$P_{кр.}^{п.}$, кН	$\delta_{п.}$, %
Тип 1 (1)	154,55	265,01	–71,47
Тип 1 (2)	205,94	265,01	–28,68
Тип 2 (1)	250,07	254,19	–1,65
Тип 2 (2)	212,80	254,19	–19,45
Тип 3 (1)	277,53	388,05	–39,82
Тип 3 (2)	281,45	388,05	–37,88

При использовании в КЭМ фактической толщины получено хорошее соответствие расчета с экспериментом. Исключением является только образец типа 1 (1), который имел ярко выраженное коробление из-за особенностей при изготовлении. Учет кривизны в КЭМ приводит к снижению расчетной критической нагрузки для этого образца до 203,75 кН (на 10 % от критической нагрузки плоского образца).

Также для демонстрации влияния толщины на примере образцов типа 1, 2 и 3 с помощью конечно-элементного анализа были получены факторы потери устойчивости для толщин монослоя 0,11–0,15 мм, что является границами паспортных значений. На рисунках 4.28–4.30 представлены зависимости λ от толщины монослоя.

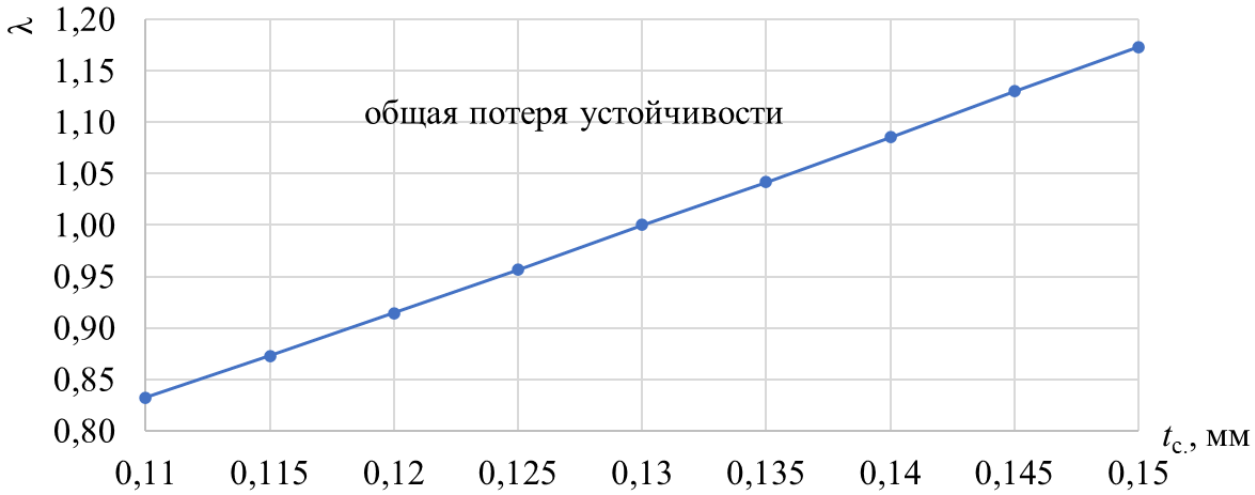


Рисунок 4.28 — Зависимость λ от толщины монослоя для образца типа 1

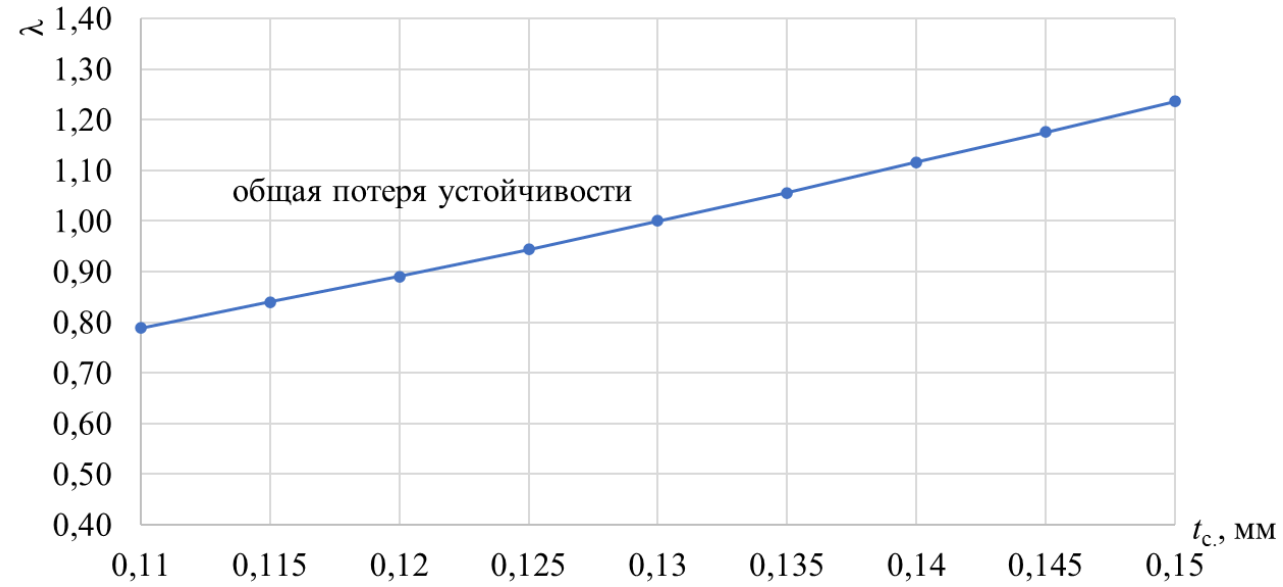


Рисунок 4.29 — Зависимость λ от толщины монослоя для образца типа 2

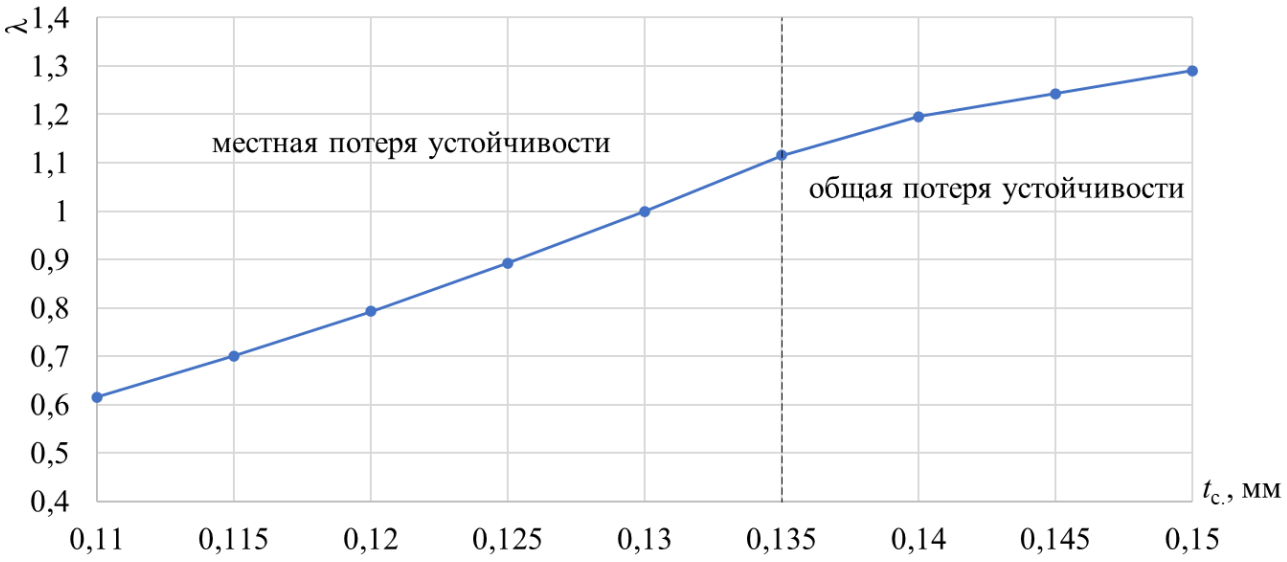


Рисунок 4.30 — Зависимость λ от толщины монослоя для образца типа 3

Как видно из рисунков 4.28–4.30, изменение фактической толщины монослоя относительно средней паспортной толщины приводит к изменению критической нагрузки на 2–40 % и к переходу от локальной формы потери устойчивости к глобальной.

Выводы по главе 4

Для подтверждения несущей способности панелей, разработанных с помощью АВРП, были разработаны образцы стрингерных панелей для последующих испытаний. Разработана конечно-элементная модель образцов в составе испытательного стенда. Представлены результаты испытаний образцов на устойчивость.

Получено хорошее соответствие критических нагрузок, определенных в эксперименте и с помощью КЭ анализа.

Проведено исследование влияния технологических факторов на коробление и толщину готового изделия. Наиболее эффективным способом минимизации коробления является использование симметричных и сбалансированных схем укладки. Несимметричные и несбалансированные укладки приводят к максимальным прогибам. Также небольшие отклонения от номинальных углов укладки могут существенно изменить прогиб панели при короблении.

Установлено значительное влияние на несущую способность, особенно на устойчивость, отклонений толщины, связанных с допусками при поставке препрегов и усадкой при формовании панелей: при автоклавном формовании усадка составляет 4…10%; при вакуумном формовании –6…2%. Влияние компоновки слоев в укладке на толщину при формовании несущественно.

Проведенные исследования подтверждают важность комплексного подхода к проектированию и производству композитных конструкций, учитывающего как конструктивные, так и технологические особенности материалов.

Дальнейшие исследования могут быть направлены на разработку более совершенных методов проектирования композитов и минимизации технологических дефектов.

5 ИССЛЕДОВАНИЕ ПАРАМЕТРОВ, ВЛИЯЮЩИХ НА НЕСУЩУЮ СПОСОБНОСТЬ И МАССУ ПАНЕЛЕЙ ИЗ СЛОИСТЫХ КОМПОЗИЦИОННЫХ МАТЕРИАЛОВ

В разделах 2.3, 3.2 и 4.3 с помощью КЭ анализа верифицировано аналитическое решение, установлено достаточно хорошее соответствие параметров неподкрепленных панелей, полученных с помощью АВРП, с результатами в различных источниках. Конечно-элементные модели валидированы посредством экспериментального исследования несущей способности стрингерных панелей. Это позволяет исследовать влияние различных параметров на несущую способность и массу панелей из слоистых композиционных материалов.

5.1 Минимизация интенсивности деформации

В таблицах 5.1 и 5.2 приведены толщины и укладки, полученные без минимизации интенсивности деформаций и с минимизацией.

Таблица 5.1 — Результаты работы АВРП для случая шарнирного опирания неподкрепленной панели

$L \times B$, мм	q_x, q_y, Н/мм	h, мм	λ	ε_i, %
С минимизацией интенсивности деформации				
700 × 100	–686, 0	3,38	1,00	0,191
$[45/45/45/0/90/0/0/0/0/0/0/0]_s$				
700 × 500	–686, 0	9,10	1,01	0,142
$[45/45/45/45/45/45/45/45/45/45/90/0/45/0/45/45/90/45/45/45/45/0/45/45/45/90/90/90/90/90/0/0/0/0/0]_s$				
700 × 100	–686, –98	3,38	1,00	0,297
$[45/45/45/45/45/45/90/0/90/90/0/0/0]_s$				
700 × 500	–686, –98	9,88	1,01	0,113
$[45/45/45/45/45/45/45/45/45/45/45/45/45/0/45/45/45/45/90/0/45/45/0/45/45/45/0/45/0/90/90/90/90/0/90/0/0/0/0]_s$				
700 × 100	0, –196	2,86	1,23	0,048
$[90/90/90/90/90/90/90/90/90/90/90]_s$				
700 × 500	0, –196	7,54	1,01	0,018
$[90/90/90/90/90/90/90/90/90/90/90/90/0/90/90/90/90/90/90/90/90/90/90/90/90/90/90/90/90]_s$				

Продолжение таблицы 5.1

$L \times B$, мм	q_x, q_y, Н/мм	h, мм	λ	ε_i, %
Без минимизации интенсивности деформации				
700 × 100	–686, 0	3,38	1,24	0,525
[45/45/45/45/45/45/45/45/45/45/90/0/0]$_s$				
700 × 500	–686, 0	9,10	1,07	0,461
[45/45/45/45/45/45/45/45/45/45/45/45/45/45/45/45/45/45/45/45/45/45/45/45/45/45/45/45/45/45/45/45/45/45/45]$_s$				
700 × 100	–686, –98	3,38	1,04	0,533
[45/45/45/45/45/45/45/45/90/90/90/45/0]$_s$				
700 × 500	–686, –98	9,88	1,01	0,381
[45/45/45/45/45/45/45/45/45/45/45/45/45/45/45/45/45/45/45/45/45/45/45/45/45/45/45/45/45/45/45/45/45/45/45/45/45/45]$_s$				
700 × 100	0, –196	2,86	1,23	0,048
[90/90/90/90/90/90/90/90/90/90/90]$_s$				
700 × 500	0, –196	7,54	1,08	0,159
[45/45/45/45/45/45/45/45/45/45/45/45/45/45/45/45/45/45/45/45/45/45/45/45/45/45/45/45/45]$_s$				
Примечание: L — длина панели, B — ширина панели, h — толщина панели, λ — фактор потери устойчивости в аналитическом решении, ε_i — интенсивность деформаций.				

Таблица 5.2 — Результаты работы АВРП для случая защемления неподкрепленной панели

$L \times B$, мм	q_x, q_y, Н/мм	h, мм	λ	ε_i, %
С минимизацией интенсивности деформации				
700 × 100	–686, 0	2,86	1,02	0,204
[45/90/0/0/0/90/0/0/0/0/0]$_s$				
700 × 500	–686, 0	7,54	1,04	0,064
[90/90/0/0/0/0/0/0/0/0/0/0/0/0/0/0/0/0/0/0/0/0/0/0/0/0/0/0/0]$_s$				
700 × 100	–686, –98	2,86	1,01	0,217
[45/45/45/90/0/0/0/0/0/0/0]$_s$				
700 × 500	–686, –98	7,80	1,05	0,068
[0/0/90/90/90/0/0/0/0/0/90/0/0/0/0/90/0/0/0/0/0/0/0/0/0/0/0/0/0/0]$_s$				
700 × 100	0, –196	1,82	1,24	0,075
[90/90/90/90/90/90]$_s$				
700 × 500	0, –196	4,94	1,08	0,028
[90/90/90/90/90/90/90/90/90/90/90/90/90/90/90/90/90/90/0]$_s$				

Продолжение таблицы 5.2

$L \times B$, мм	q_x, q_y, Н/мм	h, мм	λ	ε_i, %
Без минимизации интенсивности деформации				
700 × 100	–686, 0	2,86	1,20	0,430
$[45/45/45/45/45/45/45/0/0/0/0]_s$				
700 × 500	–686, 0	7,54	1,07	0,072
$[45/90/0/90/0/0/0/0/0/0/0/0/45/0/0/0/0/0/0/0/0/0/0/0/0/0/0/0/0]_s$				
700 × 100	–686, –98	2,86	1,11	0,500
$[45/45/45/45/45/45/45/45/90/0/0]_s$				
700 × 500	–686, –98	7,80	1,16	0,068
$[45/0/90/90/90/0/0/0/0/0/90/0/0/0/0/90/0/0/0/0/0/0/0/0/0/0/0/0]_s$				
700 × 100	0, –196	1,82	1,24	0,075
$[90/90/90/90/90/90]_s$				
700 × 500	0, –196	4,94	1,08	0,028
$[90/90/90/90/90/90/90/90/90/90/90/90/90/90/90/90/90/90/90/90]_s$				

При анализе данных из таблиц 5.1 и 5.2 можно наблюдать определенную закономерность в расположении слоев укладки. Внешние слои преимущественно ориентированы под углом 45° к продольной оси панели. За ними следуют слои с ориентацией 90°, которые располагаются ближе к центру, в центральной части панели размещаются слои с направлением 0°.

В панелях, нагруженных комбинацией продольного и поперечного потоков, количество слоев с ориентацией 45° градусов значительно увеличивается. В панелях, которые подвергаются воздействию поперечного потока, слои с ориентацией 90° распределяются по всей укладке. Замена некоторых слоев 45° на слои 0° и 90° приводит к увеличению жесткости панели (уменьшению интенсивности деформаций).

Для стрингерных панелей результаты работы АВРП приведены в таблицах 5.3 и 5.4.

Таблица 5.3 — Результаты работы АВРП для случая шарнирного опирания стрингерных панелей

$L \times B$, мм	q_x, q_y, Н/мм	h, мм	h_s, мм	n_s	λ	ε_i, %
С минимизацией интенсивности деформации						
700 × 100	–686, 0	1,82	14	2	1,00	0,252
$[90/90/0/0/0/0/0]_s$						

Продолжение таблицы 5.3

$L \times B$, мм	q_x, q_y, Н/мм	h, мм	h_s, мм	n_s	λ	ε_i, %
С минимизацией интенсивности деформации						
700 × 500	–686, 0	2,34	35	8	1,06	0,148
$[45/90/0/0/0/0/0/0]_s$						
700 × 100	–686, –98	2,08	15	1	1,00	0,369
$[45/45/90/90/45/0/0/0]_s$						
700 × 500	–686, –98	5,20	36	3	1,10	0,087
$[90/90/90/0/0/0/0/0/0/0/0/0/0/0/0/0/0/0]_s$						
700 × 100	0, –196	1,82	1	1	1,26	0,075
$[90/90/90/90/90/90]_s$						
700 × 500	0, –196	4,94	10	1	1,05	0,028
$[90/90/90/90/90/90/90/90/90/90/90/90/90/90/90/90/90/90/0]_s$						
Без минимизации интенсивности деформации						
700 × 100	–686, 0	1,82	14	2	0,999	0,252
$[90/90/0/0/0/0/0]_s$						
700 × 500	–686, 0	2,34	35	8	1,00	0,177
$[45/45/0/0/0/0/0/0]_s$						
700 × 100	–686, –98	2,08	15	1	1,00	0,369
$[45/45/90/90/45/0/0/0]_s$						
700 × 500	–686, –98	5,20	36	3	1,09	0,090
$[90/45/90/90/45/0/0/0/0/0/0/0/0/0/0/0/0/0/0/0]_s$						
700 × 100	0, –196	1,82	1	1	1,26	0,075
$[90/90/90/90/90/90/90]_s$						
700 × 500	0, –196	4,94	10	1	1,05	0,028
$[90/90/90/90/90/90/90/90/90/90/90/90/90/90/90/90/90/90/0]_s$						
Примечание: h_s — высота стрингера, n_s — количество стрингеров.						

Таблица 5.4 — Результаты работы АВРП для случая защемления стрингерных панелей

$L \times B$, мм	q_x, q_y, Н/мм	h, мм	h_s, мм	n_s	λ	ε_i, %
С минимизацией интенсивности деформации						
700 × 100	–686, 0	1,56	11	2	1,03	0,332
$[45/90/0/0/0/0]_s$						
700 × 500	–686, 0	2,34	22	8	1,07	0,176
$[45/90/90/0/0/0/0/0/0]_s$						
700 × 100	–686, –98	1,82	10	2	1,00	0,321
$[90/90/90/0/0/0/0]_s$						

Продолжение таблицы 5.4

$L \times B$, мм	q_x, q_y, Н/мм	h, мм	h_s, мм	n_s	λ	ε_i, %
С минимизацией интенсивности деформации						
700 × 500	–686, –98	3,64	24	4	1,03	0,129
$[45/90/90/0/0/0/0/0/0/0/0/0/0/0]_s$						
700 × 100	0, –196	1,82	1	1	1,24	0,075
$[90/90/90/90/90/90/90]_s$						
700 × 500	0, –196	3,64	22	2	1,00	0,050
$[90/90/90/90/90/90/90/0/0/0/0/0/90/90]_s$						
Без минимизации интенсивности деформации						
700 × 100	–686, 0	1,56	11	2	1,01	0,406
$[45/90/90/0/0/0]_s$						
700 × 500	–686, 0	2,34	22	8	1,07	0,176
$[45/0/0/0/0/0/0/0/0]_s$						
700 × 100	–686, –98	1,82	10	2	1,00	0,321
$[90/90/90/0/0/0/0]_s$						
700 × 500	–686, –98	3,64	24	4	1,03	0,129
$[45/90/90/0/0/0/0/0/0/0/0/0/0/0/0]_s$						
700 × 100	0, –196	1,82	1	1	1,24	0,075
$[90/90/90/90/90/90/90]_s$						
700 × 500	0, –196	3,64	22	2	1,062	0,062
$[90/90/90/90/90/90/90/0/0/0/0/0/0/0]_s$						

Из таблиц 5.1–5.4 видно, что шаг 4 АВРП (смотри пункт 3.1) позволяет снизить интенсивность деформации в 1,5–2 раза, при этом обеспечивая устойчивость. Для стрингерных панелей с одинаковыми нагрузками и размерами значения ε_i ниже, чем для неподкрепленных. При защемлении панели значения интенсивности деформации ниже, чем при шарнирном опирании.

В укладках стрингерных панелей внешние слои преимущественно ориентированы под углом 90°, слои с направлением 0° сгруппированы в центре.

5.2 Влияние установки стрингеров на массу и несущую способность панелей

Для оценки влияния установки стрингеров на массу композитных панелей, в таблицах 5.5 и 5.6 представлены оптимальные параметры, полученные с помощью АВРП, как для панелей без подкрепления, так и для панелей со стрингерами.

В таблицах представлены геометрические характеристики панелей, параметры стрингерного набора, нагрузки и факторы устойчивости конструкций. Такое сравнение позволяет оценить, как установка стрингеров влияет на массу конструкции при сохранении несущей способности, что особенно важно при проектировании легких и эффективных композитных конструкций.

Таблица 5.5 — Сравнение параметров опертых неподкрепленных и стрингерных панелей

$L \times B$, мм	q_x, q_y, Н/мм	h, мм	h_s, мм	n_s	λ	m, кг
700 × 100	–686, 0	1,82	14	2	1,03	0,25
[90/90/0/0/0/0/0]$_s$						
700 × 100	–686, 0	3,38	—	—	1,00	0,37
[45/45/45/0/90/0/0/0/0/0/0/0/0]$_s$						
700 × 500	–686, 0	2,34	35	8	1,10	1,99
[45/90/0/0/0/0/0/0/0]$_s$						
700 × 500	–686, 0	9,10	—	—	1,01	4,97
[45/45/45/45/45/45/45/45/45/45/90/0/45/0/45/45/90/45/45/45/45/0/45/45/45/90/90/90/90/90/0/0/0/0/0]$_s$						
700 × 100	–686, –98	2,08	15	1	1,00	0,26
[45/45/90/90/45/0/0/0]$_s$						
700 × 100	–686, –98	3,38	—	—	1,00	0,37
[45/45/45/45/45/45/90/0/90/90/0/0/0]$_s$						
700 × 500	–686, –98	5,20	36	3	1,10	3,45
[90/90/90/0/0/0/0/0/0/0/0/0/0/0/0/0/0/0/0/0/0]$_s$						
700 × 500	–686, –98	9,88	—	—	1,01	5,39
[45/45/45/45/45/45/45/45/45/45/45/45/0/45/45/45/45/90/0/45/45/0/45/45/45/0/45/0/90/90/90/90/0/90/0/0/0/0]$_s$						
700 × 100	0, –196	1,82	1	1	1,26	0,20
[90/90/90/90/90/90]$_s$						
700 × 100	0, –196	2,86	—	—	1,23	0,31
[90/90/90/90/90/90/90/90/90/90/90]$_s$						
700 × 500	0, –196	4,94	10	1	1,05	2,75
[90/90/90/90/90/90/90/90/90/90/90/90/90/90/90/90/90/90/0]$_s$						
700 × 500	0, –196	7,54	—	—	1,01	4,12
[90/90/90/90/90/90/90/90/90/90/90/90/0/90/90/90/90/90/90/90/90/90/90/90/90/90/90/90]$_s$						

Таблица 5.6 — Сравнение параметров защемленных неподкрепленных и стрингерных панелей

$L \times B$, мм	q_x, q_y, Н/мм	h, мм	h_s, мм	n_s	λ	m, кг
700 × 100	–686, 0	1,56	11	2	1,03	0,21
[45/90/0/0/0/0]$_s$						
700 × 100	–686, 0	2,86	—	—	1,02	0,31
[45/90/0/0/0/90/0/0/0/0/0]$_s$						
700 × 500	–686, 0	2,34	22	8	1,07	1,73
[45/90/90/0/0/0/0/0/0]$_s$						
700 × 500	–686, 0	7,54	—	—	1,04	4,12
[90/90/0/0/0/0/0/0/0/0/0/0/0/0/0/0/0/0/0/0/0/0/0/0/0/0/0/0/0]$_s$						
700 × 100	–686, –98	1,82	10	2	1,00	0,24
[90/90/90/0/0/0/0]$_s$						
700 × 100	–686, –98	2,86	—	—	1,01	0,31
[45/45/45/90/0/0/0/0/0/0/0]$_s$						
700 × 500	–686, –98	3,64	24	4	1,03	2,37
[45/90/90/0/0/0/0/0/0/0/0/0/0]$_s$						
700 × 500	–686, –98	7,8	—	—	1,05	4,26
[0/0/90/90/90/0/0/0/0/0/0/90/0/0/0/0/0/90/0/0/0/0/0/0/0/0/0/0/0/0/0]$_s$						
700 × 100	0, –196	1,82	1	1	1,24	0,20
[90/90/90/90/90/90/90]$_s$						
700 × 100	0, –196	1,82	—	—	1,24	0,20
[90/90/90/90/90/90]$_s$						
700 × 500	0, –196	3,64	22	2	1,00	2,16
[90/90/90/90/90/90/90/0/0/0/0/0/90/90]$_s$						
700 × 500	0, –196	4,94	—	—	1,08	2,70
[90/90/90/90/90/90/90/90/90/90/90/90/90/90/90/90/90/90/0]$_s$						

Анализ данных таблиц 5.5 и 5.6 показывает, что установка стрингеров позволяет уменьшить массу панели более чем в два раза. Для панелей 700 × 100 достаточно 1–2 стрингеров, с увеличением ширины панели требуется 4–8 стрингеров.

Наименьшая эффективность установки стрингеров наблюдается при нагружении поперечным потоком, при осевом сжатии эффект более значителен, при комбинированном нагружении также достигается хороший результат.

Для случая шарнирного опирания в укладках слои ±45° располагаются с внешних сторон, около плоскости симметрии располагаются слои 0°. Для защемленных панелей внешние слои в основном имеют направление 90°.

Таким образом установка стрингеров является эффективным способом снижения массы панелей при сохранении их несущей способности. Количество необходимых стрингеров зависит от размеров панели и нагрузки.

5.3 Влияния ограничения на сбалансированную укладку на несущую способность

Как уже упоминалось ранее, использование несбалансированной укладки может приводить к короблению изделий при изготовлении, и приходится накладывать ограничение на количество слоев ±45° в пакете. Это связано с тем, что именно эти слои вносят наибольший вклад в возникновение внутренних напряжений, приводящих к короблению.

Для иллюстрации влияния ограничения укладки на сбалансированность на характеристики композитной панели рассмотрена стрингерная панель со следующими параметрами: длина панели — 800 мм, ширина панели — 600 мм, количество стрингеров — 8, высота стрингеров — 22 мм.

В таблицах 5.7 и 5.8 представлены толщины и укладки, интенсивность деформаций ε_i и фактор потери устойчивости λ стрингерных панелей. Данные представлены как для исходного состояния (до балансировки), так и после проведения процедуры балансировки укладки.

Таблица 5.7 — Укладки стрингерной панели до и после балансировки (защемление)

$q_x/q_y/q_{xy}$, Н/мм	h, мм	Укладка	ε_i, %	λ
До балансировки				
490/0/0	2,34	$[45/(0)_8]_s$	0,131	1,03
490/98/0	3,64	$[(90)_3/45/(0)_{10}]_s$	0,094	1,05
0/196/0	3,64	$[(90)_5/45/(0)_8]_s$	0,086	1,03
После балансировки				
490/0/0	2,60	$[\pm45/(0)_8]_s$	0,133	1,09
490/98/0	3,64	$[(90)_4/(0)_{10}]_s$	0,094	1,10
0/196/0	3,64	$[(90)_5/\pm45/(0)_7]_s$	0,087	1,01

Таблица 5.8 — Укладки стрингерной панели до и после балансировки (опирание)

$q_x/q_y/q_{xy}$, Н/мм	h, мм	Укладка	ε_i, %	λ
До балансировки				
490/0/0	6,50	$[\pm45/\pm45/45/(0)_{20}]_s$	0,053	1,06

Продолжение таблицы 5.8

$q_x/q_y/q_{xy}$, Н/мм	h, мм	Укладка	ε_i, %	λ
До балансировки				
490/98/0	7,80	$[\pm45/90/\pm45/(0)_{55}]_s$	0,054	1,02
0/196/0	5,72	$[45/(90)_6/-45/45/90/(0)_{12}]_s$	0,053	1,02
490/49/49	8,58	$[90/45/90/-45/90/45/(0)_{27}]_s$	0,072	1,04
После балансировки				
490/0/0	6,50	$[(\pm45)_3/(0)_{19}]_s$	0,056	1,05
490/98/0	7,80	$[\pm45/90/\pm45/(0)_{55}]_s$	0,054	1,02
0/196/0	5,72	$[45/(90)_4/-45/90/\pm45/90/(0)_{12}]_s$	0,059	1,00
490/49/49	8,58	$[\pm45/90/45/90/-45/(0)_{27}]_s$	0,074	1,04

Из таблиц 5.7 и 5.8 видно, что в некоторых случаях при соблюдении ограничений на прочность и устойчивость использование сбалансированной укладки может привести к увеличению толщины (при действии продольного потока –490 Н/мм толщина увеличилась с 2,34 мм до 2,60 мм), снижению критической нагрузки на 1–6 % и увеличению интенсивности деформаций на 3–11 %. Поэтому решение в пользу сбалансированной укладки или увеличения несущей способности остается за конструктором.

5.4 Влияние базиса возможных направлений слоев на массу и несущую способность панелей

При проектировании изделий из слоистых композиционных материалов принято использовать укладки с углами армирования 0°, ±45°, 90°, однако в некоторых источниках [114, 141] помимо классического базиса возможных углов ориентации слоев в пакете {±45°; 90°; 0°} используют углы армирования ±15°, ±30°, ±60° и±75°.

Для проведения исследования были использованы различные варианты базисов углов армирования:

Базис 1 — {±15°; 90°; 0°};

Базис 2 — {±30°; 90°; 0°};

Базис 3 — {±45°; 90°; 0°};

Базис 4 — {±60°; 90°; 0°};

Базис 5 — {±75°; 90°; 0°} [142].

В рамках исследования с помощью АВРП были определены оптимальные схемы укладки для неподкрепленных и стрингерных панелей с характеристиками материала *ACM*-102*C*130*UD*, приведенными в таблице 2.1. Размеры панелей, действующие нагрузки и полученные толщины и укладки для неподкрепленной панели, представлены в таблицах 5.9 и 5.10.

Таблица 5.9 — Толщины и укладки неподкрепленной опертой панели при различных базисах

№ баз.	h, мм	Укладка	ε_i, %	λ
q_x = –490 Н/мм, q_y = 0, L = 800 мм, B = 600 мм				
1	10,14	$[(90)_9/(\pm15)_5/0/(\pm15)_2/15/(0)_{15}]_s$	0,037	1,00
2	9,88	$[30/90/-30/(90)_2/30/90/-30/90/0/90/30/90/-30/90/(\pm30)_2/90/(0)_{17}]_s$	0,044	1,01
3	9,10	$[(\pm45)_6/(90)_2/(\pm45)_2/90/(\pm45)_4/45/(0)_7]_s$	0,114	1,00
4	9,62	$[(\pm60)_5/90/(0)_4/90/(0)_5/60/(0)_6/90/(0)_8]_s$	0,046	1,00
5	10,14	$[(\pm75)_3/(90)_4/(0)_{29}]_s$	0,035	1,00
q_x = –490 Н/мм, q_y = –98 Н/мм, L = 800 мм, B = 600 мм				
1	11,18	$[(90)_{10}/0/(\pm15)_8/15/0/-15/(\pm15)_4/(0)_5]_s$	0,027	1,00
2	10,66	$[(90)_5/30/90/-30/90/30/90/-30/\pm30/90/(\pm30)_2/30/0/-30/(\pm30)_6/(0)_7]_s$	0,043	1,00
3	10,14	$[(\pm45)_8/45/(0)_2/-45/90/(\pm45)_3/45/0/-45/45/(90)_2/-45/0/90/(0)_3]_s$	0,083	1,00
4	10,14	$[(\pm60)_8/60/0/-60/0/90/0/(90)_2/0/90/0/90/0/90/0/90/(0)_7]_s$	0,071	1,00
5	10,92	$[(\pm75)_7/(0)_{28}]_s$	0,029	1,02
Примечание: q_x — продольный сжимающий поток, q_y — поперечный сжимающий поток, L — длина панели, B — ширина панели, h — толщина панели, λ — фактор потери устойчивости, ε_i — интенсивность деформаций.				

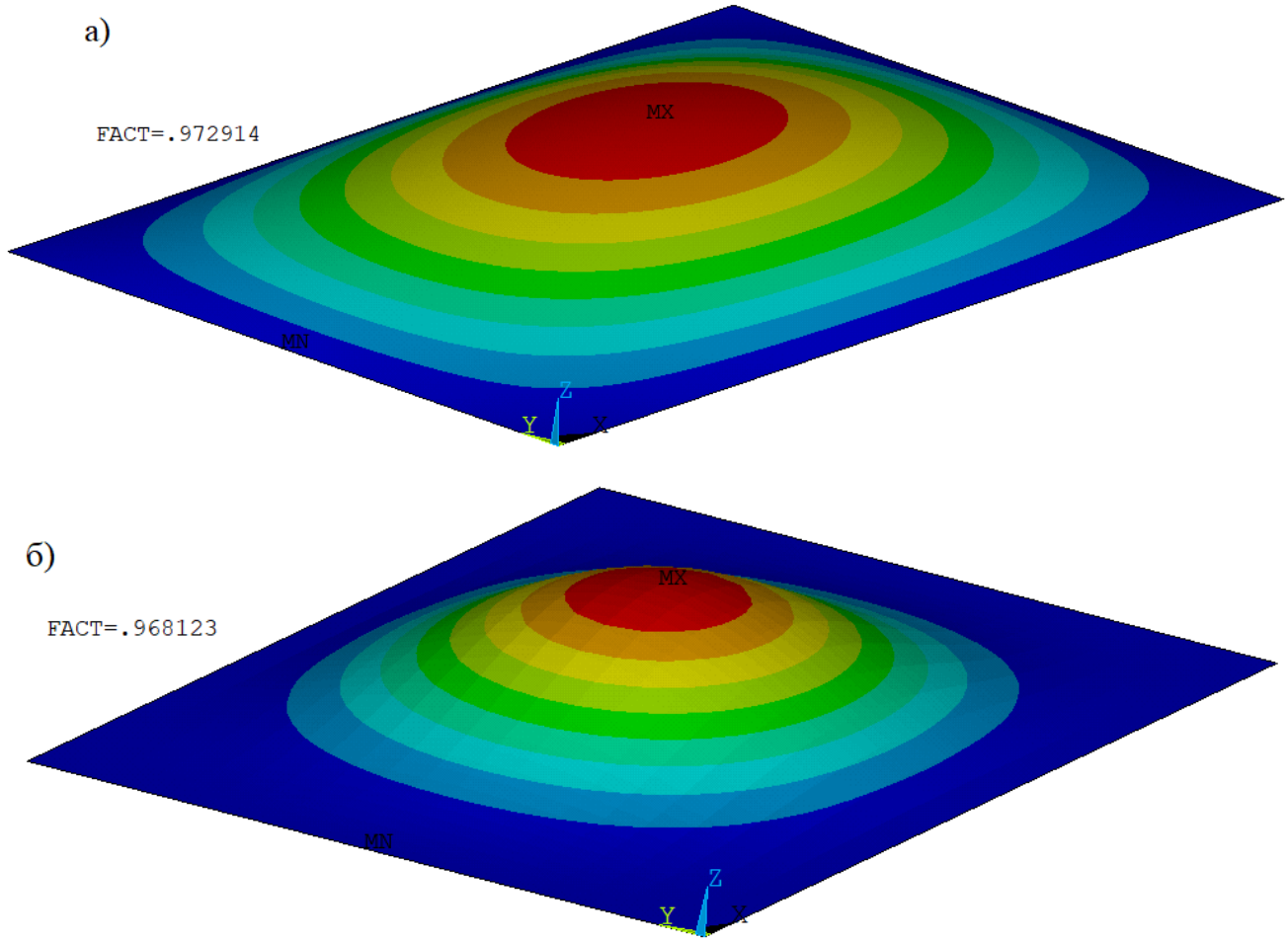
Таблица 5.10 — Толщины и укладки неподкрепленной защемленной панели при различных базисах

№ баз.	h, мм	Укладка	ε_i, %	λ
q_x = –490 Н/мм, q_y = 0, L = 800 мм, B = 600 мм				
1	7,54	$[90/(0)_2/90/(0)_{12}/90/(0)_{12}]_s$	0,041	1,01
2	7,54	$[90/(0)_2/90/(0)_{12}/90/(0)_{12}]_s$	0,041	1,01
3	7,54	$[90/(0)_2/90/(0)_{12}/90/(0)_{12}]_s$	0,041	1,01
4	7,54	$[90/(0)_2/90/(0)_{12}/90/(0)_{12}]_s$	0,041	1,01
5	7,54	$[90/(0)_2/90/(0)_{12}/90/(0)_{12}]_s$	0,041	1,01

Продолжение таблицы 5.10

№ баз.	h, мм	Укладка	ε_i, %	λ
q_x = –490 Н/мм, q_y = –98 Н/мм, L = 800 мм, B = 600 мм				
1	7,80	$[(90)_5/(0)_{25}]_s$	0,033	1,02
2	7,80	$[(90)_4/(\pm30)_2/(0)_{22}]_s$	0,033	1,01
3	7,80	$[45/90/–45/90/45/90/–45/45/(0)_{22}]_s$	0,034	1,01
4	7,80	$[\pm60/(90)_2/\pm60/(0)_{22}]_s$	0,033	1,00
5	7,80	$[\pm75/90/\pm75/(0)_{22}]_s$	0,033	1,02

На рисунке 5.1 для примера приведены собственные формы и собственные числа для опертой и защемленной неподкрепленной панели.



а) опертая панель; б) защемленная панель

L = 800 мм, B = 600 мм, q_x = –490 Н/мм, q_y = –98 Н/мм, базис {±60°; 90°; 0°}

Рисунок 5.1 — Собственные формы и собственные числа потери устойчивости для неподкрепленных панелей

При исследовании опертых панелей были получены следующие результаты: наименьшая толщина (9,10 мм) была достигнута при использовании базиса 3

с углами армирования {±45°; 90°; 0°}, наибольшая толщина (10,14 мм) наблюдалась для базисов 1 {±15°; 90°; 0°} и 5 {±75°; 90°; 0°}. Максимальные мембранные жесткости также были зафиксированы для базисов 1 и 5. При анализе защемленных панелей были выявлены следующие особенности: независимо от выбранного базиса углов армирования, толщина панелей оказалась одинаковой (7,54 мм для продольного сжатия и 7,80 мм для комбинации продольного и поперечного сжатия). Наибольшая интенсивность деформаций наблюдалась при использовании базиса 3 с углами {±45°; 90°; 0°}.

Таким образом, выбор базиса углов армирования существенно влияет на характеристики панелей. Для опертых конструкций базис с углами ±45° позволяет получить минимальную толщину, но меньшую мембранную жесткость. Базисы с углами ±15° и ±75° обеспечивают большую жесткость, но требуют большей толщины. При защемлении по контуру толщина панелей одинакова для всех базисов, однако интенсивность деформаций выше при использовании углов ±45°.

Такие же исследования проведены для стрингерной панели. В таблицах 5.11 и 5.12 представлены габариты, нагрузки и полученные толщины и укладки для стрингерной панели.

Таблица 5.11 — Толщины и укладки стрингерной опертой панели при различных базисах

№ баз.	h, мм	Укладка	ε_i, %	λ
q_x = –490 Н/мм, q_y = 0, L = 800 мм, B = 600 мм, h_s = 22 мм, n_s = 8 мм				
1	6,24	$[(\pm15)_2/(0)_{20}]_s$	0,042	1,02
2	6,24	$[\pm30/(0)_{22}]_s$	0,043	1,02
3	6,24	$[45/(0)_{23}]_s$	0,041	1,02
4	6,24	$[60/(0)_{23}]_s$	0,040	1,01
5	6,24	$(0)_{48}$	0,038	1,01
q_x = –490 Н/мм, q_y = –98 Н/мм, L = 800 мм, B = 600 мм, h_s = 22 мм, n_s = 8 мм				
1	7,80	$[(90)_2/(\pm15)_3/(0)_{22}]_s$	0,033	1,01
2	7,80	$[\pm30/90/\pm30/(0)_{25}]_s$	0,037	1,02
3	7,80	$[\pm45/90/\pm45/(0)_{25}]_s$	0,031	1,02
4	7,80	$[(\pm60)_2/60/(0)_{25}]_s$	0,028	1,02

Продолжение таблицы 5.11

№ баз.	h, мм	Укладка	ε_i, %	λ
q_x = –490 Н/мм, q_y = –98 Н/мм, L = 800 мм, B = 600 мм, h_s = 22 мм, n_s = 8 мм				
5	7,80	$[\pm 75/75/(0)_{27}]_s$	0,031	1,00
Примечание: q_x — продольный сжимающий поток, q_y — поперечный сжимающий поток, L — длина панели, B — ширина панели, h — толщина панели, h_s — высота стрингеров, n_s — количество стрингеров, λ — фактор потери устойчивости, ε_i — интенсивность деформаций.				

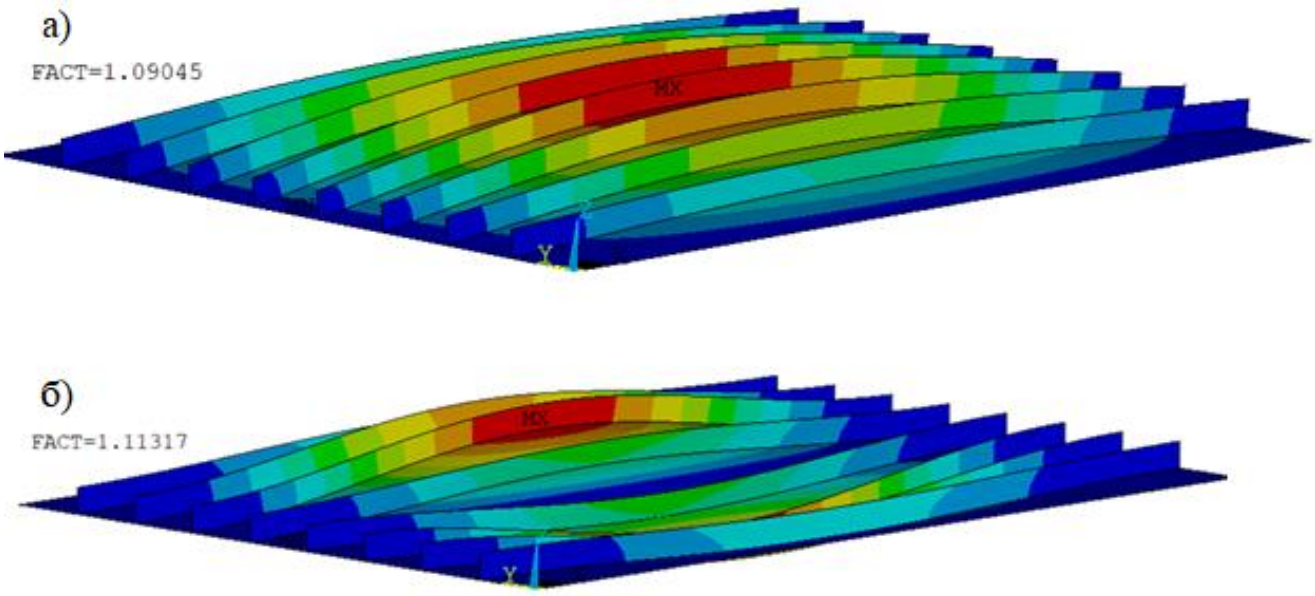
Таблица 5.12 — Толщины и укладки стрингерной защемленной панели при различных базисах

№ баз.	h, мм	Укладка	ε_i, %	λ
q_x = –490 Н/мм, q_y = 0, L = 800 мм, B = 600 мм, h_s = 22 мм, n_s = 8 мм				
1	2,60	$[90/15/(0)_8]s$	0,094	1,11
2	2,34	$[30/0/–30/(0)_6]_s$	0,141	1,01
3	2,34	$[45/(0)_8]_s$	0,123	1,03
4	2,34	$[60/(0)_8]_s$	0,114	1,02
5	2,60	$[75/(0)_8]_s$	0,094	1,12
q_x = –490 Н/мм, q_y = –98 Н/мм, L = 800 мм, B = 600 мм, h_s = 22 мм, n_s = 8 мм				
1	3,64	$[(90)_4/\pm 15/(0)_8]_s$	0,064	1,05
2	3,64	$[(90)_4/(0)_{10}]_s$	0,062	1,05
3	3,64	$[(90)_4/(0)_{10}]_s$	0,062	1,05
4	3,64	$[(90)_4/(0)_{10}]_s$	0,062	1,05
5	3,64	$[(90)_3/75/(0)_{10}]_s$	0,062	1,06

На рисунке 5.2 в качестве примера приведены первые формы и соответствующие им собственные числа для опертой и защемленной стрингерной панели.

При проведении исследования стрингерных панелей были получены результаты, аналогичные тем, что наблюдались для неподкрепленных панелей.

При защемлении панели по контуру, независимо от выбранного базиса углов армирования, при одинаковых нагрузках и характеристиках панели толщина панели остается одинаковой. В случае опирания панели минимальная толщина материала достигается при использовании базисов {±30°; 90°; 0°}, {±45°; 90°; 0°} и {±60°; 90°; 0°}. Максимальная толщина получена при использовании {±15°; 90°; 0°} и {±75°; 90°; 0°}.



а — опертая панель; *б* — защемленная панель
L = 800 мм; B = 600 мм; h_s = 22 мм; n_s = 8; q_x = –490 Н/мм; q_y = –98 Н/мм;
базис {±75°; 90°; 0°}

Рисунок 5.2 — Первые формы и собственные числа для стрингерных панелей

Таким образом, выбор оптимального базиса углов армирования существенно влияет на требуемую толщину панели, особенно в случае ее опирания. Базисы с углами ±30°, ±45° и ±60° обеспечивают более эффективное использование материала по сравнению с углами ±15° и ±75°.

Также стоит отметить, что диагональные углы в случае опирания панели в основном расположены в наружных слоях, а слои с направлением 0° расположены ближе к плоскости симметрии по толщине. Для защемленных панелей снаружи чаще расположены слои 90°.

Также исследовано влияние выбора базиса на укладку и массу панелей с различным отношением длины к ширине.

В таблицах 5.13 и 5.14 представлены толщины, укладки, интенсивность деформаций ε_i и фактор потери устойчивости λ для неподкрепленных панелей с различным отношением длины к ширине для базисов 1–5.

Таблица 5.13 — Результаты работы АВРП для неподкрепленных опертых панелей

№ баз.	h, мм	Укладка	ε_i, %	λ
q_x = –490 Н/мм, q_y = –98 Н/мм, L = 500 мм, B = 100 мм				
1	3,64	$[(90)_2/\pm15/90/\pm15/\ 15/90/-15/(\pm15)_2]_s$	0,130	1,18
2	3,38	$[0/90/30/90/-30/(\pm30)_2/0/30/(0)_2]_s$	0,151	1,00
3	3,12	$[(\pm45)_2/45/(90)_2/(0)_5]_s$	0,186	1,02
4	3,12	$[(\pm60)_3/60/(0)_5]_s$	0,210	1,01
5	3,64	$[(\pm75)_2/75/(0)_5/-75/75/(0)_2]_s$	0,154	1,22
q_x = –490 Н/мм, q_y = –98 Н/мм, L = 500 мм, B = 500 мм				
1	9,88	$[(\pm15)_{17}/15]_s$	0,059	1,03
2	9,10	$[(\pm30)_{17}/30]_s$	0,098	1,04
3	8,84	$[(\pm45)_3/45/0/-45/45/(0)_2/-45/(\pm45)_8/(0)_5]_s$	0,106	1,00
4	9,10	$[(\pm60)_9/60/(0)_{16}]_s$	0,066	1,01
5	9,88	$[(\pm75)_{11}/(0)_2/75/(0)_8/-75/(0)_3/75]_s$	0,077	1,02
q_x = –490 Н/мм, q_y = –98 Н/мм, L = 100 мм, B = 500 мм				
1	3,64	$[(0)_{12}/(90)_2]_s$	0,113	1,00
2	3,64	$[(0)_{12}/(90)_2]_s$	0,113	1,00
3	3,64	$[(0)_{12}/(90)_2]_s$	0,113	1,00
4	3,64	$[(0)_{12}/(90)_2]_s$	0,113	1,00
5	3,64	$[(0)_{12}/(90)_2]_s$	0,113	1,00

В случае опирания для панели размером 500 × 100 мм минимальная толщина достигается при использовании базисов 3 (с углами ±45°, 90°, 0°) и 4 (с углами ±60°, 90°, 0°). Наибольшая мембранная жесткость обеспечивается базисом 1 (с углами ±15°, 90°, 0°), при этом он же дает наибольшую толщину. Наименьшая жесткость наблюдается у панели с базисом 4 (с углами ±60°, 90°, 0°). Для квадратной панели 500 × 500 мм минимальная толщина достигается при использовании базиса 3 (с углами ±45°, 90°, 0°), при этом же базисе наблюдается минимальная жесткость. Для панели с размерами 100 × 500 мм укладки содержат только слои с углами 0° и 90°. Толщина и интенсивность деформаций не зависят от выбора диагональных слоев базиса.

Таблица 5.14 — Результаты работы АВРП для неподкрепленных защемленных панелей

№ баз.	h, мм	Укладка	ε_i, %	λ
q_x = –490 Н/мм, q_y = –98 Н/мм, L = 500 мм, B = 100 мм				
1	2,86	$[90/15/90/–15/90/\pm15/15/(90)_3]_s$	0,238	1,27
2	2,60	$[30/90/–30/\pm30/30/(0)_4]_s$	0,183	1,01
3	2,60	$[\pm45/90/(0)_7]_s$	0,165	1,01
4	2,60	$[(\pm60)_2/(0)_6]_s$	0,186	1,06
5	2,86	$[75/0/–75/\pm75/(0)_6]_s$	0,161	1,27
q_x = –490 Н/мм, q_y = –98 Н/мм, L = 500 мм, B = 500 мм				
1	6,76	$[(90)_5/\pm15/15/(0)_6/–15/(0)_2/90/(0)_8]_s$	0,061	1,00
2	6,76	$[(90)_3/\pm30/(90)_2/30/(0)_{18}]_s$	0,061	1,00
3	6,76	$[90/45/90/–45/(90)_2/45/(0)_9/90/(0)_4/–45/(0)_4]_s$	0,065	1,00
4	6,76	$[90/60/90/–60/(90)_2/(0)_{15}/60/(0)_4]_s$	0,062	1,00
5	6,76	$[\pm75/90/\pm75/(0)_3/90/(0)_{17}]_s$	0,061	1,00
q_x = –490 Н/мм, q_y = –98 Н/мм, L = 100 мм, B = 500 мм				
1	2,34	$[(0)_7/(90)_2]_s$	0,175	1,01
2	2,34	$[(0)_7/(90)_2]_s$	0,175	1,01
3	2,34	$[(0)_7/(90)_2]_s$	0,175	1,01
4	2,34	$[(0)_7/(90)_2]_s$	0,175	1,01
5	2,34	$[(0)_7/(90)_2]_s$	0,175	1,01

Для защемления по контуру толщина панелей остается постоянной для всех используемых базисов, за исключением панели размером 500 × 100 мм. Наибольшая толщина наблюдается при использовании базисов 1 (с углами ±15°, 90°, 0°) и 5 (с углами ±75°, 90°, 0°). Максимальная жесткость достигается при использовании базиса 5 (с углами ±75°, 90°, 0°) для панелей размером 500 × 100 мм и 500 × 500 мм.

Как и в случае с опиранием, для панели размером 100 × 500 мм толщина и жесткость не зависят от выбора базиса. Укладки также содержат только слои с углами 0° и 90°.

Таким образом, выбор базиса существенно влияет на характеристики панелей при опирании и защемлении, особенно в отношении толщины и жесткости конструкции.

На рисунках 5.3 и 5.4 представлены первые формы потери устойчивости опертой и защемленной панелей при нагружении продольным потоком.

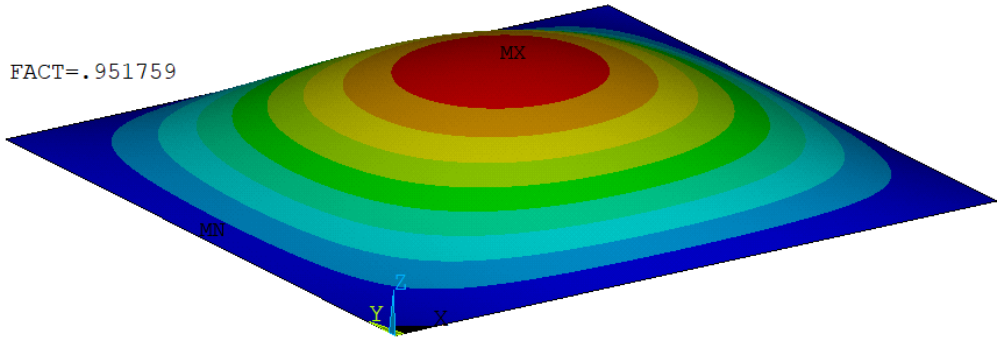


Рисунок 5.3 — Первая форма потери устойчивости опертой панели для базиса {±45°; 90°; 0°}

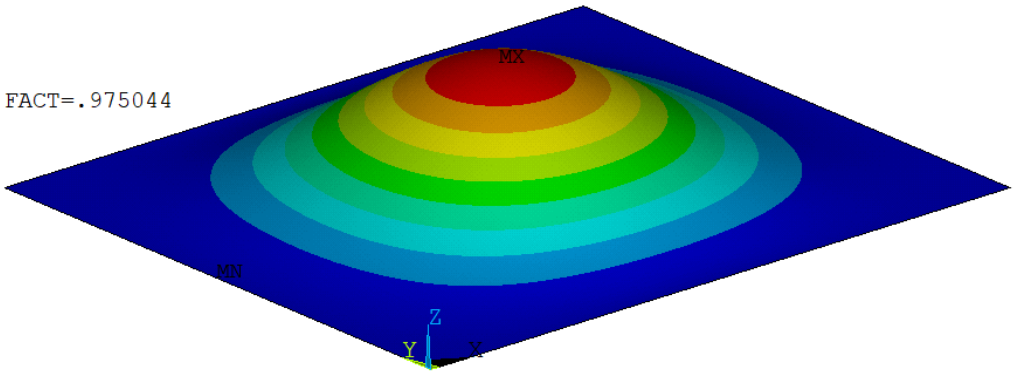


Рисунок 5.4 — Первая форма потери устойчивости защемленной панели для базиса {±45°; 90°; 0°}

Результаты проведенного исследования показывают, что применение базисов с углами ориентации ±15° и ±75° не обеспечивает оптимальных показателей с позиции минимизации толщины конструкции. Тем не менее при наличии ограничений, связанных с требованиями к мембранной жесткости конструкции, использование указанных углов ориентации позволяет достичь существенного улучшения характеристик, величина которого может достигать 70% относительно альтернативных вариантов.

Следовательно, при проектировании композитных конструкций выбор углов ориентации волокон должен осуществляться с учетом приоритетности проектных требований: в случае необходимости минимизации толщины конструкции рекомендуется избегать использования углов ±15° и ±75°, тогда как при критичности показателей мембранной жесткости данные углы ориентации могут обеспечивать некоторое преимущество.

5.5 Влияние укладки типа *double-double* на толщину и несущую способность панелей

Авторы работ [143, 144] отмечают, что использование композитов на основе волокон, ориентированных под углами 0°, ±45° и 90°, существенно ограничивает возможности проектирования и производства композитных конструкций и предлагают вместо классической схемы армирования использовать схему *double-double* (*DD*). Такая укладка представляет собой набор повторяющихся базовых четырехслойных ламинатов [±φ/±ψ] или [φ/–ψ/–φ/ψ] [144]. Плюсами данной укладки являются однородность мембранных механических свойств пакета и предсказуемое пропорциональное изменение компонент матрицы изгибных жесткостей в зависимости от количества базовых ламинатов, а также упрощение укладки слоев и ремонтопригодность таких панелей путем установки накладки. Также авторы отмечают, что для базового ламината возможно коробление из-за отсутствия симметрии в укладке, однако величина отклонений будет уменьшаться с ростом их количества.

В [143] приведено сравнение толщин для укладок типа *DD* и традиционной схемы. На примере квадратных панелей подобраны толщины для различного процентного соотношения слоев ±45°, 90°, 0° и для укладки типа *DD*. В качестве критерия разрушения использован критерий максимальных деформаций. Наименьшая толщина 7,2 мм получена для укладки типа *DD* и содержит слои ±30° и ±50°. Для остальных вариантов укладки толщины оказались в среднем на шесть процентов выше. При этом авторы отмечают, что решающее значение при проектировании обшивок/оболочек имеют нагрузки потери устойчивости и недостаточно выбрать лучший ламинат только по прочности. Поскольку устойчивость зависит от последовательности укладки, критическая нагрузка рассчитывается для всех комбинаций слоев укладки и выбирается последовательность, дающая наибольший запас по устойчивости и прочности.

Представляет интерес сравнить характеристики панелей с укладками типа *DD* и АВРП на примере неподкрепленных панелей для нескольких вариантов нагрузок. В таблицах 5.15 и 5.16 представлены укладки базовых ламинатов,

толщины, интенсивности деформаций, критические нагрузки и значения $w_{кор.}$ (максимальные прогибы панелей, вызванные короблением), полученные для рассмотренных панелей. Так же, для сравнения в этих таблицах представлены данные для укладок, полученных с помощью АВРП.

Таблица 5.15 — Толщины и укладки, полученные с помощью АВРП, и типа *DD* для случая шарнирного опирания неподкрепленной панели

Тип укладки	h, мм	λ	ε_i, %	$w_{кор.}$, мм	Укладка
L = 700 мм, B = 100 мм, q_x = –686 Н/мм, q_y = 0					
DD	3,64	1,01	0,254	3,13	$[(0/0/\pm33)_7]$
АВРП	3,38	1,00	0,191	0,05	$[\pm45/45/0/90/(0)_8]_s$
L = 700 мм, B = 500 мм, q_x = –686 Н/мм, q_y = 0					
DD	9,36	1,00	0,174	2,19	$[(\pm25/\pm53)_{18}]$
АВРП	9,10	1,01	0,142	0,16	$[(\pm45)_5/90/0/45/0/–45/45/90/$ $–45/\pm45/45/0/–45/\pm45/(90)_5/(0)_5]_s$
L = 700 мм, B = 100 мм, q_x = –686 Н/мм, q_y = –98 Н/мм					
DD	3,64	1,00	0,254	4,08	$[(\pm25/\pm53)_7]$
АВРП	3,38	1,00	0,297	0,07	$[(\pm45)_3/90/0/(90)_2/(0)_3]_s$
L = 700 мм, B = 500 мм, q_x = –686 Н/мм, q_y = –98 Н/мм					
DD	9,88	1,00	0,208	1,70	$[(\pm33/\pm55)_{19}]$
АВРП	9,88	1,01	0,113	0,18	$[(\pm45)_6/0/(\pm45)_2/90/0/\pm45/0/\pm45/45/$ $0/$ $–45/0/(90)_4/0/90/(0)_4]_s$
L = 700 мм, B = 100 мм, q_x = 0, q_y = –196 Н/мм					
DD	3,12	1,00	0,085	12,60	$[(\pm38/\pm86)_6]$
АВРП	2,86	1,23	0,048	3,18	$[(90)_{11}]_s$
L = 700 мм, B = 500 мм, q_x = 0, q_y = –196 Н/мм					
DD	7,28	1,00	0,117	0,26	$[(\pm45/\pm55)_{14}]$
АВРП	7,54	1,02	0,018	0,74	$[(90)_{12}/0/(90)_{16}]_s$

Таблица 5.16 — Толщины и укладки, полученные с помощью АВРП, и типа *DD* для случая защемления неподкрепленной панели

Тип укладки	h, мм	λ	ε_i, %	$w_{кор.}$, мм	Укладка
L = 700 мм, B = 100 мм, q_x = –686 Н/мм, q_y = 0					
DD	3,12	1,00	0,253	5,24	$[(0/0/\pm25)_6]$
АВРП	2,86	1,02	0,204	0,06	$[45/90/(0)_3/90/(0)_5]_s$
L = 700 мм, B = 500 мм, q_x = –686 Н/мм, q_y = 0					
DD	7,28	1,00	0,211	4,03	$[(\pm21/\pm44)_{14}]$
АВРП	7,54	1,04	0,064	0,72	$[(90)_2/(0)_{27}]_s$
L = 700 мм, B = 100 мм, q_x = –686 Н/мм, q_y = –98 Н/мм					
DD	3,12	1,01	0,234	2,76	$[(0/0/\pm38)_6]$
АВРП	2,86	1,01	0,217	0,04	$[\pm45/45/90/(0)_7]_s$
L = 700 мм, B = 500 мм, q_x = –686 Н/мм, q_y = –98 Н/мм					
DD	7,80	1,00	0,103	3,27	$[(0/0/\pm53)_{15}]$
АВРП	7,80	1,05	0,068	0,38	$[(0)_2/(90)_3/(0)_5/90/(0)_4/90/(0)_{14}]_s$
L = 700 мм, B = 100 мм, q_x = 0, q_y = –196 Н/мм					
DD	2,08	1,00	0,111	13,79	$[(0/0/\pm85)_4]$
АВРП	1,82	1,24	0,075	3,18	$[(90)_6]_s$
L = 700 мм, B = 500 мм, q_x = 0, q_y = –196 Н/мм					
DD	5,20	1,00	0,053	3,53	$[(\pm42/\pm84)_{10}]$
АВРП	4,94	1,08	0,028	0,60	$[(90)_{18}/0]_s$

Из таблиц видно, что в большинстве случаев толщина панелей с укладками типа *DD* превышает толщину панелей с укладками, полученными с помощью АВРП. Отличие составляет от 2 до 10 %. В двух случаях (L = 700 мм, B = 500 мм, q_x = 0, q_y = –196 Н/мм в случае опирания и L = 700 мм, B = 500 мм, q_x = –686 Н/мм, q_y = 0 в случае защемления) толщина панели с укладкой типа *DD* оказалась на три процента меньше, чем для панелей, с укладками, полученными с помощью АВРП.

Как показало исследование, это связано с использованием базисов, отличных от используемых в АВРП.

Значения интенсивности деформаций ε_i для *DD* и АВРП находятся в одном диапазоне и факторы потери устойчивости сопоставимы.

Для защемленных панелей отмечено присутствие слоев с направлением 0° в парах базовых ламинатов чаще чем для опертых панелей.

Коробление для панелей с укладкой типа *DD* в большинстве случаев больше, чем у панелей с укладками, полученными с помощью АВРП.

Помимо того, что в некоторых случаях толщины для укладок типа *DD* оказались меньше, при применении укладки типа *DD* для некоторых сочетаний углов возникают существенные запасы по устойчивости, например при L = 700 мм, B = 100 мм, q_x = –686 мм для укладки $[\pm35/\pm63]_7$ (h = 3,64 мм) фактор потери устойчивости λ = 1,40. При корректировке одного из базовых ламинатов укладки типа *DD* возможно снизить толщину до h = 3,38 мм. Поэтому были подобраны укладки, состоящие из последовательности пар базовых слоев [φ/ψ] и [–φ/–ψ]. Результаты представлены в таблицах 5.17 и 5.18.

Таблица 5.17 — Укладки типа [φ/ψ]/[–φ/–ψ] для случая шарнирного опирания неподкрепленной панели и соответствующие им толщины

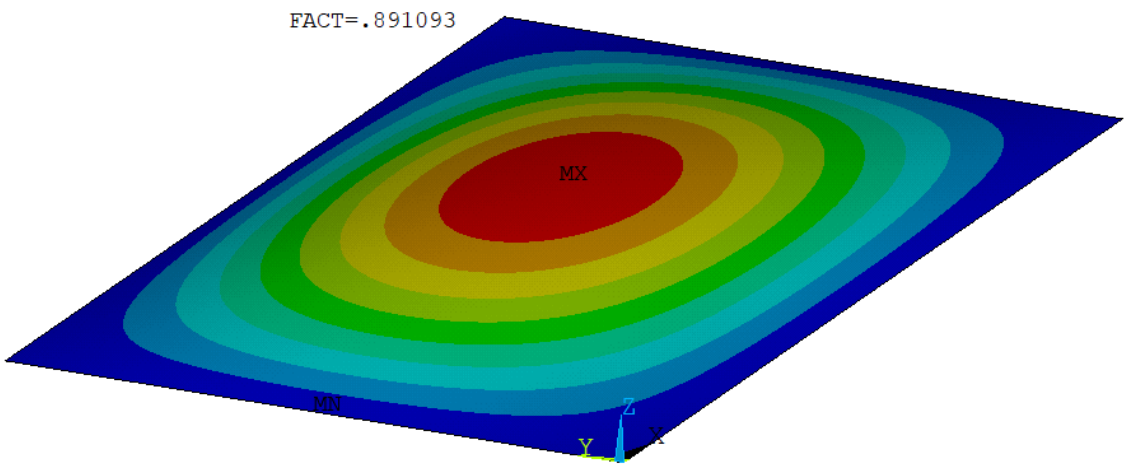
$L \times B$, мм	q_x, q_y, Н/мм	h, мм	λ	ε_i, %	$w_{кор.}$, мм
700 × 100	–686, 0	3,38	1,00	0,335	0,77
$[(13/47/–13/–47)_6/13/47]$					
700 × 500	–686, 0	9,10	1,00	0,259	0,99
$[(33/54/–33/–54)_{17}/33/54]$					
700 × 100	–686, –98	3,64	1,00	0,255	1,13
$[(13/54/–13/–54)_7]$					
700 × 500	–686, –98	9,62	1,00	0,381	0,50
$[(44/54/–44/–54)_{18}/44/54]$					
700 × 100	0, –196	2,86	1,00	0,091	6,56
$[(60/85/–60/–85)_5/60/85]$					
700 × 500	0, –196	7,28	1,00	0,117	1,19
$[(45/55/–45/–55)_{14}]$					

Таблица 5.18 — Укладки типа [φ/ψ]/[–φ/–ψ] для случая защемления неподкрепленной панели и соответствующие им толщины

$L \times B$, мм	q_x, q_y, Н/мм	h, мм	λ	ε_i, %	$w_{кор.}$, мм
700 × 100	–686, 0	2,86	1,00	0,336	0,19
$[(0/45/0/–45)_5/0/45]$					
700 × 500	–686, 0	7,28	1,00	0,211	2,28
$[(21/44/–21/–44)_{14}]$					
700 × 100	–686, –98	2,86	1,00	0,398	2,96
$[(20/54/–20/–54)_5/20/54]$					
700 × 500	–686, –98	7,80	1,00	0,103	1,97
$[(0/53/0/–53)_{15}]$					
700 × 100	0, –196	1,82	1,00	0,143	16,26
$[(60/85/–60/–85)_3/60/85]$					
700 × 500	0, –196	4,94	1,00	0,046	2,52
$[(65/87/–65/–87)_9/65/87]$					

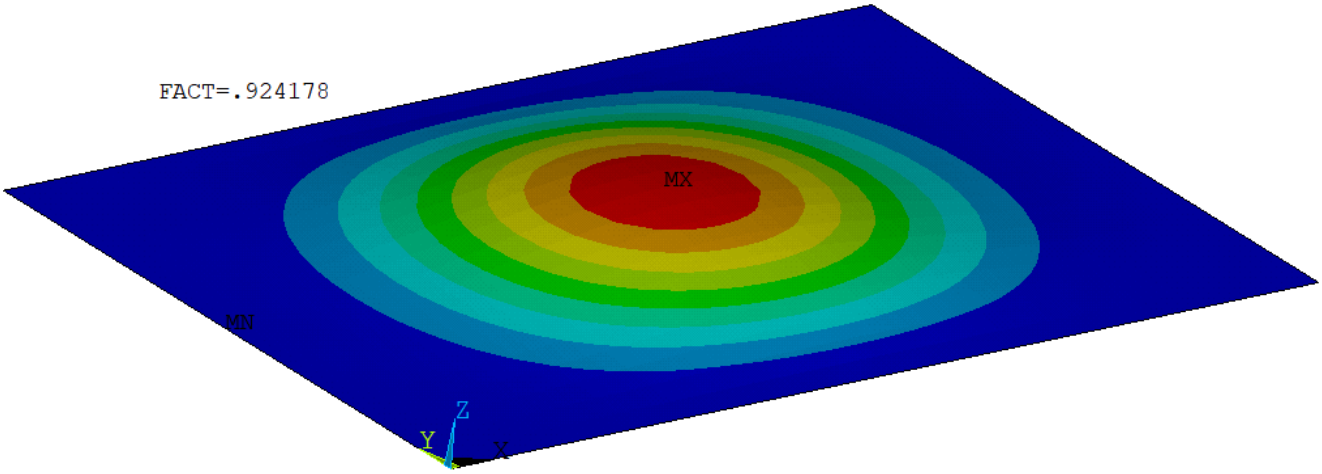
Толщины панелей, состоящих из последовательности пар базовых слоев [φ/ψ] и [–φ/–ψ] ближе к толщинам, полученным с помощью АВРП. При этом коробление панелей снизилось по сравнению с укладками типа *DD*.

На рисунках 5.5 и 5.6 представлены первые формы потери устойчивости опертой и защемленной панелей при нагружении продольным потоком для панелей с укладками типа *DD* и [φ/ψ] и [–φ/–ψ].



L = 700 мм, B = 500 мм, q_x = –686 Н/мм, q_y = 0

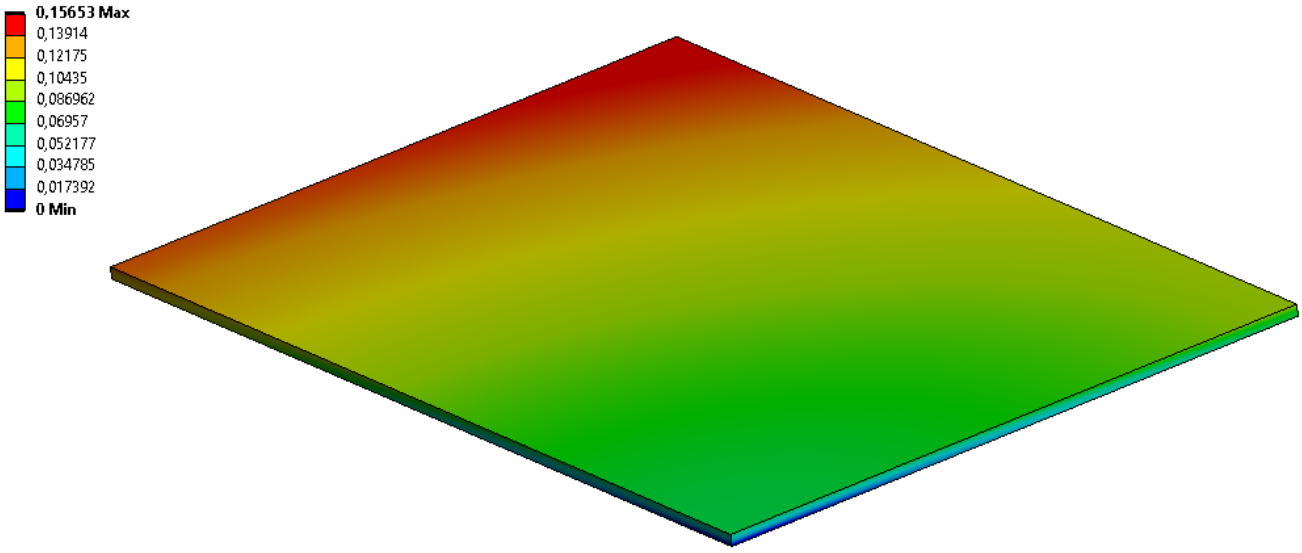
Рисунок 5.5 — Первая форма потери устойчивости опертой панели с укладкой $[(\pm25/\pm53)_{18}]$



L = 700 мм, B = 500 мм, q_x = –686 Н/мм, q_y = 0

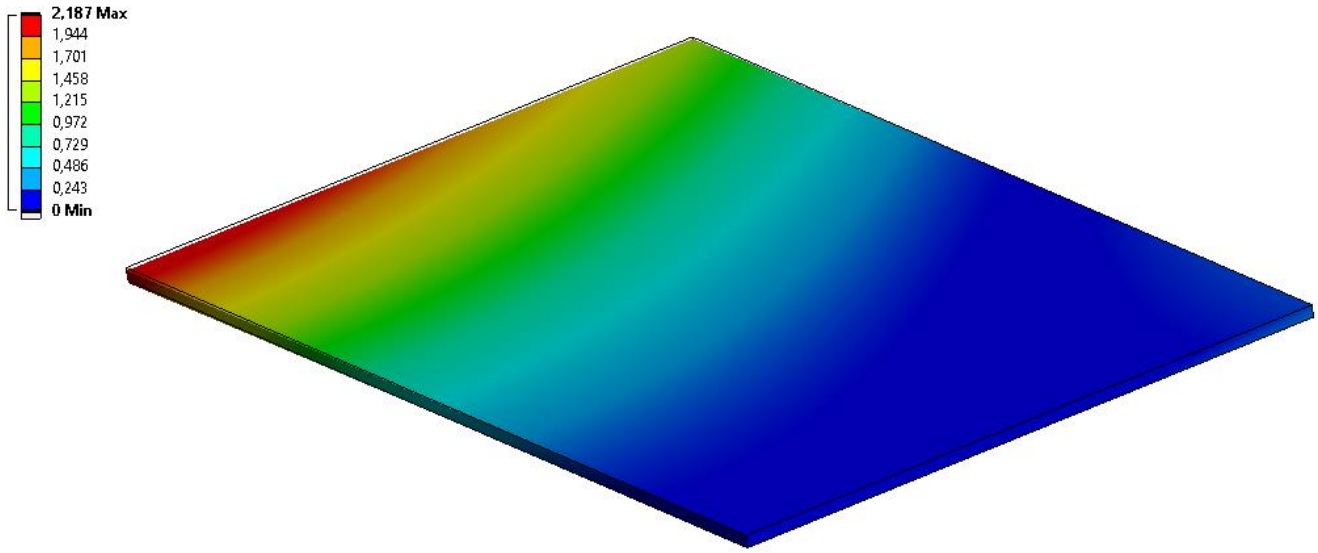
Рисунок 5.6 — Первая форма потери устойчивости защемленной панели с укладкой $[(\pm 21/\pm 44)_{14}]$

На рисунках 5.7 и 5.8 представлены прогибы при короблении панелей с укладками двух типов (АВРП и *DD*) с размерами L = 700 мм, B = 500 мм и нагрузкой q_x = –686 Н/мм.



L = 700 мм, B = 500 мм, q_x = –686 Н/мм, q_y = 0

Рисунок 5.7 — Коробление панели с укладкой $[(\pm 45)_5/90/0/45/0/-45/45/90/-45/\pm 45/45/0/-45/\pm 45/(90)_5/(0)_5]_s$



L = 700 мм, B = 500 мм, q_x = –686 Н/мм, q_y = 0

Рисунок 5.8 — Коробление панели с укладкой $[(\pm 25/\pm 53)_{18}]$

Во всех случаях наибольшее коробление получено для самых тонких панелей: опирание — h = 3,12 мм, $w_{кор.}$ = 12,60 мм; защемление — h = 2,08 мм, $w_{кор.}$ = 13,79 мм.

На рисунке 5.9 представлена зависимость коробления от толщины панели для укладки типа *DD*. Для панели с размерами 700 ×100 мм рассмотрена укладка [±45/±55], 700 ×500 мм — [±42/±84].

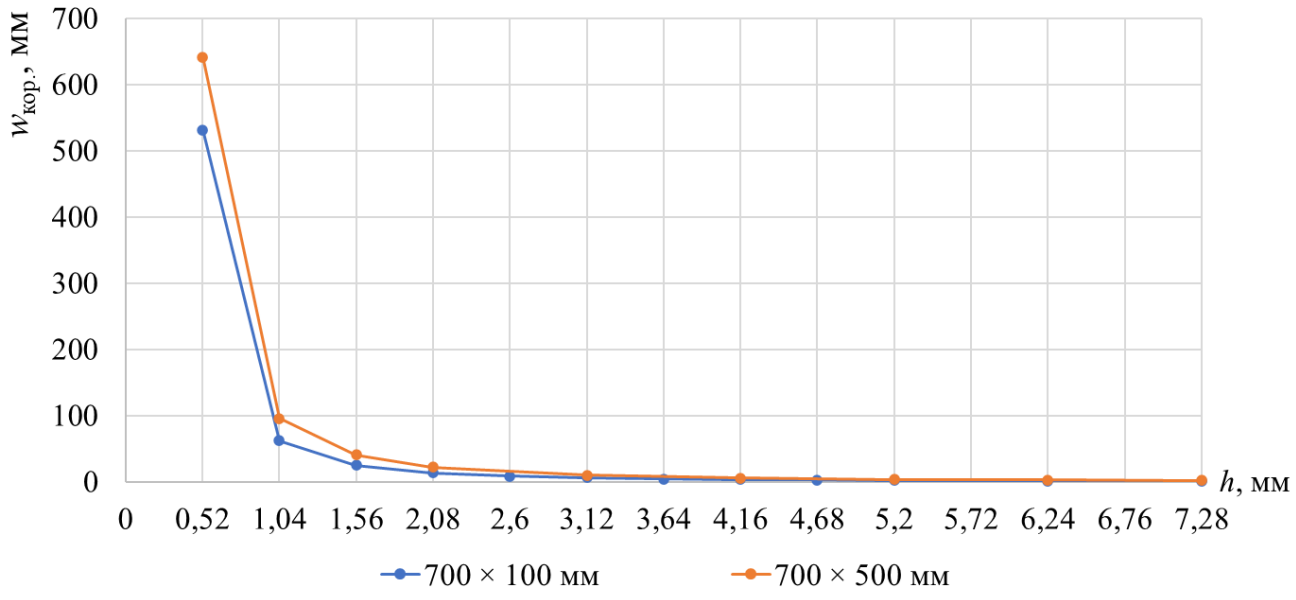


Рисунок 5.9 — Зависимость прогиба при короблении от толщины панели для укладки типа *DD*

Несмотря на то, что для укладок типа *DD* коробление может быть снижено за счет толщины, негативным фактором несимметричных укладок является деформирование в процессе нагружения. При анализе НДС с учетом геометрической нелинейности можно заметить, что панели с симметричной укладкой начинают деформироваться в окрестности критической нагрузки, а панели с несимметричной укладкой деформируются уже на начальных ступенях нагружения, что в ряде случаев может приводить к преждевременной потере несущей способности [145].

На рисунках 5.10 и 5.11 продемонстрирована зависимость прогиба от нагрузки для опертых панелей длиной 700 мм, шириной 100 мм и 500 мм, нагруженной потоками q_x = –686 Н/мм и q_y = 98 Н/мм (таблица 5.15).

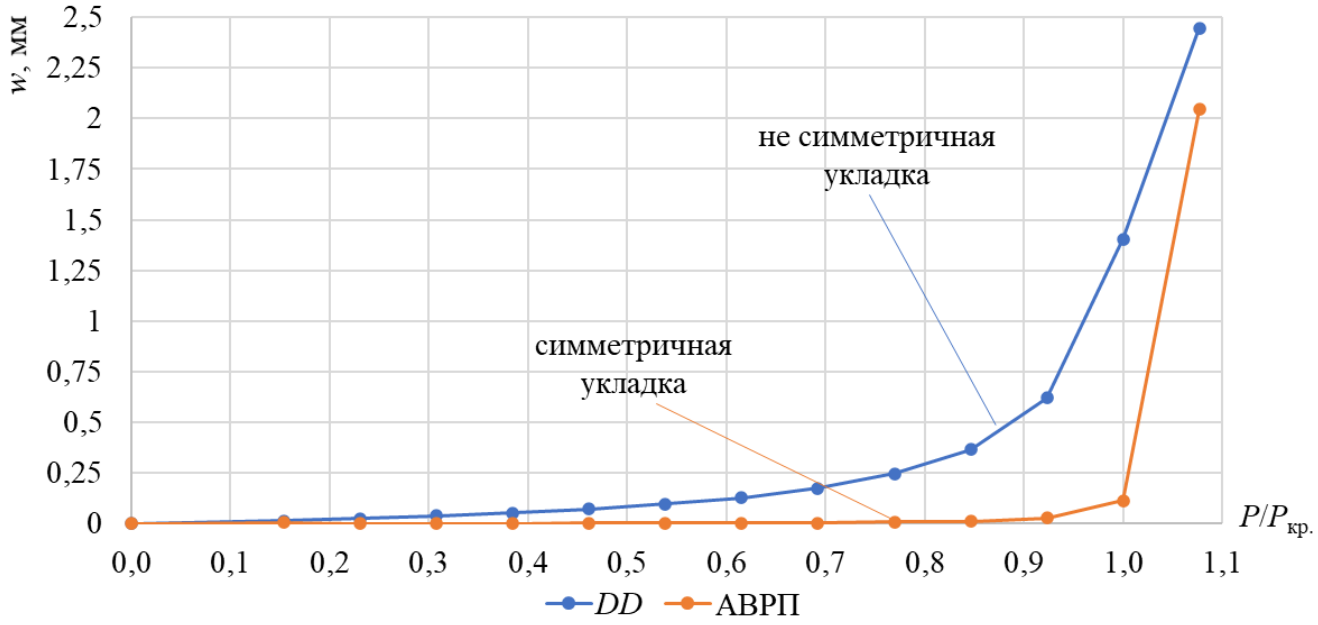


Рисунок 5.10 — Зависимость прогибов панелей от нагрузки при L = 700 мм, B = 100 мм, q_x = –686 Н/мм, q_y = –98 Н/мм

На рисунке 5.10 видно, что для панели с размерами 700 × 100 мм с симметричной укладкой прогиб отсутствует до нагрузки, соответствующей нагрузке потери устойчивости, тогда как панель с укладкой типа *DD*, которая является несимметричной, начинает деформироваться уже на начальных ступенях нагружения.

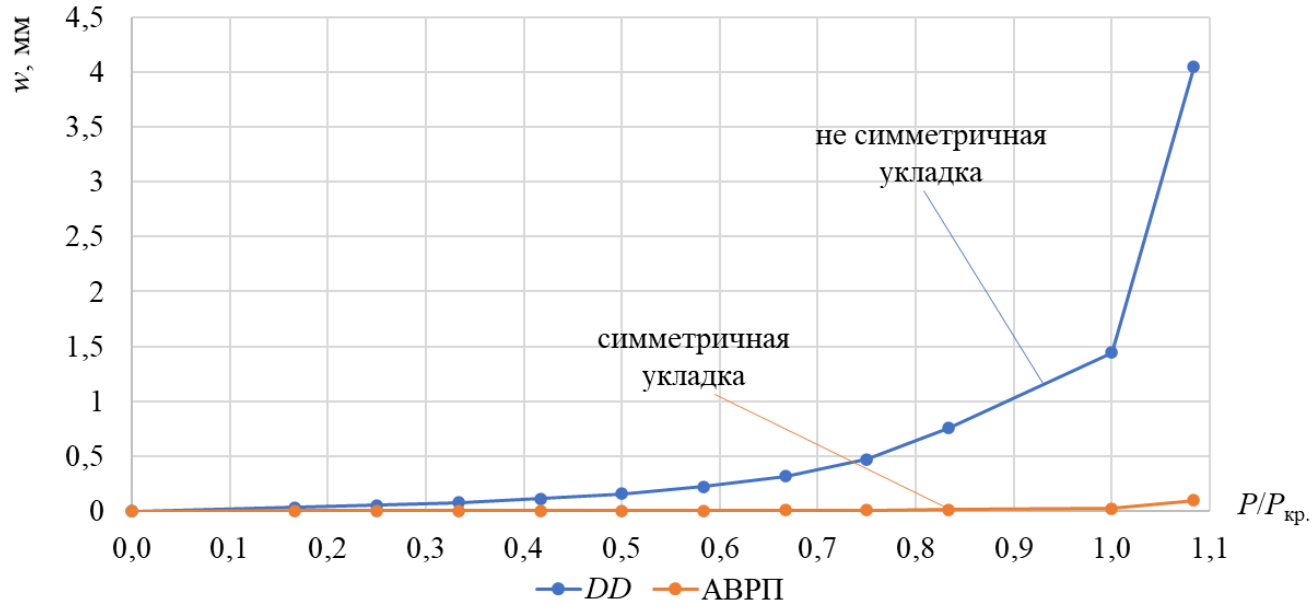


Рисунок 5.11 — Зависимость прогибов панелей от нагрузки при L = 700 мм, B = 500 мм, q_x = –686 Н/мм, q_y = –98 Н/мм

Для панели с размерами 700 × 500 мм с симметричной укладкой прогиба также нет до нагрузки близкой к критической, а панель с несимметричной укладкой начинает деформироваться сразу после начала нагружения.

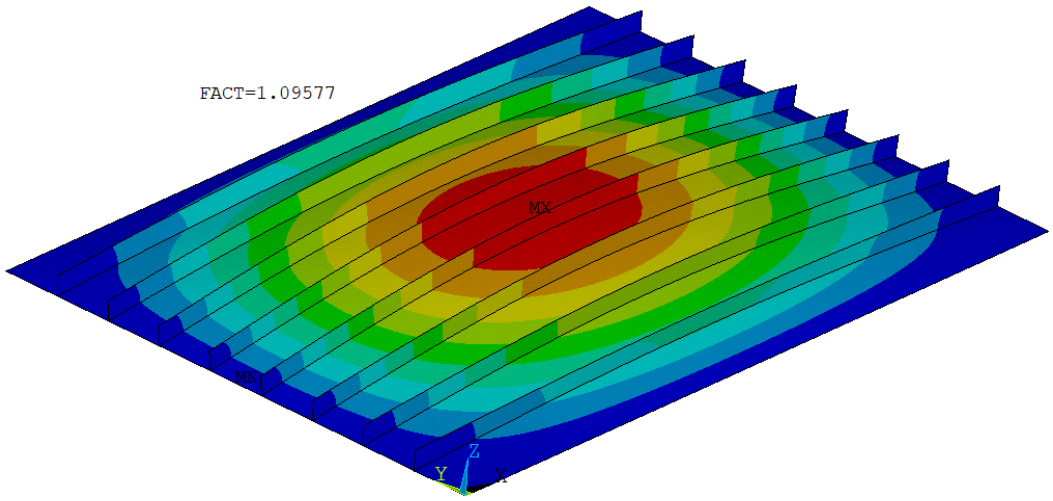
Для исследования влияния укладки типа *DD* на толщины и несущую способность стрингерных панелей рассмотрена панель со следующими параметрами: длина панели — 800 мм, ширина панели — 600 мм, количество стрингеров — 8, высота стрингеров — 22 мм.

Таблица 5.19 — Укладки и толщины стрингерной панели для случая защемления

$q_x/q_y/q_{xy}$, Н/мм	h, мм	Укладка	ε_i, %	λ	$w_{кор.}$, мм
АВРП					
490/0/0	2,60	$[\pm45/(0)_8]_s$	0,133	1,09	3,39
490/98/0	3,64	$[(90)_4/(0)_{10}]_s$	0,094	1,10	8,76
0/196/0	3,64	$[(90)_5/\pm45/(0)_7]_s$	0,087	1,01	12,71
DD					
490/0/0	2,60	$[(\pm25/\pm5)_5]$	0,224	1,01	13,70
490/98/0	4,42	$[(90/10/90/-10)_8/90/10]_s$	0,133	1,02	12,31
0/196/0	4,42	$[(90/25/90/-25)_8/90/25]_s$	0,055	1,02	13,38

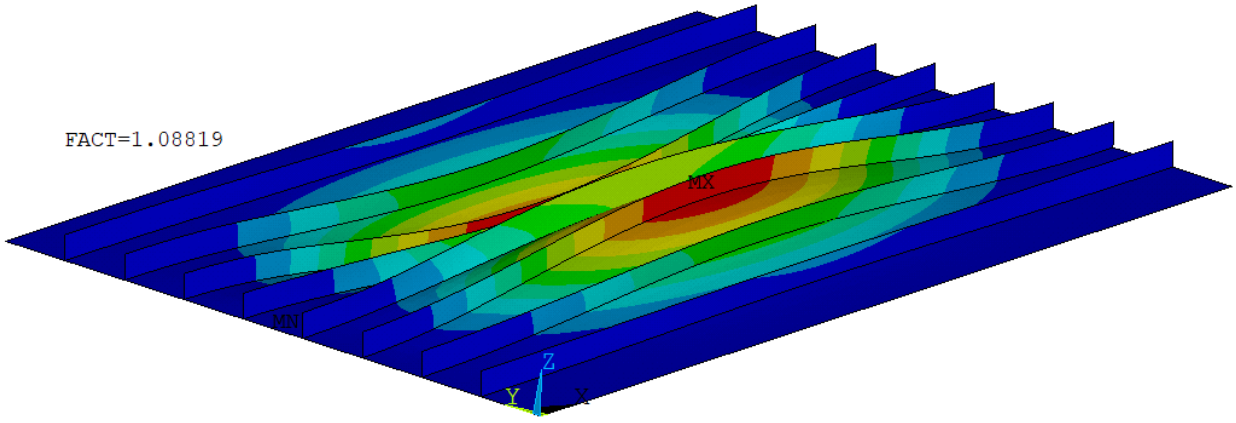
Таблица 5.20 — Укладки и толщины стрингерной панели для случая опирания

$q_x/q_y/q_{xy}$, Н/мм	h, мм	Укладка	ε_i, %	λ	$w_{кор.}$, мм
АВРП					
490/0/0	6,50	$[(\pm45)_3/(0)_{19}]_s$	0,056	1,05	3,61
490/98/0	7,80	$[\pm45/90/\pm45/(0)_{25}]_s$	0,054	1,02	3,62
0/196/0	5,72	$[45/(90)_4/-45/90/\pm45/90/(0)_{12}]_s$	0,059	1,00	11,69
DD					
490/0/0	6,24	$[(\pm5/\pm5)_{12}]$	0,044	1,00	1,50
490/98/0	8,32	$[(\pm15/\pm10)_{16}]$	0,074	1,01	6,71
0/196/0	6,76	$[(90/90/\pm10)_{13}]$	0,035	1,03	14,91



L = 700 мм, B = 500 мм, h_s = 22 мм, n_s = 8, q_x = –490 Н/мм, q_y = 0

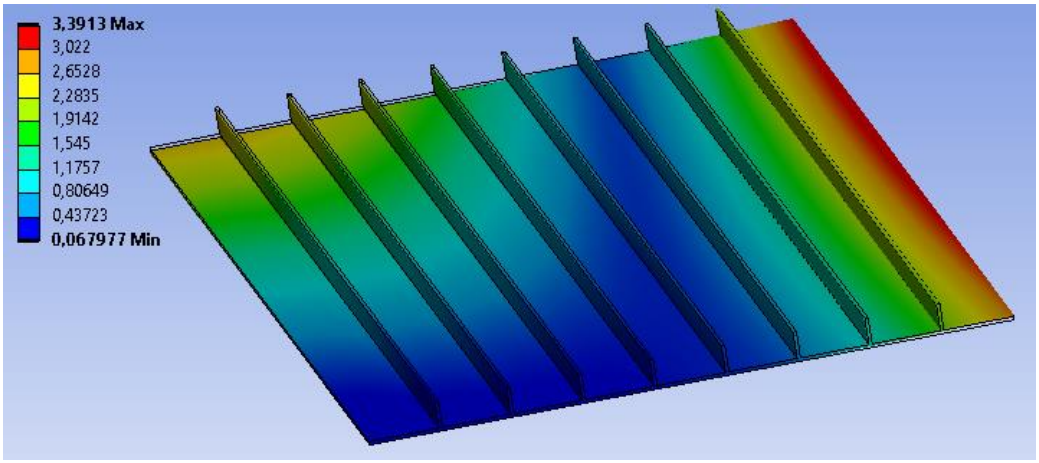
Рисунок 5.12 — Первая форма потери устойчивости опертой панели с укладкой $[(\pm5/\pm5)_{12}]$



L = 700 мм, B = 500 мм, h_s = 22 мм, n_s = 8, q_x = –490 Н/мм, q_y = 0

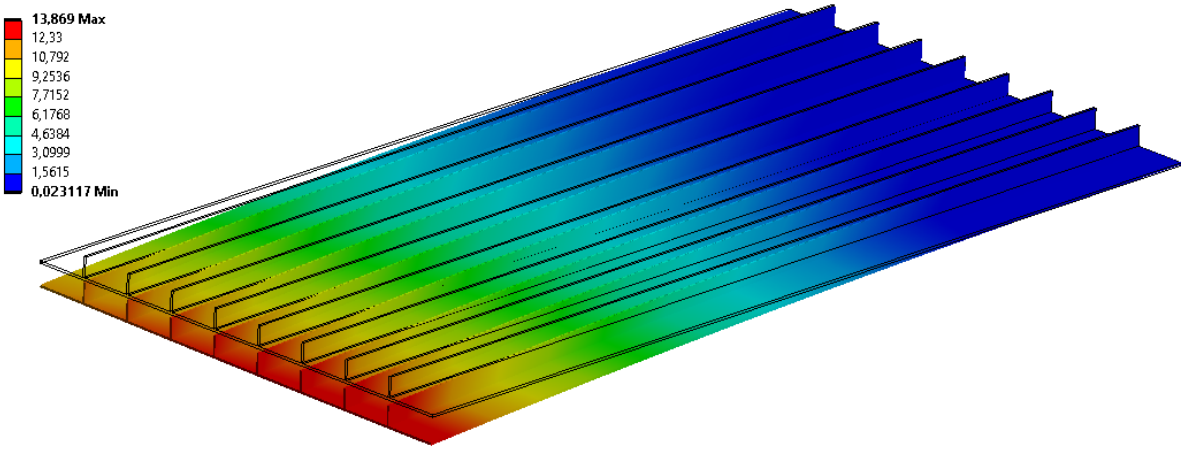
Рисунок 5.13 — Первая форма потери устойчивости защемленной панели с укладкой $[(\pm25/\pm5)_5]$

На рисунках 5.14 и 5.15 представлены прогибы при короблении стрингерных панелей с укладками двух типов (АВРП и *DD*) с размерами L = 700 мм, B = 500 мм, h_s = 22 мм, n_s = 8 и нагрузкой q_x = –686 Н/мм.



L = 700 мм, B = 500 мм, h_s = 22 мм, n_s = 8, q_x = –490 Н/мм, q_y = 0

Рисунок 5.14 — Коробление панели с укладкой $[\pm 45/(0)_8]_s$



L = 700 мм, B = 500 мм, h_s = 22 мм, n_s = 8, q_x = –490 Н/мм, q_y = 0

Рисунок 5.15 — Коробление панели с укладкой $[(\pm 25/\pm 5)_5]$

В случае защемления стрингерные панели, имеющие укладку, полученную с помощью АВРП, и укладку типа *DD* имеют одинаковую толщину при нагрузке 490/0/0. При других нагрузках для панелей с *DD* укладками требуется более толстые панели. В случае опирания АВРП имеет большую толщину при одноосном сжатии, в остальных случаях нагружения результаты схожи с защемленными панелями.

Выводы по главе 5

На примерах показаны результаты работы АВРП, в частности исследовано влияние типов укладок, параметров стрингеров и использования различных базисов углов армирования на массу панелей, а также влияние ограничения на сбалансированность укладки на несущую способность панели.

В укладках, полученных с помощью АВРП внешние слои преимущественно были ориентированы под углом 45° к продольной оси, слои 90° располагаются ближе к центру, а слои 0° размещаются в центральной части панели. При комбинированном нагружении наблюдается значительное увеличение количества слоев с ориентацией 45°.

Установка стрингеров позволяет уменьшить массу панели более чем в два раза при одинаковой несущей способности. Количество необходимых стрингеров зависит от размеров панели и нагрузки (от 1–2 для узких панелей до 4–8 для широких). Наибольшая эффективность подкрепления достигается при осевом сжатии.

Использование сбалансированной укладки может приводить к увеличению толщины на 10–12%, снижению критической нагрузки на 1–6% и увеличению деформаций на 3–11% по сравнению с несбалансированной укладкой. Выбор между сбалансированной укладкой и увеличением несущей способности остается за конструктором.

Выбор оптимального базиса углов армирования существенно влияет на характеристики панелей: базисы с углами ±30°, ±45° и ±60° обеспечивают более эффективное использование материала, базисы с углами ±15° и ±75° приводят к увеличению толщины, но при этом к увеличению мембранной жесткости.

При защемлении толщина панелей одинакова для всех базисов.

Проведено исследование влияния укладки типа *double-double* на характеристики композитных панелей. Показано, что в большинстве случаев толщина панелей с укладкой *DD* превышает толщину панелей с укладками, полученными с помощью АВРП для классической схемы армирования, на 2–10 %. Интенсивность деформаций и факторы потери устойчивости сопоставимы для обоих типов укладок.

Коробление для панелей с укладкой *DD* в несколько раз больше и отсутствие симметрии укладки по толщине приводит к изначальному изгибу при нагружении.

Проведенное исследование может служить основой для дальнейшего расширения возможных оптимальных сочетаний различных углов армирования. Полученные результаты и рекомендации могут быть использованы при разработке новых композитных конструкций различного назначения.

Результаты диссертационной работы были использованы при выполнении научно-исследовательских и опытно-конструкторских работ в ФАУ «СибНИА им. С.А. Чаплыгина), при проектировании панелей отъемной части крыла учебно-тренировочного самолета «Танго» в ООО «Проект Виктори» (входит в *S*7 *Group*) и в учебном процессе ФЛА НГТУ, что подтверждено Актами, представленными в Приложении «В».

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В диссертационной работе получены следующие результаты:

1. Разработан численно-аналитический алгоритм выбора рациональных параметров композитных панелей по условиям прочности и устойчивости.

2. Получены аналитические решения для определения критического состояния неподкрепленных и стрингерных панелей из слоистого композита при сочетании внешних нагрузок. В качестве граничных условий на кромках панелей рассмотрены случаи опирания и защемления по контуру. Для подкрепленных панелей учтено взаимное влияние деформирования обшивки и изгибно-крутильного деформирования стрингеров.

3. Аналитические решения определения критических нагрузок верифицированы методом конечных элементов.

4. Для реализации АВРП разработано программное обеспечение по выбору оптимальной укладки монослоев в слоистых композитных панелях по условиям прочности и устойчивости. В программном обеспечении учитываются наличие стрингеров и технологические ограничения по предотвращению коробления при изготовлении. Получено свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ.

5. Проведено сравнение результатов работы АВРП с данными из российских и зарубежных исследований. Для неподкрепленных панелей получено хорошее соответствие результатам, представленным в источниках. Для стрингерных панелей не удалось провести сравнение с другими источниками, ввиду их отсутствия.

6. Для подтверждения несущей способности панелей, полученных с помощью АВРП, были спроектированы образцы стрингерных панелей для последующих испытаний на устойчивость. Разработана конечно-элементная модель образцов в составе испытательного стенда. Проведены испытания образцов на устойчивость. Получено хорошее соответствие критических нагрузок, определенных в эксперименте и с помощью КЭ анализа.

7. Проведено исследование влияния технологических факторов на толщину готового изделия. Установлено значительное влияние на несущую способность,

особенно на устойчивость, отклонений толщины, связанных с допусками при поставке препрегов и усадкой при формовании панелей. Установлено, что итоговая толщина детали при вакуумном формовании в процессе отверждения увеличивается, а при автоклавном уменьшается, что соответственно влияет на устойчивость. Установлено, что влияние компоновки слоев в укладке на толщину при формовании несущественно.

8. На примерах показаны результаты работы АВРП, в частности исследовано влияние типов укладок, параметров стрингеров и использования различных базисов углов армирования на массу панелей, а также влияние ограничения на сбалансированность укладки на несущую способность панели.

Рекомендации и перспективы дальнейшей разработки темы

Перспективным путем совершенствования АВРП является включение дополнительных параметров оптимизации, таких как переменный шаг и высота стрингеров, а также толщина стрингера, отличная от толщины панели.

Создание АВРП трехслойных панелей и цилиндрических оболочек из слоистых композитов, имеющих широкое применение в конструкциях летательных аппаратов, также является одним из перспективных направлений развития данной работы.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бернштейн С. А. Очерки по истории строительной механики / С. А. Бернштейн. — Москва : Госстройиздат, 1957. — 236 с.

2. *Zielinski J. Ludwig von Tetmajer Przerwa,* 1850–1905 / *J. Zielinski. — Meilen,* 1995. — 120 *p.*

3. Аварии транспортных сооружений и их предупреждение : монография / И. И. Овчинников, Ш. Н. Валиев, И. Г. Овчинников, И. С. Шатилов. — Чебоксары : Издательский дом «Среда», 2020. — 216 с.

4. Строительная механика. Основы теории с примерами расчетов : учебник / А. Е. Саргсян, А. Т. Демченко, Н. В. Дворянчиков, Г. А. Джинчвелашвили. — [2-е изд., испр. и доп.]. — Москва : Высш. шк., 2000. — 416 с.

5. Вольмир А. С. Устойчивость деформируемых систем / А. С. Вольмир. — [2-е изд.]. — Москва : Наука, 1967. — 984 с.

6. Тимошенко С. П. Устойчивость стержней пластин и оболочек / С. П. Тимошенко. — Москва : Наука, 1971. — 808 с.

7. Власов В. З. Общая теория оболочек и ее приложения в технике / В. З. Власов. — Москва, Ленинград : Гос. изд-во техн.-теорет. лит, 1949. — 784 с.

8. Максименко В. Н. Методы расчета на прочность и жесткость элементов конструкций из композитов : учебник / В. Н. Максименко, И. П. Олегин, Н. В. Пустовой. — Новосибирск : Изд-во НГТУ, 2015. — 424 с.

9. Лозовский А. Обзор методов численной оптимизации. Безусловная оптимизация: метод линий [Электронный ресурс] / А. Лозовский. // публикация в сообществе Хабр. — 2021. — Режим доступа: *https://habr.com/ru/post/561128/.* — Дата публикации: 26 июня 2021.

10. Кононюк А. Е. Основы теории оптимизации. Безусловная оптимизация / А. Е. Кононюк. — [книга 2, ч. 1.]. — Киев : Изд-во Освіта України, 2011. — 544 с.

11. Дегтярев Ю. И. Методы оптимизации : учебное пособие / Ю. И. Дегтярев. — Москва : Сов. радио, 1980. — 270 с.

12. Метод множителей Лагранжа : методическое пособие / В. И. Бахтин, И. А. Иванишко, А. В. Лебедев, О. И. Пиндрик. — Минск : БГУ, 2012. — 40 с.

13. Методы оптимизации в примерах и задачах : учебно-методическое пособие / Р. С. Бирюков, С. Ю. Городецкий, С. А Григорбева [и др.]. — Нижний Новгород : Нижегородский госуниверситет, 2010. — 101 с.

14. Краснов Л. М. Вариационное исчисление / Л. М. Краснов, Г. И. Макаренко, А. И. Киселев. — Москва : Наука, 1973. — 191 с.

15. Гельфанд И. М. Вариационное исчисление / И. М. Гельфанд, С. В. Фомин. — Москва : Наука, 1969. — 228 с.

16. Лыткина Л. И. Методы оптимизации и вариационное исчисление / Л. И. Лыткина. — Красноярск : Сиб. гос. аэрокосмич. ун-т, 2012. — 116 с.

17. Габасов Р. Ф. Основы динамического программирования / Р. Ф. Габасов, Ф. М. Кирилова. — Минск : БГУ, 1975. — 262 с.

18. Коган Д. И. Динамическое программирование и дискретная многокритериальная оптимизация : учебное пособие / Д. И. Коган. — Нижний Новгород : Изд-во ННГУ, 2004. — 255 с.

19. Математическая теория оптимальных процессов / Л. С. Понтрягин, В. Г. Болтянский, Р. В. Гамкрелидзе, Е. Ф. Мищенко. — Москва : Наука, 1969. — 384 с.

20. Галеев Э. М. Оптимизация: теория, примеры, задачи / Э. М. Галеев, В. М. Тихомиров. — Москва : Эдиториал УРСС, 2000. — 320 с.

21. Милютин А. А. Методы максимума в оптимальном управлении / А. А. Милютин, А. В. Дмитрук, Н. П. Осмоловский. — Москва : МГУ, 2004. — 167 с.

22. Васильев Ф. П. Численные методы решения экстремальных задач / Ф. П. Васильев. — Москва : Наука, 1980. — 319 с.

23. Гурзо Г. Г. Практикум по линейному программированию : учебно-методическое пособие / Г. Г. Гурзо, Т. А. Павлова, А. Г. Тихонов. — Якутск, 2010. — 79 с.

24. *Holland J. H. Adaptation in Natural and Artificial Systems*: *An Introductory Analysis with Applications to Biology, Control, and Artificial Intelligence*. — *Cambridge* : *The MIT Press*, 1992. — 232 *p*.

25. Панченко Т. В. Генетические алгоритмы : учебно-методическое пособие / Т. В. Панченко. — Астрахань : Астраханский университет, 2007. — 87 с.

26. Генетический алгоритм — наглядная реализация [Электронный ресурс] // публикация пользователя *Unciia* сообщества Хабр. — 2015. — Режим доступа: *https://habr.com/ru/post/254759/*. — Дата публикации: 2 апреля 2015.

27. Химмельблау Д. Прикладное нелинейное программирование / Девид Химмельблау ; перевод с английского И. М. Быховский, Б. Т. Вавилова. — Москва : Мир, 1975. — 534 с.

28. Сакович В. А. Исследование операций / В. А. Сакович. — Минск : Вышэйная школа, 1985. — 256 с.

29. Максимей И. В. Задачи и модели исследования операций. В 2 частях. Часть 2. Методы нелинейного и стохастического программирования / И. В. Максимей, В. С. Серегина. — Гомель, 1999. — 102 с.

30. Бутырин В. И., Максименко В. Н., Павшок Л. В., Подружин Е. Г. Применение метода покоординатного спуска на единичном интервале для весовой оптимизации конструкций из композитных материалов // Прикладная механика и техническая физика. — 2009. — Т. 50, № 4 (296). — С. 210–218.

31. Бутырин В. И., Подружин Е. Г. Весовая оптимизация плоских панелей из композитных материалов методом покоординатного спуска на конечном отрезке // Доклады Академии наук высшей школы Российской Федерации. — 2011. — № 2 (17). — С. 56–64.

32. Мальковский Н. Обзор градиентных методов в задачах оптимизации [Электронный ресурс] / Н. Мальковский // публикация в сообществе Хабр. — 2018. — режим доступа : *https://habr.com/ru/post/413853/*. — Дата публикации: 11 июня 2018.

33. Аббасов М. Э. Методы оптимизации: учебное пособие / М. Э. Аббасов. — Санкт-Петербург : Издательство ВВМ, 2014. — 64 с.

34. Эльсгольц Л. Э. Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление / Лев Эрнестович Эльсгольц. — Москва : Наука, 1965. — 424 с.

35. Аоки М. Введение в методы оптимизации / Масанао Аоки ; перевод изд. — Москва : Наука, 1977. — 344 с.

36. Попова Т. М. Методы безусловной оптимизации : тексты лекций / Т. М. Попова. — Хабаровск: Изд-во Тихоокеан. гос. ун-та, 2013. — 76 с.

37. Куприянова Я. А. Методика рационального проектирования конструктивно-технологических решений силовых конструкций летательных аппаратов с использованием топологической оптимизации : дис. … канд. техн. Наук : 2.5.13 «Проектирование, конструкция, производство, испытания и эксплуатация летательных аппаратов» / Куприянова Янина Алексеевна. — Москва, 2024. — 139 с.

38. Егер С. М. Проектирование пассажирских реактивных самолетов / С. М. Егер. — Москва : Машиностроение, 1964. — 452 с.

39. Гинзбург И. Н., Липовский Д. Е., Назаров В. А. Весовая оптимизация цилиндрических оболочек с учетом двухосного напряженного состояния подкрепляющих ребер // Труды X Всесоюзной конференции по теории оболочек и пластин : в 2 томах (Тбилиси, 1975) — Тбилиси : Мецниереба, 1975. — Т.2. — С. 542–549.

40. Гинзбург И. Н., Яковлев А. А. Оптимизация параметров подкрепленных оболочек при комбинированном нагружении // Строительная механика и расчет сооружений. — 1982. — № 3. — С. 12–14.

41. Яковлев А. А. Выбор оптимальных параметров подкрепленных цилиндрических оболочек, нагруженных внутренним давлением и осевой сжимающей силой / А. А. Яковлев // 1982 — Киев : Наукова думка, 1982. — Вып. 16. — С. 79–83.

42. *Kunoo K., Yang T. Y. Minimum weight design of an orthogonally stiffened waffle cylindrical shell with buckling constraint* // *J. Spacecraft and Rockets*. — 1979. — III, *v*. 13, *no*. 3. — *P*. 137–143.

43. Амиро И. Я., Пальчевский А. С. Оптимизация подкрепления продольно сжатых цилиндрических оболочек // Прикладная механика. — 1975. — Вып. II. — С. 569–573.

44. Немировский Ю. В. Особенности деформирования, разрушения проектирования гибридных композитных стержней // Наука. Технологии. Инновации : сборник научных трудов XV Всероссийской научной конференции молодых ученых,

посвященной Году науки и технологий в России (Новосибирск, 06–10 декабря 2021 г.) [в 10 частях] / под редакцией Д. О. Соколовой; Ю. В. Немировский. — Новосибирск : НГТУ, 2021. — Ч. 10. — С. 53–58. — *EDN GJDQDV*.

45. Немировский Ю. В., Богомолова О. А. Рациональное проектирование армированных дисков газовых турбин с упрочняющими покрытиями // Известия высших учебных заведений. Авиационная техника. — 2004. — № 3. — С. 16–19. — *EDN HKYGTX*.

46. Симицес Г. Ж., Унгбхакорн В. Проектирование подкрепленных цилиндров минимального веса, работающих на сжатие // Ракетная техника и космонавтика. — 1975. — 13, № 6. — С. 49–56.

47. *Simitses G. J., Ungbhakorn V. Weight optimization of stiffened cylinders under axial compression* // *Internet J. Computers and Structure*. — 1975. — XII, *v*. 5, *no*. 5/6, *P*. 305–314.

48. Калинин И. Н., Никишин С. С. Комбинированный подход к оптимальному проектированию конструкций // Известия Академии наук СССР. Механика твердого тела. — 1982. — № 4. — С. 77–87.

49. Максименко В. П. Равнонапряженная цилиндрическая оболочка под действием локально приложенных сил // Прикладная механика. — 1979. — 15, № 12. — С. 59–46.

50. Соловьев Е. Г., Сучков В. Н., Рябчиков И. Г. Равнопрочные цилиндрические тонкостенные каркасированные оболочки наибольшей жесткости // Труды X Всесоюзной конференции по теории оболочек и пластин (Кутаиси, 1975 г.) : в 2 томах. — Тбилиси : Мецниереба. — 1975. —Т.2. — С. 667–673.

51. Линник А. К., Цветков М. М. Выбор рационального подкрепления оребренных оболочек // Гидроаэромеханика и теория упругости. — Днепропетровск : ДГУ, — 1978. — Вып. 23. — С. 135–142.

52. Оптимальное проектирование агрегатов конструкций летательных аппаратов по условиям статической прочности и устойчивости : отчет о НИР : 184-85 / СибНИА; рук. А. Н. Серьезнов ; исполн. : Ю. И. Бадрухин, В. И. Стыцюк [и др.] — Новосибирск, 1985. — 70 с.

53. Рациональное проектирование крыла с трехслойной обшивкой : отчет о НИР : 104–88 / СибНИА; рук. А. Н. Серьезнов ; исполн. : Ю. И. Бадрухин, В. И. Бутырин [и др.]. — Новосибирск, 1988. — 102 с.

54. Васильев В. В., Бабичев А. А. К определению коэффициента безопасности для геодезических сетчатых композитных авиационных конструкций // Механика композиционных материалов и конструкций. — 2010. — Т. 16, № 2. — С. 223–231. — *EDN MSXPMJ*.

55. Васильев В. В., Разин А. Ф., Никитюк В. А. Анизогридная композитная сетчатая секция фюзеляжа пассажирского самолета // Композиты и наноструктуры. — 2013. — № 3(19). — С. 5–14. — *EDN RBRCFH*.

56. Васильев В. В., Разин А. Ф., Синьковский Ф. К. Оптимальная форма композитного баллона давления с металлическим лейнером // Композиты и наноструктуры. – 2014. – Т. 6, № 1(21). – С. 18-24. — *EDN SCVVNT*.

57. Васильев В. В., Разин А. Ф. Перспективы применения сетчатых композитных конструкций в гражданской авиации // Полет. Общероссийский научно-технический журнал. — 2016. — № 11–12. — С. 3–12. — *EDN YFTDSP*.

58. Исследование сопротивления композитных сетчатых конструкций ударному повреждению / А. А. Бабичев, В. В. Васильев, А. Ф. Разин [и др.] // Конструкции из композиционных материалов. — 2021. — № 3(163). — С. 3–6. — *DOI*: 10.52190/2073-2562_2021_3_3. – *EDN RZCYIL*.

59. Зимин В. Н., Смердов А. А. Проектирование композитных соединительных узлов в задачах оптимизации многосекционных композитных космических ферменных конструкций // Вестник Сибирского государственного аэрокосмического университета им. академика М.Ф. Решетнева. — 2017. — Т. 18, № 1. — С. 123–131. — *EDN YKKDFH*.

60. Склезнев А. А., Червяков А. А., Агапов И. Г. Решение задачи оптимизации в целях проектирования сетчатой структуры из полимерных композиционных материалов с наружной обшивкой // Научный вестник Московского государственного технического университета гражданской авиации. — 2022. — Т. 25, № 4. — С. 70–82. — *DOI*: 10.26467/2079-0619-2022-25-4-70-82. — *EDN XEKPCU*.

61. Бурнышева Т. В., Штейнбрехер О. А. Параметрическая оптимизация анизогридных оболочек нерегулярной структуры // Инженерный журнал: наука и инновации. — 2019. — № 8(92). — С. 5. — *DOI*: 10.18698/2308-6033-2019-8-1910. — *EDN YIJFER*.

62. Бурнышева Т. В., Штейнбрехер О. А. О рациональном проектировании окантовок люков отсека космического летательного аппарата // Инженерный журнал: наука и инновации. — 2017. — № 9(69). — С. 4. — *DOI*: 10.18698/2308-6033-2017-9-1671. — *EDN ZFTNJD*.

63. Азаров А. В., Бабичев А. А., Разин А. Ф. Оптимальное проектирование сетчатой композитной панели крыла самолета при одноосном сжатии // Механика композиционных материалов и конструкций. — 2020. — Т. 26, № 4. — С. 490–500. — *DOI*: 10.33113/*mkmk.ras*.2020.26.04.490_500.04. — *EDN GMBJHZ*.

64. *Wagner H. Verdrehung und Knickung von offenen Profilen* / *H. Wagner* // *N.A.C.A. Technical Memo*. — 1936. — № 807.

65. *Timoshenko S. Theory of Elastic Stability* / *S. Timoshenko*. — *New York* : *McGraw Hill*, 1936. — 541 *p*.

66. *Rostovtsev G. Calculation of a Thin Plane Sheeting supported by Ribs* / *G. Rostovtsev* // *Tr. Leningr. Inst. Inzhenerov Gradhdanskogo Vosdushnogo flota*. — 1940.

67. *Fomin V. Load-Bearing Capability of Composite Cylindrical Stiffened Panels with Account of Post-Buckling failure of Skin* // *Proc. of International Conference on Shells, Plates and Beams* (*University of Bologna*, 9–11 *September* 2015) / *V. Fomin, E. Dubovikov, I. Mareskin*. — *Italy*, 2015.

68. *Dubovikov E. Weight analysis of alternative fuselage barrels on the basis of the multilevel algorithm*. // *Proc. 3rd EASN Association International Workshop on Aerostructures* (*Milan*, 9–11 *October* 2013) / *E. Dubovikov, V. Fomin, I. Kondakov, A. Shanygin*. — *Milan*, 2013.

69. *Barut A. A, Madenci E., Tessler A., Starnes J. H. J. New Stiffened Shell Element for Geometrically Nonlinear Analysis of Composite Laminates* // *Computers & Structures*. — 2000. — № 77. — *P*. 3681–3713.

70. Иерусалимский К. М., Фомин В. П. Параметрические исследования устойчивости анизотропной пластинки при комбинированной нагрузке // Труды ЦАГИ. — 2001. — Вып. 2641.

71. *Bisgani C., Lanzi L. Post-buckling optimization of composite stiffened panels using neural networks* // *Composite Structures*. — 2002. — № 58. — *P*. 237–247.

72. Францев М. Э., Зайцев О. В., Золотаренко И. Д. Модель проектного обеспечения прочности надстройки из композитов пассажирского судна на подводных крыльях с использованием численных методов // Труды НГТУ им. Р.Е. Алексеева. — 2016. — № 3(114). — С. 160–168. — *EDN WNGDWD*.

73. Пересыпкин К. В., Степанов Н. М., Шахмистов В. М. Оптимизация конструкции рессоры из полимерных композиционных материалов легкого многоцелевого самолета «ЯСТРЕБ» с-012 // Известия Самарского научного центра Российской академии наук. — 2012. — Т. 14, № 4–2. — С. 715–720. — *EDN OJMGCD*.

74. Баранов А. В., Воронцов А. А. Изучение напряженного состояния режущего клина ружейного сверла методом конечных элементов с целью повышения его прочности // Вестник РГАТА имени П. А. Соловьева. — 2024. — № 2(69). — С. 74–79. — *EDN JUIISE*.

75. Гончаров Р. Б., Зузов В. Н. Топологическая оптимизация конструкции бампера автомобиля при ударном воздействии с позиций пассивной безопасности // Известия МГТУ МАМИ. — 2018. — № 2(36). — С. 2–9. — *EDN XUWXVB*.

76. Ловцов А. Д., Иванов Н. А. Оптимизация конструкции рамы легкого колесного вездехода на основе ее прочностного расчета методом конечных элементов // Вестник Тихоокеанского государственного университета. — 2015. — № 4(39). — С. 65–70. — *EDN UZDHXB*.

77. Татарников О. В., Пху В. А., Найнг Л. А. Выбор оптимальной конструктивно-силовой схемы лонжеронного композитного крыла // Известия высших учебных заведений. Машиностроение. — 2021. — № 12(741). — С. 90–99. — *DOI*: 10.18698/0536-1044-2021-12-90-99. — *EDN VYUNNL*.

78. Применение метода конечных элементов и номограммного метода при проектировании статических неопределимых механических систем

/ В. С. Дмитриев, Т. Г. Костюченко, Ю. Н. Баженова, В. В. Теплоухов // Вестник науки Сибири. — 2011. — № 1(1). — С. 155–161. — *EDN OXWQDV*.

79. Димитриенко Ю. И., Захарова Ю. В., Сборщиков С. В. Моделирование процесса отверждения толстостенных конструкций из полимерных композиционных материалов // Инновационная наука. — 2016. — № 12–4. — С. 31–36. — *EDN XETUZX*.

80. *Dimitrienko Yu. I., Zakharova Yu. V., Bogdanov I. O. Mathematical and Computational Modeling of the Filtration Process of the Binder in the Textile Composite Material under Manufacturing RTM Method* // Университетский научный журнал. — 2016. — *No*. 19. — *P*. 33–43. — *EDN WRNQYH*.

81. Моделирование процесса многоуровневой фильтрации жидкого связующего в тканевом композите при *RTM*-методе изготовления / Ю. И. Димитриенко, Ю. В. Шпакова, И. О. Богданов, С. В. Сборщиков // Инженерный журнал: наука и инновации. — 2015. — № 12(48). — С. 7. — *DOI*: 10.18698/2308-6033-2015-12-1454. — *EDN VCFBUP*.

82. Михайловский К. В., Тимофеев И. А., Резник С. В. Моделирование процессов химического осаждения и тепломассообмена на макро- и микроуровнях при газофазном методе получения деталей из углерод-керамических композиционных материалов // Конструкции из композиционных материалов. — 2011. — № 1. — С. 18–30. — *EDN NCPTGT*.

83. Дюков В. А. Оптимизация технологического процесса автоклавного формования композитных авиационных конструкций сложной формы с предварительным исправлением их геометрии // Труды МАИ. — 2021. — № 116. — С. 12. — *DOI*: 10.34759/*trd*-2021-116-12. — *EDN WVGPCE*.

84. Синтез оптимального управления процессом формования в автоклаве композитных конструкций типа открытых оболочек / И. В. Тарасов, М. Б. Флек, С. Н. Шевцов, В. Н. Аксенов // Известия Самарского научного центра Российской академии наук. — 2016. — Т. 18, № 1–2. — С. 314–321. — *EDN WLWZEZ*.

85. *Numerical Simulation Research on Curing Process of Composite Overwrap Considering a Die Model* / *X. Jiazhong, Ying Y., Ming Q., Xue W., Bo Y.* // *Journal of Reinforced Plastics and Composites*. — 2013. — *Vol*. 32. — *P*. 1393–1405.

86. Бадрухин Ю. И. Об особенностях определения НДС методом конечных элементов в современных программах численного прочностного анализа // Материалы школы-семинара «Проблемы прочности авиационных конструкций и материалов» / Ю. И. Бадрухин. — Новосибирск : СибНИА, 2017. — С. 8.

87. Белов В. К., Железнов Л. П., Огнянова Т. С. Исследование геометрически нелинейного деформирования и устойчивости некруговой цилиндрической оболочки в виде отсека фюзеляжа самолета при комбинированном нагружении изгибающим и крутящим моментами // Прикладная механика и техническая физика. — 2018. — Т. 59, № 2. — С. 352–358.

88.Белов В. К., Железнов Л. П., Огнянова Т. С. Исследование геометрически нелинейного деформирования и устойчивости композитного отсека фюзеляжа самолета при внутреннем давлении // Полет. Общероссийский научно-технический журнал. — 2017. — № 1. — С. 30–35.

89. Иерусалимский К. М., Корнеев А. Н., Фомин В. П. Методика расчета напряженно-деформированного состояния тонкостенных цилиндрических конструкций при неравномерных нагрузках // Труды ЦАГИ. — 1997. — Вып. 2628.

90. Фомин В. П. Методика рационального проектирования крыла большого удлинения // Труды ЦАГИ. — 1992. — Вып. 2495.

91. Лимонин М. В. Исследование несущей способности авиационных конструкций на основе нелинейных дискретных методов : дисс. … канд. техн. Наук : 05.07.03 «Прочность и тепловые режимы летательных аппаратов» / Лимонин Михаил Валерьевич ; ФГУП «Центральный аэродинамический институт профессора Н.Е. Жуковского». — Жуковский, 2012. — 148 с.

92. Фомин В. П. Расчет цилиндрических подкрепленных оболочек с учетом нелинейного поведения элементов конструкции // Ученые записки ЦАГИ. — 1980. — Т. 11, № 1. — С. 72–80.

93. Дубовиков Е. А. Многоуровневый алгоритм оценки перспективных конструктивно-силовых схем композитных авиаконструкций : дисс. … канд. техн. наук : 05.07.03 «Прочность и тепловые режимы летательных аппаратов» / Дубовиков Евгений Аркадьевич; ФГУП «Центральный аэродинамический институт профессора Н.Е. Жуковского». — Жуковский, 2017. — 130 с.

94. Болдырев А. В., Комаров В. А. Проектирование силовой схемы фюзеляжа самолета в зоне большого выреза // Полет. Общероссийский научно-технический журнал. — 2016. № 8–9. — С. 21–26.

95. Дудченко А. А., Канчая Р. Р. А. Рациональное проектирование конструкции отсека фюзеляжа из композиционных материалов // Конструкции из композиционных материалов. — 2011. — № 2. — С. 21–34.

96. Балунов К. А., Ишмуратов Ф. З. Многодисциплинарные аспекты в исследованиях синтеза и оптимизации конструктивно-силовых схем летательных аппаратов // Труды ЦАГИ. — 2017. — Вып. 2764 «Прочность конструкций летательных аппаратов». — С. 29–36.

97. Барановски С. В., Я Л. З. Оптимизация конструкции киля из полимерных композиционных материалов за счет применения биоподобных конструктивно-силовых схем // Научный вестник Московского государственного технического университета гражданской авиации. — 2023. — Т. 26, № 2. — С. 37–48. — *DOI*: 10.26467/2079-0619-2023-26-2-37-48. — *EDN VANANV*.

98. Топологическая оптимизация конструкций из короткоармированных композитов с учетом анизотропии материала, определяемой расчетом их литья под давлением / Е. И. Куркин, Е. А. Кишов, О. Е. Лукьянов, О. У. Эспиноса Барсенас // Известия Самарского научного центра Российской академии наук. — 2020. — Т. 22, № 5(97). — С. 114-119. — *DOI*: 10.37313/1990-5378-2020-22-5-114-119. — *EDN XEUCSA*.

99. Барановски С. В., Михайловский К. В. Оптимизация основных геометрических характеристик силовых элементов крыла из полимерных композиционных материалов // Ученые записки ЦАГИ. — 2019. — Т. 50, № 3. — С. 87–99. — *EDN JIZJWQ*.

100. Барановски С. В., Кхайн П. Выбор и оптимизация перспективной конструктивно-силовой схемы фюзеляжа из полимерных композиционных материалов беспилотного летательного аппарата // Известия высших учебных заведений. Машиностроение. — 2023. — № 3(756). — С. 101–109. — *DOI*: 10.18698/0536-1044-2023-3-101-109. — *EDN QELSRS*.

101. Иванова Т. Н., Карташова Е. Д., Муйземнек А. Ю. Оптимизация конструкции трубчатой направляющей из полимерного слоистого композиционного материала // Известия высших учебных заведений. Поволжский регион. Технические науки. — 2022. — № 3(63). — С. 109–128. — *DOI*: 10.21685/2072-3059-2022-3-11. — *EDN QLQKKX*.

102. Карташова Е. Д. Исследование влияния технологических дефектов на формирование статистических полей напряжений в композиционных материалах лопастей квадрокоптеров // Известия высших учебных заведений. Поволжский регион. Технические науки. — 2023. — № 3(67). — С. 173–185. — *DOI*: 10.21685/2072-3059-2023-3-13. — *EDN QHDUBI*.

103. Косых П. А., Азаров А. В. Алгоритм топологической оптимизации композитных конструкций, основанный на анализе главных напряжений // Инженерный журнал: наука и инновации. — 2023. — № 12(144). — *DOI*: 10.18698/2308-6033-2023-12-2320. — *EDN DCYWWL*.

104. Алгоритм топологической оптимизации конструкции, выполненной из анизотропного материала с учетом параметров ориентации армирования / Б. Н. Федулов, А. Н. Федоренко, Ф. К. Антонов, Е. В. Ломакин // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика. — 2021. — № 3. — С. 182–189. — *DOI*: 10.15593/*perm.mech*/2021.3.17. — *EDN GASSCP*.

105. *Structural topology optimization with smoothly varying fiber orientations* / *M.-P. Schmidt, L. Couret, C. Gout, C. B. W. Pedersen* // *Structural and Multidisciplinary Optimization. — July* 2020. — *DOI*: 10.1007/*s*00158-020-02657-6.

106. Морозов Н. А., Власов Ю. Л., Гаврилов А. А. Оптимизация параметров композитных обшивок сухих отсеков летательных аппаратов с помощью *NASTRAN*

// Вестник Оренбургского государственного университета. — 2015. — № 9 (184). — С. 164–169.

107. Михайловский К. В., Барановски С. В. Методика проектирования крыла из полимерных композиционных материалов на основе параметрического моделирования: в 3 частях. Часть 3. Выбор и обоснование оптимальных схем армирования силовых элементов // Известия высших учебных заведений. Машиностроение. — 2018. — № 5. — С. 75–84. — *DOI*: 10.18698/0536-1044-2018-5-75-84.

108. Хтет Т. Л., Просунцов П. В. Оптимизация формы шпангоутов и углов укладки полимерного композиционного материала силового набора хвостовой части легкого самолета // Известия высших учебных заведений. Машиностроение. — 2021. — № 9. — С. 97–107. — *DOI*: 10.18698/0536-1044-2021-9-97-107.

109. Грищенко С. В. Феноменологическая методика подбора рациональных параметров укладки слоев при проектировании панелей авиационных конструкций из слоистых полимерных композиционных материалов // Конструкции из композиционных материалов. — 2019. — № 4. — С. 45–49.

110. Выбор рациональных конструктивных решений при проектировании элементов конструкций из полимерных композитов // Материалы XX Юбилейной Международной конференции по вычислительной механике и современным прикладным системам / Н. М. Янг, Ч. Т. Аунг, М. И. Мартиросов, Л. Н. Рабинский. — Алушта : МАИ-Принт, 2017. — С. 349–350.

111. Хазиев А. Р. Оптимальное проектирование композитных элементов конструкций по условиям прочности, жесткости и устойчивости : автореф. дис. … канд. техн. наук: 01.02.06 «Динамика, прочность машин, приборов и аппаратуры» / Хазиев Алексей Равкатович ; Российский государственный технологический университет им. К. Э. Циолковского. — Москва, 2009. — 24 с.

112. Методические указания к выполнению лабораторных работ по теме «Проектирование композитных конструкций» [Электронный ресурс]: Текст : электронный // Ульяновский государственный университет : [сайт]. — *https:// www.ulsu.ru/ media/ documents/* Проектирование_композитных_конструкций.*pdf*

113. *Xiaoyang L., Featherston C.A., Kennedy D. Two-level layup optimization of composite laminate using lamination parameters* // *Composite Structures*. — *March* 2019. — *Vol*. 211. — *P*. 337–350. — *DOI*: 10.1016/*j.compstruct*.2018.12.054.

114. *Multiobjective stacking sequence optimization for laminated composite structures* / *F. Irisarri, D. H. Bassir, N. Carrere, J. Maire* // *Composite Science and Technology*. — *June* 2009. — *Vol*. 69. — *P*. 983–990. — *DOI*: 10.1016/*j.compscitech*.2009.01.011.

115. *Luersen M. A., Lopez R. H. A Genetic Algorithm for Optimization of Hybrid Laminated Composite Plates* // *Advanced Structured Materials*. — 2013. — *Vol*. 43. — *P*. 49–71. *DOI*: 10.1007/978-3-319-00717-5.

116. *Cherniaev A. A new laminate encoding scheme for the genetic algorithm-based optimization of stiffened composite panels* // *Engineering Computations*. — 2014. — *Vol*. 31, *No*. 1. — *P*. 33–47. — *DOI*: 10.1108/*ec*-08-2011-0089.

117. Киреев В. А., Казаков И. А. Выбор рациональных параметров композитных панелей крыла // Ученые записки ЦАГИ. — 2023. — Т. LIV, № 3. — С. 89–100.

118. Малинин Н. Н. Прикладная теория пластичности и ползучести / Н. Н. Малинин. — Москва : Машиностроение, 1975. — 85 с.

119. Матвеев К. А., Сачков В. С. Применение метода С. П. Тимошенко к решению задач устойчивости упругих пластин // Динамика и прочность авиационных конструкций : межвузовский сборник научных трудов. — Новосибирск : НЭТИ, 1989. — С. 80–84. — *EDN SJOYGD*.

120. Алфутов Н. А. Расчет многослойных пластин и оболочек из композиционных материалов / Н. А. Алфутов. — Москва : Машиностроение, 1984. — 264 с.

121. Бадрухин Ю. И., Терехова Е. С. Выбор рационального пакета для композитных панелей крыла // Полет. Общероссийский научно-технический журнал. — 2022. — № 2. — С. 72–76. — *EDN JXDFGE*.

122. Бадрухин Ю. И., Терехова Е. С. О формировании пакетов из слоистого композита в несущих тонкостенных конструкциях // Краевые задачи и математическое моделирование : тематический сборник научных статей / под общей редакцией Е. А. Вячкиной. — Новокузнецк : КГПИ ФГБОУ ВО «КемГУ», 2023. — С. 8–15. — *EDN FTSTZJ*.

123. Осман М. Методика проектирования композитных панелей тонкостенных авиационных конструкций по устойчивости и закритическому состоянию : дис. … канд. техн. Наук : 2.5.13 «Проектирование, конструкция, производство, испытания и эксплуатация летательных аппаратов» / Осман Мазен ; Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Московский авиационный институт». — Москва, 2022. — 361 с.

124. ГОСТ Р 57745–2017. Композиты полимерные. Определение предела прочности при межслойном сдвиге ламинатов методом короткой балки = *Polymer composites. Determination of plane shear strength of laminates by short-beam method* : национальный стандарт Российской Федерации : издание официальное : утвержден и введен в действие приказом Федерального агентства по техническому регулированию и метрологии от 3 октября 2017 г. № 1288-ст : введен впервые : дата введения 2018-02-01 / подготовлен Обществом с ограниченной ответственностью «Инновации будущего» совместно с Автономной некоммерческой организацией «Центр нормирования, стандартизации и классификации композитов» при участии Объединения юридических лиц «Союз производителей композитов». — Москва : Стандартинформ, 2017.

125. Бадрухин Ю. И., Терехова Е. С. Рациональное проектирование тонкостенных несущих панелей из слоистого композита при комбинированном нагружении // Вестник Московского авиационного института. — 2023. — Т. 30, № 4. — С. 130–139. — *EDN TTDWCL*.

126. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2023680522 Российская Федерация. Программное обеспечение по выбору оптимальной укладки монослоев в слоистых композитных панелях по условиям прочности и устойчивости : № 2023669792 : заявл. 28.09.2023 : опубл. 02.10.2023 / Ю. И. Бадрухин, Е. С. Терехова ; заявитель Российская Федерация, от имени которой выступает Федеральное государственное бюджетное учреждение «Национальный исследовательский центр «Институт имени Н.Е. Жуковского». — *EDN JAVTWR*.

127. *Phillips B. J. Multidisciplinary optimization of carbon fiber reinforced plastic wing cover* : *thesis of the requirements for the degree of Engineering Doctorate* / *B. J. Philips* ; *Cranfield University*. — *Cranfield, UK*, 2009. — 447 *p*.

128. Бадрухин Ю. И., Терехова Е. С. Об особенностях проектирования панелей из композиционных материалов // Материалы Всероссийской научно-практической конференции «Проблемы прочности авиационных конструкций и материалов». — Новосибирск : СибНИА, 2023. — С. 10.

129. Бадрухин Ю. И., Беспалов В. А., Терехова Е. С. Рациональное проектирование тонкостенных панелей из слоистого композита по условиям прочности и устойчивости // Материалы I Всероссийской научно-практической конференции аспирантов «Аэродинамика, динамика полетов, прочность и конструирование летательных аппаратов». — Новосибирск : СибНИА, 2023. — С. 24–25.

130. Василевич Ю. В. Механика препрегов — расчет изделий из армированных композиционных материалов. В 2 частях. Часть 1 / Ю. В. Василевич, К. А. Горелый. — Минск : БНТУ, 2016. — 295 с.

131. Обверткин И. В. Исследование объемной химической усадки модифицированных эпоксидных смол // Известия Кабардино-Балкарского государственного университета. — 2022. — Т. 12, № 4. — С. 113–117.

132. Варушкин Е. М. Исследование температурных остаточных напряжений и деформаций в толстостенных намоточных изделиях из армированных пластиков // Механика полимеров. — 1971. — № 6. — С. 1040–1046.

133. Влияние химической усадки связующего в процессе отверждения на образование остаточных напряжений в цилиндрических оболочках из композита / Ю. В. Василевич, К. А. Горелый, С. В. Сахоненко, С. Н. Иванов // Теоретическая и прикладная механика : международный научно-технический сборник. — 2016. — Вып. 31. — С. 67–72.

134. Исследование процессов устранения коробления авиационных изделий из полимерных композиционных материалов, полученных методом высокотемпературного формования / В. И. Корольков, Е. Н. Некравцев, К. С. Сафонов, П. С. Огурцов, В. А. Оганесов, И. С. Попов, В. В. Самохвалов // Известия высших учебных

заведений. Машиностроение. — 2021. — № 10 (739). — С. 84–94. — *DOI*: 10.18698/0536-1044-2021-10-84-94.

135. Хасков М. А., Сафронов Е. В. Моделирование процессов отверждения термореактивных матриц на примере сложнопрофильного образца // Труды ВИАМ. — 2019. — № 12 (84). — С. 46–54, *DOI*: 10.18577/2307-6046-2019-0-12-46-54.

136. *Simulation of a prepreg press process using ANSYS Composite Cure Simulation* (*ACCS*) // *CADFEM ANSYS Simulation Conference* (*Koblenz*, 15–17 *November* 2017) / *S. M. Nama, N. D'Antrassi, S. Wuestenhagen, A. Krombholz, R. Schlimper*. — *Koblenz*, 2017.

137. Биткина О. В. Экспериментальное исследование влияния технологических факторов на формоизменение многослойных панелей из композиционных материалов // Вестник Самарского государственного технического университета. Серия: Технические науки. — 2013. — № 1(37). — С. 99–110. — *EDN QBVDUX*.

138. Влияние количества слоев армирующего материала на толщину и весовые характеристики углепластиковых деталей, получаемых методом вакуумной инфузии / В. В. Соколов, П. Ю. Антипов, О. А. Голищев, С. В. Долинский // Пластические массы. — 2021. — №№ 1–2. — С. 62–64. — *DOI*: 10.35164/0554-2901-2021-1-2-62-64.

139. Терехова Е. С. Влияние некоторых конструктивно-технологических аспектов проектирования изделий из слоистого композита на их несущую способность // Инженерный журнал: наука и инновации. — 2024. — № 10 (154). — *DOI*: 10.18698/2308-6033-2024-10-2393.

140. Бадрухин Ю. И., Беспалов В. А., Терехова Е. С. Выбор рациональных параметров тонкостенных панелей из слоистого композита с учетом прочности, устойчивости и особенностей технологии // Материалы Международной научно-практической конференции «IX Чаплыгинские чтения», посвященной 155-летию со дня рождения С. А. Чаплыгина. — Новосибирск : СибНИА, 2024. — С. 5–6.

141. Кун Л. М., Чжэн В., Ван С. Б. Влияние укладки и угла несоосности на механические свойства волокнисто-армированных стеклопластиков // Механика

композиционных материалов. — 2021. — Т. 57, № 4. — С. 783–796. — *DOI*: 10.22364/*mkm*.57.4.12.

142. Бадрухин Ю. И., Терехова Е. С. Влияние углов ориентации слоя на толщину несущих панелей из слоистого композита // Космические аппараты и технологии. — 2024. — Т. 8, № 4 (50). — С. 233–242.

143. *Design of laminates by a novel ‘‘double-double’’ layup* / *B. Vermes, S. W. Tsai, T. Massard, G. S. Springer, T. Czigany* // *Thin-Walled Structures*. — *May* 2021. — *Vol*. 165. — *P*. 1–8.

144. *Tsai S. W. Double-Double*: *New Family of Composite Laminates* // *AIAA Journal*. — 2021. — *Vol*. 59, № 11. — *P*. 4293-4304. — *DOI*: 10.2514/1.*J*060659.

145. Вольмир А. С. Гибкие пластинки и оболочки / А. С. Вольмир. — Москва : Государственное издательство технико-теоретической литературы, 1956. — 420 с.

ПРИЛОЖЕНИЕ «А»
СРАВНЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ РАБОТЫ АЛГОРИТМОВ

Таблица А 1 — Результаты работы генетического алгоритма в *Siemens NX* 12

$L \times B$, мм	q_x/ q_y/ q_{xy}, Н/мм	t, мм	$\lambda_{ГА}$
500 × 100	–1471/0/0	3,99	1
$[-45^{0,339\text{ мм}}/-45^{0,360\text{ мм}}/45^{0,306\text{ мм}}/45^{0,219\text{ мм}}/45^{0,198\text{ мм}}/0^{0,575\text{ мм}}]_s$			
500 × 250	–1471/0/0	7,40	1
$[-45^{0,665\text{ мм}}/-45^{0,672\text{ мм}}/-45^{0,579\text{ мм}}/45^{0,687\text{ мм}}/45^{0,683\text{ мм}}/0^{0,414\text{ мм}}]_s$			
500 × 500	–1471/0/0	11,74	1
$[45^{1,009\text{ мм}}/45^{0,964\text{ мм}}/45^{0,958\text{ мм}}/45^{0,975\text{ мм}}/45^{0,987\text{ мм}}/-45^{0,979\text{ мм}}]_s$			
500 × 100	0/–1471/0	5,18	1
$[90^{0,563\text{ мм}}/90^{0,032\text{ мм}}/90^{0,538\text{ мм}}/90^{0,800\text{ мм}}/90^{0,149\text{ мм}}/90^{0,509\text{ мм}}]_s$			
500 × 250	0/–1471/0	9,39	1
$[90^{0,954\text{ мм}}/90^{0,853\text{ мм}}/90^{0,649\text{ мм}}/90^{0,625\text{ мм}}/90^{0,972\text{ мм}}/90^{0,644\text{ мм}}]_s$			
500 × 500	0/–1471/0	11,74	1
$[45^{1,054\text{ мм}}/45^{0,703\text{ мм}}/-45^{0,976\text{ мм}}/45^{0,958\text{ мм}}/45^{1,054\text{ мм}}/-45^{1,127\text{ мм}}]_s$			
500 × 100	0/0/1471	4,40	1
$[90^{0,381\text{ мм}}/45^{0,312\text{ мм}}/45^{0,170\text{ мм}}/45^{0,435\text{ мм}}/-45^{0,579\text{ мм}}/-45^{0,325\text{ мм}}]_s$			
500 × 250	0/0/1471	7,95	1
$[90^{0,782\text{ мм}}/-45^{0,574\text{ мм}}/45^{0,655\text{ мм}}/-45^{0,708\text{ мм}}/45^{0,941\text{ мм}}/-45^{0,316\text{ мм}}]_s$			
500 × 500	0/0/1471	11,75	1
$[45^{0,759\text{ мм}}/45^{1,170\text{ мм}}/-45^{0,968\text{ мм}}/-45^{0,940\text{ мм}}/45^{1,009\text{ мм}}/-45^{1,027\text{ мм}}]_s$			
500 × 100	–490/0/0	2,76	1
$[-45^{0,158\text{ мм}}/45^{0,295\text{ мм}}/-45^{0,233\text{ мм}}/-45^{0,197\text{ мм}}/-45^{0,296\text{ мм}}/-45^{0,199\text{ мм}}]_s$			
500 × 250	–490/0/0	5,13	1
$[45^{0,380\text{ мм}}/-45^{0,434\text{ мм}}/-45^{0,550\text{ мм}}/-45^{0,439\text{ мм}}/45^{0,319\text{ мм}}/45^{0,444\text{ мм}}]_s$			
500 × 500	–490/0/0	8,14	1
$[45^{0,714\text{ мм}}/-45^{0,804\text{ мм}}/-45^{0,843\text{ мм}}/-45^{0,875\text{ мм}}/-45^{0,102\text{ мм}}/-45^{0,732\text{ мм}}]_s$			
500 × 100	0/–490/0	3,59	1
$[90^{0,317\text{ мм}}/90^{0,328\text{ мм}}/90^{0,242\text{ мм}}/90^{0,256\text{ мм}}/90^{0,320\text{ мм}}/90^{0,334\text{ мм}}]_s$			
500 × 250	0/–490/0	6,51	1
$[90^{0,607\text{ мм}}/90^{0,545\text{ мм}}/90^{0,487\text{ мм}}/90^{0,635\text{ мм}}/90^{0,486\text{ мм}}/90^{0,497\text{ мм}}]_s$			
500 × 500	0/–490/0	8,14	1
$[45^{0,682\text{ мм}}/-45^{0,790\text{ мм}}/-45^{0,858\text{ мм}}/45^{0,623\text{ мм}}/45^{0,591\text{ мм}}/-45^{0,528\text{ мм}}]_s$			
500 × 100	0/0/490	3,05	1
$[90^{0,254\text{ мм}}/45^{0,244\text{ мм}}/45^{0,180\text{ мм}}/-45^{0,274\text{ мм}}/-45^{0,362\text{ мм}}/45^{0,213\text{ мм}}]_s$			
500 × 250	0/0/490	5,50	1
$[90^{0,518\text{ мм}}/45^{0,449\text{ мм}}/-45^{0,415\text{ мм}}/-45^{0,449\text{ мм}}/-45^{0,414\text{ мм}}/45^{0,505\text{ мм}}]_s$			
500 × 500	0/0/490	8,14	1
$[-45^{0,662\text{ мм}}/-45^{0,728\text{ мм}}/-45^{0,644\text{ мм}}/45^{0,712\text{ мм}}/45^{0,631\text{ мм}}/45^{0,694\text{ мм}}]_s$			
500 × 100	–1471/–147/147	4,33	1
$[45^{0,308\text{ мм}}/-45^{0,551\text{ мм}}/45^{0,376\text{ мм}}/45^{0,401\text{ мм}}/0^{0,176\text{ мм}}/0^{0,355\text{ мм}}]_s$			

Продолжение таблицы А 1

$L \times B$, мм	q_x/ q_y/ q_{xy}, Н/мм	t, мм	$\lambda_{ГА}$
500 × 250	–1471/–147/147	7,86	1
$[45^{0,543\text{ мм}}/–45^{0,641\text{ мм}}/–45^{1,020\text{ мм}}/–45^{0,499\text{ мм}}/–45^{0,767\text{ мм}}/–45^{0,461\text{ мм}}]_s$			
500 × 500	–1471/–147/147	12,48	1
$[–45^{0,977\text{ мм}}/–45^{1,124\text{ мм}}/–45^{1,096\text{ мм}}/45^{1,052\text{ мм}}/45^{1,041\text{ мм}}/45^{0,950\text{ мм}}]_s$			
500 × 100	–490/–49/49	2,99	1
$[45^{0,026\text{ мм}}/–45^{0,013\text{ мм}}/45^{0,477\text{ мм}}/–45^{0,662\text{ мм}}/–45^{0,104\text{ мм}}/–45^{0,215\text{ мм}}]_s$			
500 × 250	–490/–49/49	5,45	1
$[–45^{0,427\text{ мм}}/–45^{0,465\text{ мм}}/45^{0,477\text{ мм}}/–45^{0,423\text{ мм}}/–45^{0,472\text{ мм}}/–45^{0,461\text{ мм}}]_s$			
500 × 500	–490/–49/49	8,65	1
$[–45^{0,969\text{ мм}}/–45^{0,677\text{ мм}}/–45^{0,735\text{ мм}}/45^{0,735\text{ мм}}/–45^{0,521\text{ мм}}/–45^{0,689\text{ мм}}]_s$			
500 × 100	–1471/–294/294	4,68	1
$[45^{0,587\text{ мм}}/90^{0,296\text{ мм}}/45^{0,199\text{ мм}}/–45^{0,522\text{ мм}}/45^{0,325\text{ мм}}/0^{0,409\text{ мм}}]_s$			
500 × 250	–1471/–294/294	8,50	1
$[45^{0,603\text{ мм}}/45^{0,746\text{ мм}}/90^{0,749\text{ мм}}/–45^{0,680\text{ мм}}/–45^{0,755\text{ мм}}/45^{0,716\text{ мм}}]_s$			
500 × 500	–1471/–294/294	13,14	1
$[–45^{0,988\text{ мм}}/–45^{1,199\text{ мм}}/–45^{1,21\text{ мм}}/45^{1,064\text{ мм}}/45^{1,090\text{ мм}}/45^{1,017\text{ мм}}]_s$			
500 × 100	–490/–98/98	3,24	1
$[45^{0,284\text{ мм}}/45^{0,257\text{ мм}}/90^{0,270\text{ мм}}/–45^{0,275\text{ мм}}/45^{0,243\text{ мм}}/0^{0,29\text{ мм}}]_s$			
500 × 250	–490/–98/98	5,89	1
$[45^{0,481\text{ мм}}/45^{0,460\text{ мм}}/90^{0,524\text{ мм}}/–45^{0,501\text{ мм}}/45^{0,493\text{ мм}}/–45^{0,487\text{ мм}}]_s$			
500 × 500	–490/–98/98	9,11	1
$[–45^{0,750\text{ мм}}/45^{0,826\text{ мм}}/45^{0,834\text{ мм}}/45^{1,040\text{ мм}}/–45^{0,785\text{ мм}}/0^{0,320\text{ мм}}]_s$			

Таблица А 2 — Результаты работы генетического алгоритма в *Siemens NX* 12

$L \times B$, мм	q_x/ q_y/ q_{xy}, Н/мм	t, мм	$\lambda_{АВРП}$	Укладка
500 × 100	–1471/0/0	4,16	1,03	$[(\pm45)_4/45/(0)_7]_s$
500 × 250	–1471/0/0	7,54	1,03	$[(\pm45)_{12}/90/(0)_4]_s$
500 × 500	–1471/0/0	11,96	1,04	$[(\pm45)_{22}/(0)_2]_s$
500 × 100	0/–1471/0	5,46	1,10	$[(90)_{21}]_s$
500 × 250	0/–1471/0	9,62	1,04	$[(90)_{37}]_s$
500 × 500	0/–1471/0	11,96	1,04	$[(\pm45)_{21}/45/90/(0)_2]_s$
500 × 100	0/0/1471	4,42	1,64	$[(\pm45)_8/45]_s$
500 × 250	0/0/1471	6,50	1,10	$[(\pm45)_4/45/90/–45/\pm45/90/45/(90)_3/–45/(\pm45)_3]_s$
500 × 500	0/0/1471	8,58	1,01	$[(\pm45)_6/45/(90)_{23}/(0)_5]_s$
500 × 100	–490/0/0	2,86	1,06	$[(\pm45)_4/45/(0)_2]_s$
500 × 250	–490/0/0	5,20	1,03	$[(\pm45)_{20}]_s$
500 × 500	–490/0/0	8,32	1,06	$[(\pm45)_{14}/45/(0)_3]_s$
500 × 100	0/–490/0	3,64	1,01	$[(90)_{14}]_s$
500 × 250	0/–490/0	6,76	1,10	$[(90)_{26}]_s$
500 × 500	0/–490/0	8,32	1,05	$[(\pm45)_{11}/45/(90)_6/(0)_3]_s$

Продолжение таблицы А 2

$L \times B$, мм	q_x/ q_y/ q_{xy}, Н/мм	t, мм	$\lambda_{АВРП}$	Укладка
500 × 100	0/0/490	2,60	1,00	$[(\pm45)_{10}]_s$
500 × 250	0/0/490	4,42	1,03	$[(\pm45)_3/90/(\pm45)_5]_s$
500 × 500	0/0/490	7,28	1,60	$[(\pm45)_3/90/45/(90)_{12}/(0)_8]_s$
500 × 100	–1471/–147/147	4,42	1,16	$[(\pm45)_5/45/90/(0)_5]_s$
500 × 250	–1471/–147/147	7,80	1,06	$[(\pm45)_{13}/(0)_4]_s$
500 × 500	–1471/–147/147	12,22	1,02	$[(\pm45)_{21}/(0)_5]_s$
500 × 100	–490/–49/49	3,12	1,24	$[(\pm45)_5/90/0]_s$
500 × 250	–490/–49/49	5,46	1,09	$[(\pm45)_9/45/(0)_2]_s$
500 × 500	–490/–49/49	8,58	1,06	$[(\pm45)_{16}/45]_s$
500 × 100	–1471/–294/294	4,42	1,00	$[(\pm45)_4/(90)_2/45/(90)_2/(0)_4]_s$
500 × 250	–1471/–294/294	8,32	1,11	$[(\pm45)_8/(90)_{14}/(0)_2]_s$
500 × 500	–1471/–294/294	12,74	1,06	$[(\pm45)_{22}/(0)_5]_s$
500 × 100	–490/–98/98	3,12	1,06	$[(\pm45)_3/(90)_3/45/90/0]_s$
500 × 250	–490/–98/98	5,72	1,08	$[(\pm45)_5/45/(90)_{10}/0]_s$
500 × 500	–490/–98/98	8,84	1,06	$[(\pm45)_{15}/90/(0)_3]_s$

Таблица А 3 — Результаты конечно-элементного анализа

$L \times B$, мм	q_x/ q_y/ q_{xy}, Н/мм	t, мм	λ	ε_i, %	FI	t, мм	λ	ε_i, %	FI
		ГА				АВРП			
500 × 100	–1471/0/0	3,99	0,79	0,748	1,69	4,16	0,95	0,550	0,92
500 × 250	–1471/0/0	7,40	0,68	0,678	1,53	7,54	0,96	0,574	0,96
500 × 500	–1471/0/0	11,74	0,54	0,747	1,67	11,96	0,97	0,585	0,98
500 × 100	0/–1471/0	5,18	0,94	0,181	0,29	5,2	1,09	0,187	0,31
500 × 250	0/–1471/0	9,39	0,96	0,099	0,16	9,62	1,03	0,106	0,18
500 × 500	0/–1471/0	11,74	0,80	0,740	1,67	11,96	0,97	0,566	0,94
500 × 100	0/0/1471	4,40	1,91	0,691	1,57	4,42	1,49	0,587	0,98
500 × 250	0/0/1471	7,95	1,51	0,391	0,89	7,28	0,97	0,481	0,80
500 × 500	0/0/1471	11,75	2,61	0,221	0,25	10,66	0,86	0,302	0,50
500 × 100	–490/0/0	2,76	0,89	1,049	2,37	2,86	1,00	0,478	0,80
500 × 250	–490/0/0	5,13	0,93	0,564	1,27	5,2	0,98	0,575	0,96
500 × 500	–490/0/0	8,14	0,94	0,359	0,80	8,32	0,96	0,223	0,37
500 × 100	0/–490/0	3,59	0,97	0,869	0,14	3,64	1,01	0,093	0,16
500 × 250	0/–490/0	6,51	0,98	0,048	0,08	6,76	1,10	0,050	0,08
500 × 500	0/–490/0	8,14	0,94	0,356	0,80	8,32	1,00	0,135	0,23
500 × 100	0/0/490	3,05	1,87	0,330	0,75	2,86	1,01	0,332	0,55
500 × 250	0/0/490	5,50	1,71	0,190	0,43	4,94	0,94	0,206	0,34
500 × 500	0/0/490	8,14	0,99	0,106	0,12	7,28	1,38	0,327	0,55
500 × 100	–1471/–147/147	4,33	0,98	0,661	1,48	4,42	1,03	0,566	0,94
500 × 250	–1471/–147/147	7,86	0,94	1,030	2,25	7,8	0,96	0,556	0,93
500 × 500	–1471/–147/147	12,48	0,75	0,628	1,41	12,22	0,93	0,393	0,66
500 × 100	–490/–49/49	2,99	0,99	0,876	1,97	3,12	1,17	0,470	0,78

Продолжение таблицы А 3

$L \times B$, мм	q_x/ q_y/ q_{xy}, Н/мм	t, мм	λ	ε_i, %	FI	t, мм	λ	ε_i, %	FI
		ГА				АВРП			
500 × 250	–490/–49/49	5,45	0,81	0,490	1,09	5,46	1,03	0,307	0,51
500 × 500	–490/–49/49	8,65	0,70	0,309	0,68	8,58	1,00	0,319	0,53
500 × 100	–1471/–294/294	4,68	0,99	0,545	1,17	4,68	0,91	0,585	0,98
500 × 250	–1471/–294/294	8,50	0,98	0,551	1,21	8,32	1,00	0,496	0,83
500 × 500	–1471/–294/294	13,14	0,77	0,533	1,19	12,74	0,96	0,349	0,58
500 × 100	–490/–98/98	3,24	1,00	0,251	0,54	3,12	1,01	0,399	0,67
500 × 250	–490/–98/98	5,89	0,98	0,143	0,31	5,72	1,03	0,256	0,43
500 × 500	–490/–98/98	9,11	1,09	0,171	0,38	8,84	1,00	0,166	0,28

ПРИЛОЖЕНИЕ «Б»
Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ

РОССИЙСКАЯ ФЕДЕРАЦИЯ

СВИДЕТЕЛЬСТВО

о государственной регистрации программы для ЭВМ

№ 2023680522

Программное обеспечение по выбору оптимальной укладки монослоев в слоистых композитных панелях по условиям прочности и устойчивости

Правообладатель: ***Российская Федерация, от имени которой выступает Федеральное государственное бюджетное учреждение «Национальный исследовательский центр «Институт имени Н.Е. Жуковского» (RU)***

Авторы: ***Бадрухин Юрий Иванович (RU), Терехова Елена Сергеевна (RU)***

Заявка № **2023669792**
Дата поступления **28 сентября 2023 г.**
Дата государственной регистрации
в Реестре программ для ЭВМ ***02 октября 2023 г.***

Руководитель Федеральной службы
по интеллектуальной собственности

Ю.С. Зубов

ПРИЛОЖЕНИЕ «В»
Акты внедрения

УТВЕРЖДАЮ
Директор
ФАУ «СибНИА им. С.А. Чаплыгина»
_____ В.Е. Барсук
«02» 06 2024 г.
М. П.

АКТ ВНЕДРЕНИЯ

программы для ЭВМ
«Программное обеспечение по выбору оптимальной укладки монослоев в слоистых композитных панелях по условиям прочности и устойчивости»

Настоящим актом подтверждается использование программы для ЭВМ «Программное обеспечение по выбору оптимальной укладки монослоев в слоистых композитных панелях по условиям прочности и устойчивости» (свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2023680522 от 02.10.2023 г.), разработанной старшим научным сотрудником ФАУ «СибНИА им. С.А. Чаплыгина» Тереховой Е.С., главным научным сотрудником ФАУ «СибНИА им. С.А. Чаплыгина» Бадрухиным Ю.И., в следующих научно-исследовательских и опытно-конструкторских работах:

Интеграл-Т-СибНИА (этап 1) отчет № 22-22:

- Раздел 2.1.1 «Исследования оптимальной структуры пакета ПКМ для панелей крыла в условиях действия различных видов нагрузок»;
- Раздел 2.1.2 «Синтез бионических конструкций методом рационального проектирования оптимальных конструкций».

МА 21-23-Скорость (этап 2), отчет № 34-22, раздел 2.7 «Разработка алгоритма и программы оптимизации структуры пакета ПКМ для панелей при комбинированном нагружении по условиям прочности и устойчивости».

МА 21-23-Скорость (этап 3.2), отчет № 47-23, раздел 1.5 «Конструктивно-подобные образцы силовых панелей крыла».

Государственное задание № 020-00004-24-00. В разделах «Отработка технологии испытаний КПО панелей крыла на устойчивость при сжатии, сдвиге и при комбинации сжатия и сдвига с использованием универсального стенда» спроектированы и изготовлены конструктивно-подобные образцы неподкрепленных композитных панелей, нагруженных продольным сжимающим потоком. Для испытания КПО планируется задействовать универсальное нагружающее приспособление.

Начальник НИО-2 А.С. Лазненко

Заместитель директора по научной работе
ФАУ «СибНИА им. С.А. Чаплыгина» Д.Н. Смирнов

УТВЕРЖДАЮ

Директор

ФАУ «СибНИА им. С.А. Чаплыгина»

_____ В.Е. Барсук

«23» января 2025 г.

М. П.

АКТ

об использовании результатов диссертационной работы
«Рациональное проектирование панелей из слоистого композиционного материала по условиям прочности и устойчивости»

Настоящим актом подтверждается использование при выполнении научно-исследовательских и опытно-конструкторских работ результатов диссертационной работы «Рациональное проектирование панелей из слоистого композиционного материала по условиям прочности и устойчивости», выполненной в 2021–2024 гг. старшим научным сотрудником ФАУ «СибНИА им. С.А. Чаплыгина» Тереховой Е. С. в следующих работах:

Интеграл-Т-СибНИА (этап 1) отчет № 22-22:

- Раздел 2.1.1 «Исследования оптимальной структуры пакета ПКМ для панелей крыла в условиях действия различных видов нагрузок»;
- Раздел 2.1.2 «Синтез бионических конструкций методом рационального проектирования оптимальных конструкций».

МА 21-23-Скорость (этап 2), отчет № 34-22, раздел 2.7 «Разработка алгоритма и программы оптимизации структуры пакета ПКМ для панелей при комбинированном нагружении по условиям прочности и устойчивости».

МА 21-23-Скорость (этап 3.2), отчет № 47-23, раздел 1.5 «Конструктивно-подобные образцы силовых панелей крыла».

Государственное задание № 020-00004-24-00. В разделах «Отработка технологии испытаний КПО панелей крыла на устойчивость при сжатии, сдвиге и при комбинации сжатия и сдвига с использованием универсального стенда» спроектированы и изготовлены конструктивно-подобные образцы неподкрепленных композитных панелей, нагруженных продольным сжимающим потоком. Для испытания КПО планируется задействовать универсальное нагружающее приспособление.

Начальник НИО-2 А. С. Лазненко

Заместитель директора по научной работе
ФАУ «СибНИА им. С.А. Чаплыгина» Д. Н. Смирнов

УТВЕРЖДАЮ

Проректор Новосибирского государственного технического университета по научной работе и инновациям

к.т.н., А. И. Отто

«__» января 2025 г.

М. П.

АКТ

об использовании результатов диссертационной работы Тереховой Е.С. «Рациональное проектирование панелей из слоистого композиционного материала по условиям прочности и устойчивости» в учебном процессе

При выполнении диссертационной работы «Рациональное проектирование панелей из слоистого композиционного материала по условиям прочности и устойчивости», выполненной в 2021–2025 гг. старшим научным сотрудником ФАУ «СибНИА им. С.А. Чаплыгина» Тереховой Е. С. проведено экспериментальное исследование несущей способности образцов стрингерных панелей из полимерных композиционных материалов, проведено исследование влияния технологических факторов на толщину готового изделия и влияние на несущую способность отклонений толщины, связанных с допусками при поставке препрегов и усадкой при формовании панелей. Результаты опубликованы в журналах, входящих в список ВАК РФ, а также представлены на всероссийских и международных конференциях.

Настоящим актом подтверждается использование результатов диссертационной работы Тереховой Е. С. в учебном процессе на факультете летательных аппаратов Новосибирского государственного технического университета при подготовке бакалавров, обучающихся по направлению 15.03.03 «Прикладная механика» при выполнении практических работ по дисциплине «Механика композиционных материалов».

Декан факультета летательных аппаратов
д.т.н., доцент

Д. А. Чинахов

УТВЕРЖДАЮ

Генеральный директор
ООО «Проект Виктори»
(входит в S7 Group)
_____ А.Г. Степанов
«20» января 2025

АКТ ВНЕДРЕНИЯ
результатов диссертационной работы
на соискание ученой степени кандидата технических наук
Тереховой Елены Сергеевны
«Рациональное проектирование панелей из слоистого композиционного материала по условиям прочности и устойчивости»

Настоящий акт внедрения составлен комиссией в составе: председатель - главный конструктор ООО «Проект Виктори» С.Н. Орлов, члены комиссии - руководитель группы прочности и ресурса Е.А. Сорокина, руководитель проектной группы, к.т.н. А.А. Ларин.

Актом внедрения подтверждается использование разработанного при выполнении диссертационной работы «Рациональное проектирование панелей из слоистого композиционного материала по условиям прочности и устойчивости» с.н.с. ФАУ «СибНИА им. С.А. Чаплыгина» Тереховой Е. С. численно-аналитического алгоритма выбора укладок панелей отъемной части крыла учебно-тренировочного самолета «Танго». Использование численно-аналитического алгоритма выбора укладок позволило обеспечить высокое весовое совершенство конструкции с учетом ограничений по прочности и устойчивости, а также снизить затраты на материалы, уменьшить трудоемкость изготовления и оптимизировать стоимость разрабатываемой конструкции отъемной части крыла самолета Танго.

Главный конструктор С.Н. Орлов

Руководитель группы прочности и ресурса Е.А. Сорокина

Руководитель проектной группы, к.т.н. А.А. Ларин